Newtons lover [OS1 5,6 ; YF 4,5 ; LL 2,3]

m, $\vec{v}$ og $\vec{a}$ er hhv legemets masse, hastighet og akselerasjon

$\vec{F}$ = netto ytre kraft på legemet

N1 : $\boxed{\vec{F} = 0 \iff \vec{v} = \text{konstant}}$

N2 : $\boxed{\vec{F} = m\vec{a}}$

N3 : $\boxed{\vec{F}_{BA} = -\vec{F}_{AB}}$

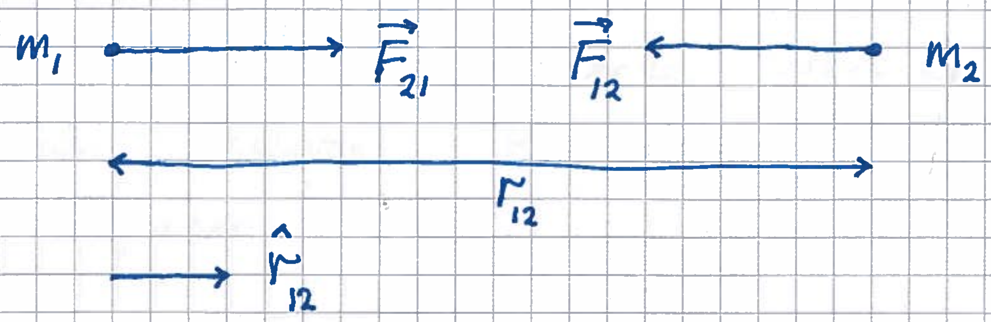
dvs krefter er vekselvirkning mellom legemer.

Når A påvirker B med $\vec{F}_{AB}$, påvirker B A med $\vec{F}_{BA} = -\vec{F}_{AB}$

$$[F] = kg \cdot \frac{m}{s^2} = N \quad \text{(newton)}$$

Fundamentale krefter [YF 5.5 ; LL 2.1 ; OS1 13.1 ; OS2 5.3]

- Gravitasjon. Svak tiltrekning mellom masser.

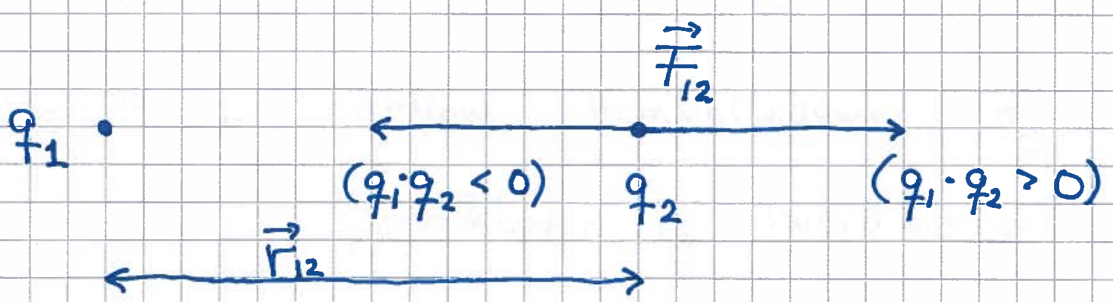


Newtons gravitasjonslov:

$$\vec{F}_{21} = G \cdot \frac{m_1 \, m_2}{r_{12}^2} \, \hat{r}_{12}$$

Gravitasjonskonstanten: $G \approx 6.67 \cdot 10^{-11} \ \mathrm{N\,m^2/kg^2}$

- Elektromagnetisk vekselvirkning.
Tiltrekning og frastøtning mellom ladninger.



Coulombs lov:

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1 \, q_2}{r_{12}^2} \, \hat{r}_{12}$$

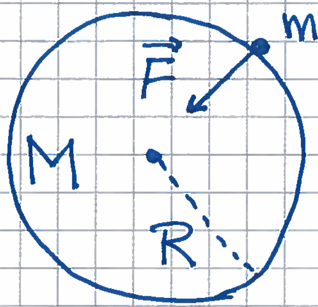
$[q] = C$ (coulomb) ; $1\,C = 1\,As$

Vakuumpermittiviteten : $\varepsilon_0 \approx 8.85 \cdot 10^{-12}\ C^2/Nm^2$

- Kjernekrefter. Svake og sterke. Svært kort rekkevidde. Relevans: Radioaktivitet. Stabilitet av atomkjerner.

~~~

Vår hverdag styres av gravitasjon (F_G) og coulombkrefter (F_E).

Proton : $m_p \approx 1.67 \cdot 10^{-27}$ kg , $q = e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C

Elektron : $m_e \approx 9.11 \cdot 10^{-31}$ kg , $q = -e$

Dermed :

$F_E \gg F_G$ mellom atomer og hverdagslige objekter

$F_G \gg F_E$ mellom himmellegemer, og mellom jordkloden og hverdagslige objekter
~~~

Tyngde [OS1 13.2, 5.4 ; YF 4.4 ; LL 2.5] ⑮



Tyngden av m = Gravitasjonskraften på m fra M

$$F = GMm/R^2$$

Jorda : $M \approx 6 \cdot 10^{24}$ kg , $R \approx 6370$ km

$$\Rightarrow g = GM/R^2 \approx 9.81 \ m/s^2$$

= tyngdens akselerasjon på/nær jordas overflate

<u>Fritt fall</u> dersom tyngden mg er eneste kraft på m. N2 gir da

$$mg = ma$$

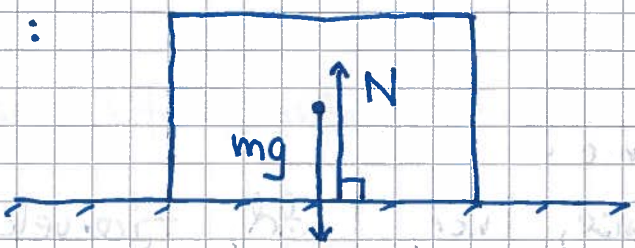
dvs

$$\underline{a = g}$$

Kontaktkrefter [OS1 5.6, 6.2, 6.4 (14.7) ; YF 4.1, 5.3 ; LL 3, 8]

Normalkraft : N = normalkomponenten av frastøtende coulombkraft mellom to legemer i kontakt

Eks :



Hvis klossen ligger i ro :

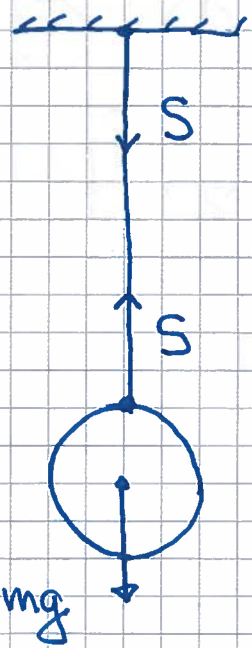
$N = mg$ (N1)

Snorkraft (strekk, "tension") :

S = netto tiltrekkende coulombkraft mellom snora og legemet som er festet til snora ;

$\vec{S}$ i snoras retning

Eks :

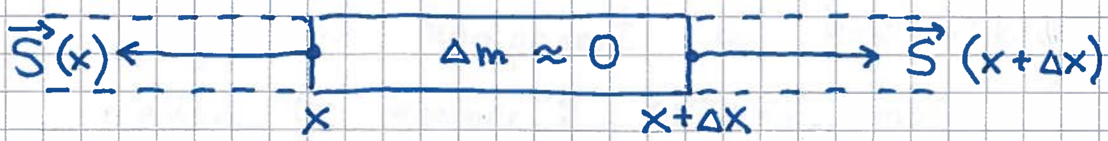


Hvis kula henger i ro :

$S = mg$ (N1)

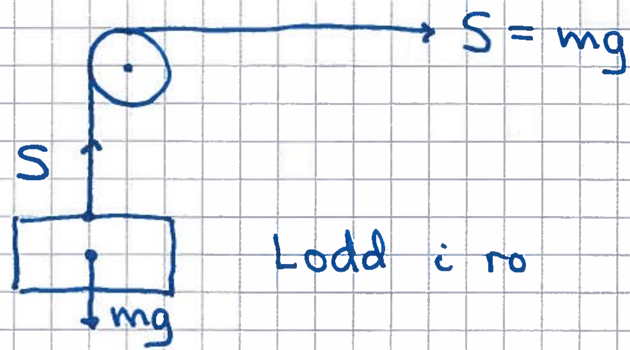
[Hva er "motkreftene" til N, S og mg ?]

Lett, stram snor blir rett, og med konstant S:

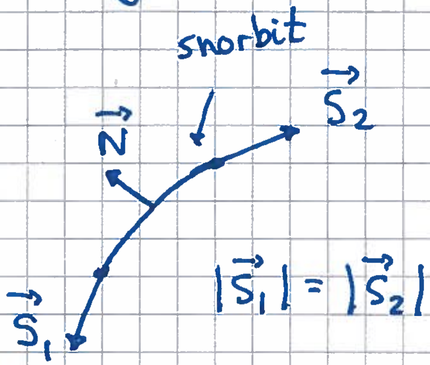


$$N1, N2 \Rightarrow \vec{S}(x) + \vec{S}(x+\Delta x) = 0$$
$$\Rightarrow \vec{S}(x+\Delta x) = -\vec{S}(x) \Rightarrow S = \text{konst.}$$

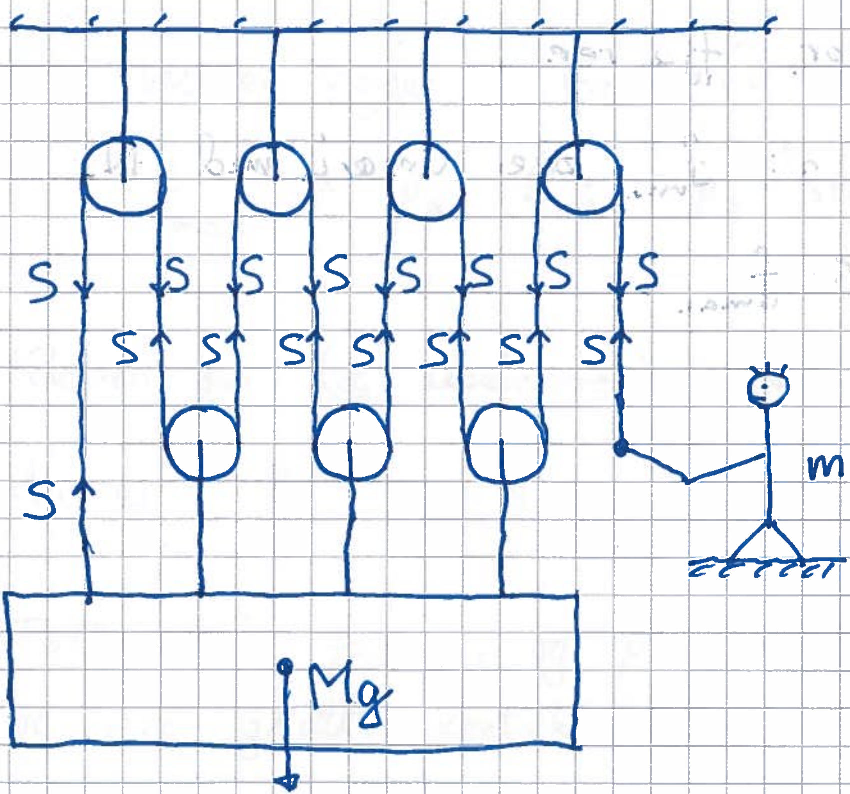
<u>Trinse</u> (friksjonsfri) endrer (kun) retning på $\vec{S}$:



Lodd i ro



Talje:



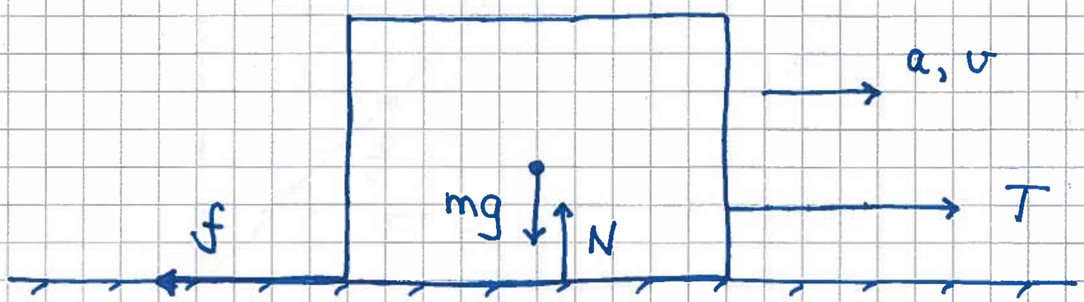
N1 for kassa:

$$7S - Mg = 0$$
$$\Downarrow$$
$$S = \frac{1}{7} Mg$$
$$(S_{max} = mg)$$

Friksjonskrefter [OS1 6.2; YF 5.3; LL 3.1]

f = tangentiell komponent av kontaktkraft mellom to legemer; retning mot ("ønsket") relativ bevegelse

Tørr friksjon:



T = trekk-kraft, f = friksjonskraft

N2: $T - f = ma$

Hvis klossen ligger i ro $(a=0)$: $f = T$;

$$f_{max} = \mu_s \cdot N \;; \quad \mu_s = \text{statisk friksjonskoeffisient}$$

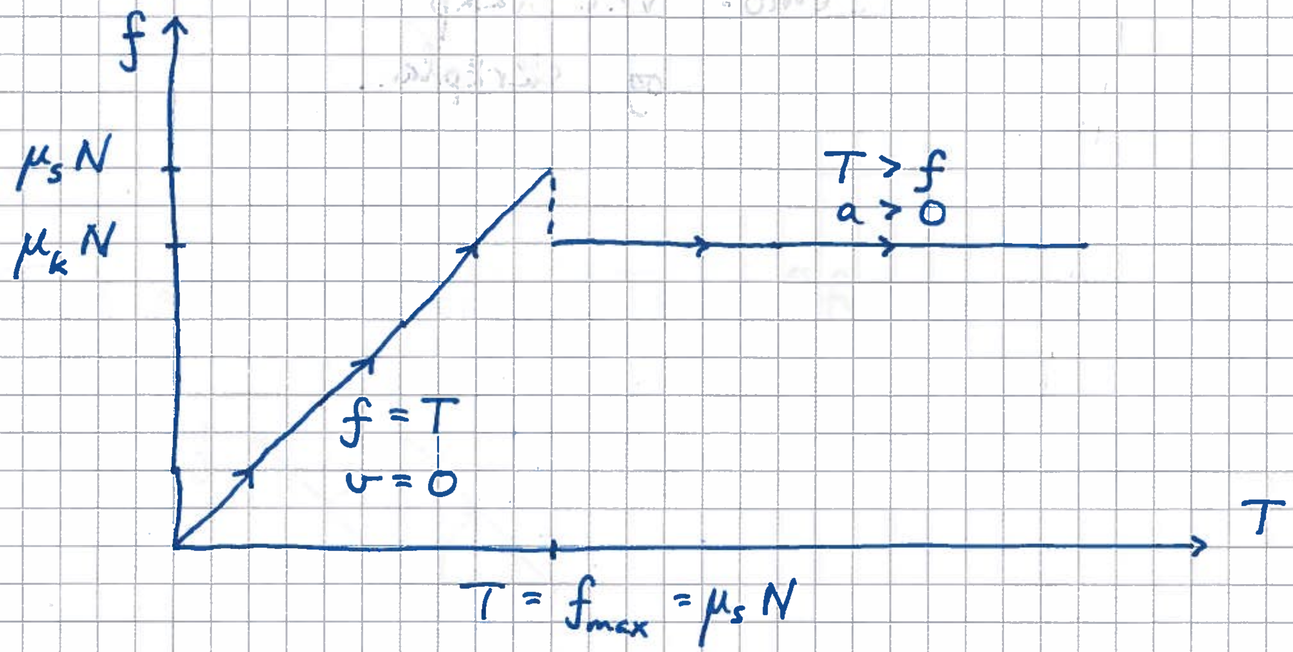
Klossen glir (og akselererer) hvis $T > f_{max}$;

da er $f = \mu_k \cdot N$; μ_k = kinetisk friksjonskoeffisient

Tallverdier for μ_s og μ_k avhenger av type materialer og hvor glatte kontaktflatene er.

Vanligvis er $\mu_s > \mu_k$: Ujemnheter i overflatene gir best grep når $v = 0$.

Grafisk :



Et par tallverdier :

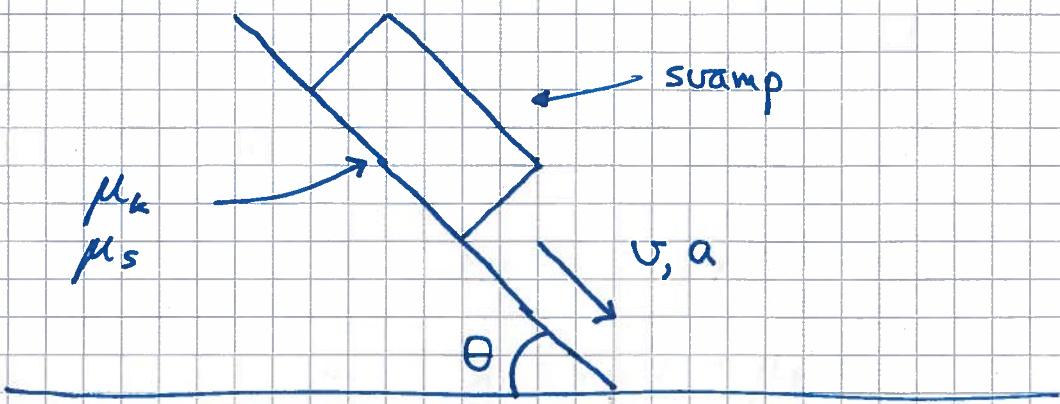
Stål mot is : $\mu_s \simeq 0.03$

Gummi mot plast : $\mu_s \approx 1$ (Lab)

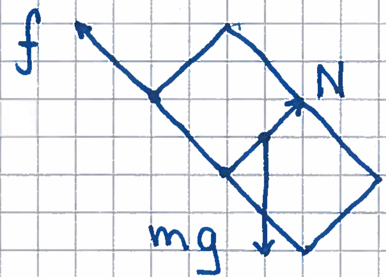
Våt svamp mot bordplate : $\mu_s > 1$

(se eks. neste side)

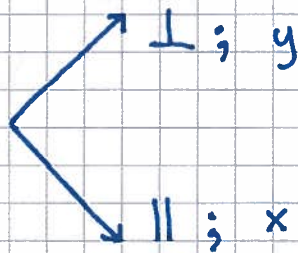
Problemløsningsstrategi via et eksempel:



- Finn alle ytre krefter. Tegn "fritt-legeme-diagram".



- Velg koordinatsystem. Dekomponer.



$N = N_y \,,\quad N_x = 0$

$f = f_x \,,\quad f_y = 0$

$G_x = mg\sin\theta \,,\quad G_y = mg\cos\theta$

- Bruk N1, $\sum_i \vec{F}_i = 0$, eller N2, $\vec{a} = \dfrac{\sum_i \vec{F}_i}{m}$,

  og løs resulterende ligninger.

Her: N1 i y-retn. $\Rightarrow$ $N = mg\cos\theta$

N2 i x-retn. $\Rightarrow$ $mg\sin\theta - f = ma$

Hvis svamp i ro: $\quad f = mg \sin\theta \quad (a=0)$

Glir dersom $mg \sin\theta > f_{max} = \mu_s N = \mu_s mg \cos\theta$,

dvs dersom $\tan\theta > \mu_s$.

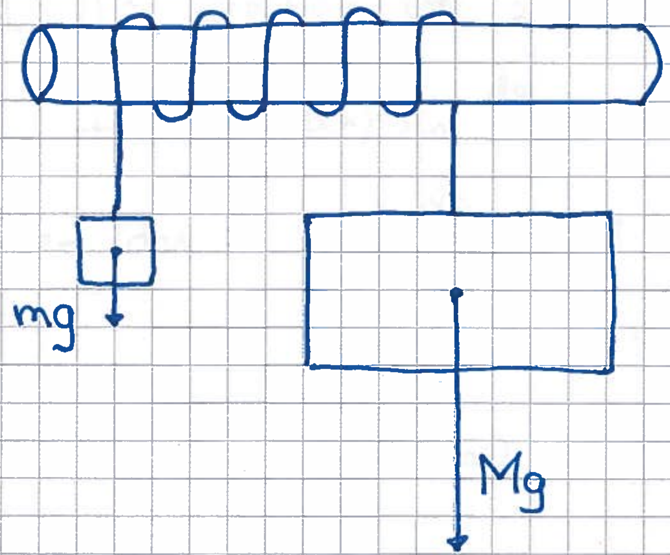
Da er $\quad f = \mu_k N = \mu_k mg \cos\theta$, dvs

$$a = g(\sin\theta - \mu_k \cos\theta)$$

Exp. med våt svamp gir max θ med svamp i ro,

og dermed $\quad \mu_s = \tan\theta_{max}$.

Eks: Snorfriksjon ["Med livet som innsats"]

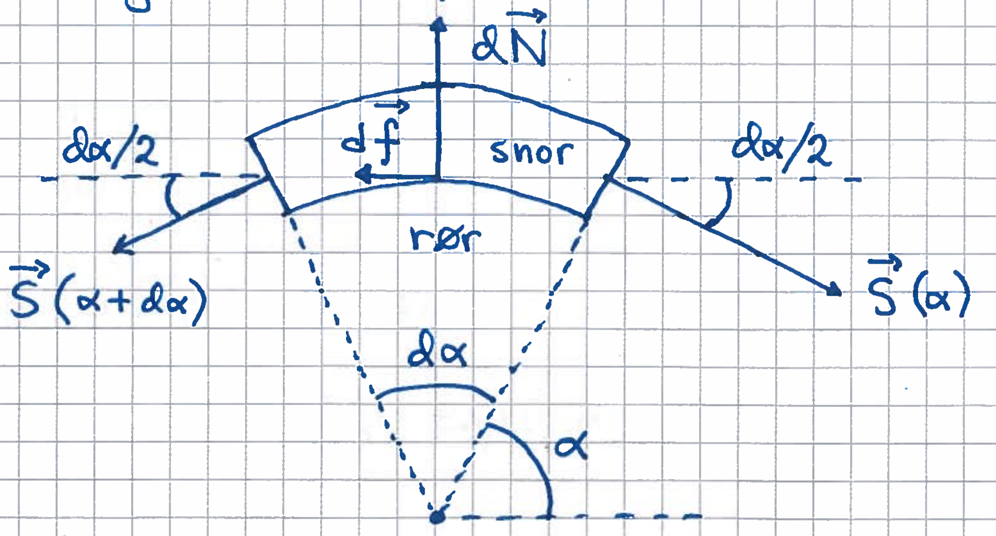


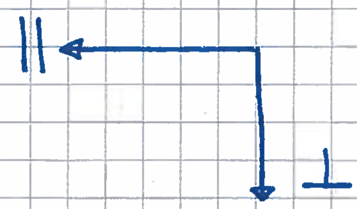
μ = statisk friksjonskoeff. mellom rør og snor

Finn minste m som holder M oppe for gitt kontaktvinkel φ mellom rør og snor.

(I figuren: $\varphi = 9\pi$)

Løsning : N1 for bitteliten snorbit





$$\Sigma \vec{F} = 0 \Rightarrow \underbrace{\vec{S}(\alpha+d\alpha) + \vec{S}(\alpha)}_{\text{snordrag (fra resten av snora)}} + \underbrace{d\vec{N} + d\vec{f}}_{\text{normalkraft og friksjonskraft (fra røret)}} = 0$$

Minimal m når df er maksimal : $df = df_{max} = \mu \cdot dN$

$$\text{N1}, \parallel : \quad S(\alpha+d\alpha)\cos\frac{d\alpha}{2} - S(\alpha)\cos\frac{d\alpha}{2} + \mu\, dN = 0$$

$$\text{N1}, \perp : \quad S(\alpha+d\alpha)\sin\frac{d\alpha}{2} + S(\alpha)\sin\frac{d\alpha}{2} - dN = 0$$

Liten $d\alpha$: $\cos\frac{d\alpha}{2} \approx 1$, $\sin\frac{d\alpha}{2} \approx \frac{d\alpha}{2}$

$$S(\alpha+d\alpha) - S(\alpha) = dS$$

$$S(\alpha+d\alpha) + S(\alpha) = 2S$$

Dermed : $dS = -\mu\, dN$; $2S \cdot \frac{d\alpha}{2} = dN$

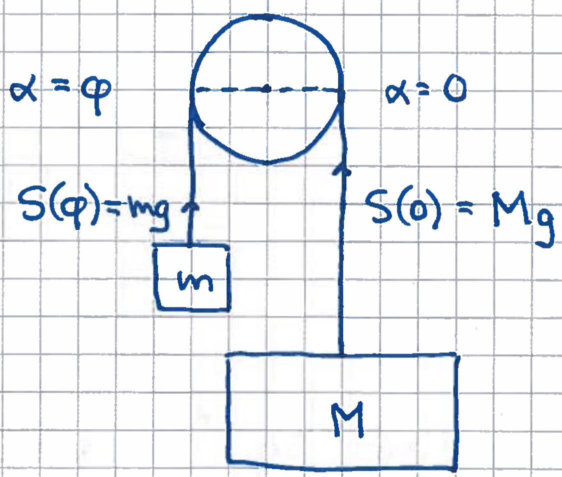
$$\Rightarrow \quad dS/S = -\mu\, d\alpha$$

Finner $S(\varphi)$ ved å integrere, fra $\alpha=0$ til $\alpha=\varphi$:

$$\int_{S(0)}^{S(\varphi)} \frac{dS}{S} = -\mu \int_0^{\varphi} d\alpha$$

$$\Rightarrow \quad \ln S(\varphi) - \ln S(0) = -\mu\varphi$$

$$\Rightarrow \quad S(\varphi) = S(0)\exp(-\mu\varphi)$$



Hvis $\mu \approx 0{,}17$, $M = 1$ kg og $\varphi = 9\pi$, blir

$$m = 1000\,g \cdot \exp(-0.17\cdot 9\pi) \approx 8\,g$$

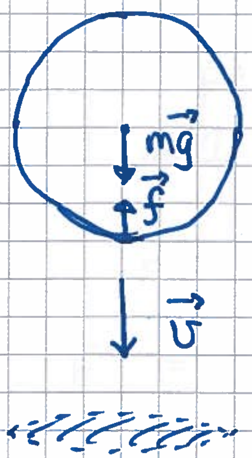
Omvendt: Påkrevd m for å heise M oppover er bestemt av $S(\varphi) = S(0)\exp(+\mu\varphi)$, dvs

$$m = 1\,kg \cdot \exp(+0.17\cdot 9\pi) \approx 122\ kg$$

Friksjon i fluider [OS1 6.4, 14.7; YF 5.3; LL 8]

Ser på symmetriske legemer med hastighet $\vec{v}$ relativt omgivende fluid (gass eller væske) med massetetthet ρ og dynamisk viskositet μ

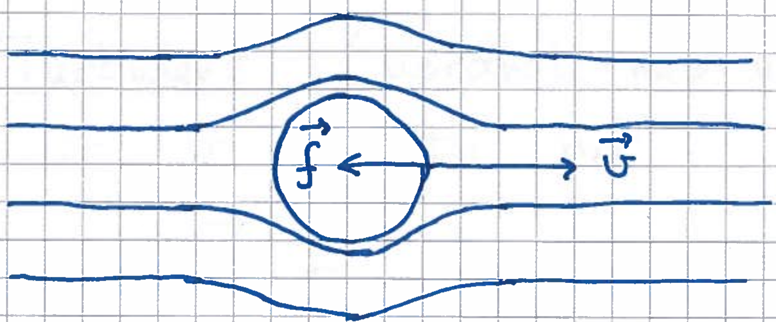
Eks: Ball i luft



$\vec{f}$ = luftmotstand

areal πr^2 på tvers av $\vec{v}$

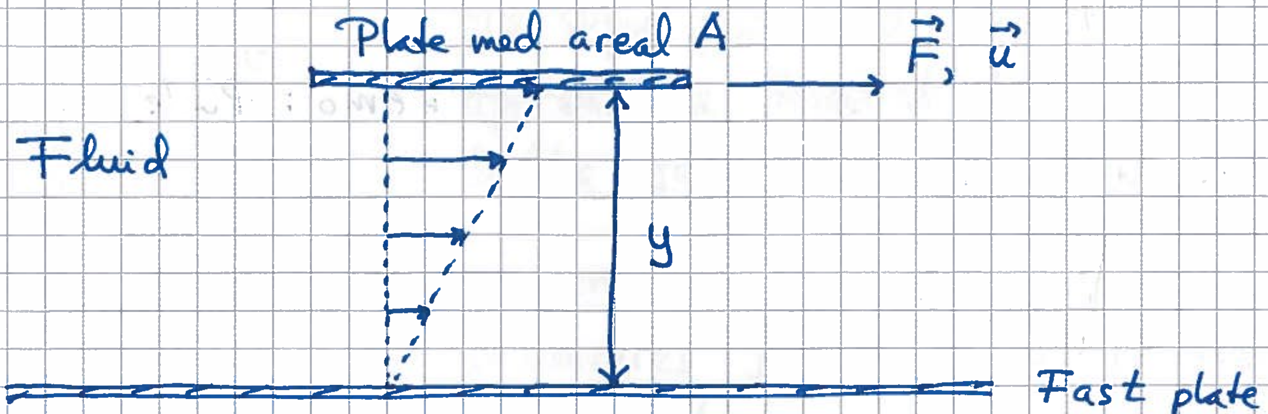
Laminær (pen, lagdelt) strømning av fluidet når v er liten nok:



$$\boxed{\vec{f} = -k \cdot \vec{v}}$$

Kule, radius r : $k = 6\pi\mu r$ (Stokes' lov)

Dynamisk viskositet μ; definisjon og måling:



Liten fart u på fri plate gir lineær fartsprofil i fluidet mellom platene.

Empirisk (dvs: eksperimentelt) finner man

$$F = \mu \cdot \frac{A \cdot u}{y}$$

der μ kalles fluidets dynamiske viskositet; $[\mu] = \frac{kg}{m \cdot s}$

Tallverdier v/20°C:

Fluid	Luft	Vann	Glyserol	Sirup
μ	$2 \cdot 10^{-5}$	10^{-3}	1	10^{2}

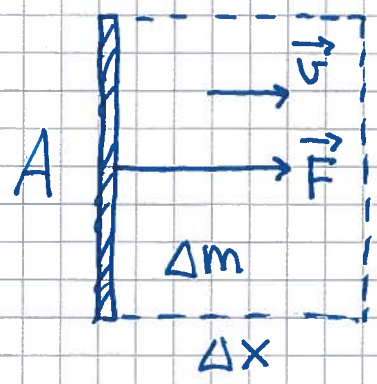
<u>Turbulent</u> (uordnet, med virvler) strømning når v er <u>stor</u> nok:

$$\vec{f} = -\left(\tfrac{1}{2} \rho A C_d\right) v^2 \hat{v}$$

C_d = drag-koeffisient (Kule: $C_d \approx 0.5$)

A = legemets areal på tvers av $\vec{v}$

Eks 1: C_d for plate



Må skyve plata med kraft F for å opprettholde konstant fart v, fordi lufta foran må settes i bevegelse.

Massen $\Delta m = \rho \cdot \Delta V = \rho \cdot A \cdot \Delta x$ akselereres fra 0 til v på tiden $\Delta t = \Delta x / v$.

N2 gir da: $F = \Delta m \cdot \frac{v}{\Delta t} = \rho A \Delta x \cdot \frac{v}{\Delta t} = \rho A v^2$, som stemmer med $\frac{1}{2} \rho A C_d v^2$ dersom $\underline{\underline{C_d = 2}}$

Eks 2: Bilen Revolve har $A \approx 1.1\ m^2$ og $C_d \approx 1.35$. Hva er luftmotstanden ved 100 km/h?

Løsning:
$$f = \frac{1}{2} \rho A C_d v^2$$
$$= \frac{1}{2} \cdot 1.2 \frac{kg}{m^3} \cdot 1.1\ m^2 \cdot 1.35 \cdot \left(\frac{100}{3.6}\right)^2 \frac{m^2}{s^2}$$
$$\underline{\underline{\approx 690\ N}}$$

(Luft har $\rho \approx 1.2\ kg/m^3$)