Impuls [OS1 9 ; YF 8 ; LL 5]

(= bevegelsesmengde = linear momentum)

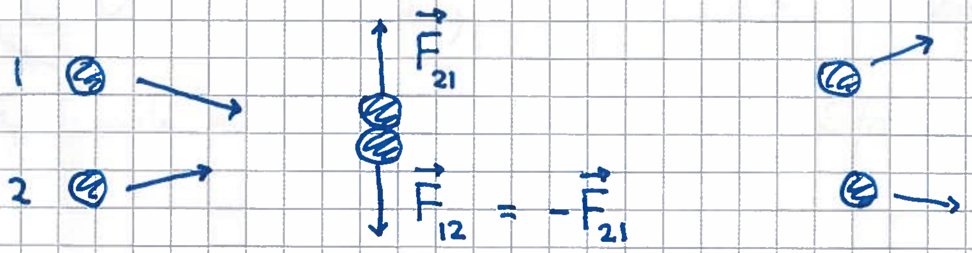
N2, for gitt masse m:

$$\vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

$$\vec{p} \overset{def}{=} m\vec{v} = \text{massens } \underline{\text{impuls}} \quad ; \quad [p] = \text{kg m/s}$$

$\Rightarrow$ $\boxed{\text{Hvis } \vec{F} = 0, \text{ er } \vec{p} \text{ bevart}}$ Loven om impulsbevarelse

Indre krefter i et system endrer ikke total impuls:



$$\text{N3} \Rightarrow \vec{F}_{21} + \vec{F}_{12} = 0$$

$$\overset{N2}{\Rightarrow} \frac{d\vec{p}_1}{dt} + \frac{d\vec{p}_2}{dt} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dt}\{\vec{p}_1 + \vec{p}_2\} = 0$$

$$\Rightarrow \vec{p}_{tot} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \text{konstant}$$

Kollisjoner [OSI 9.2–9.4; YF 8.3, 8.4 ; LL 5] (34)

Hvis ytre krefter kan neglisjeres, er total impuls bevart i en kollisjon; men ikke nødv.vis mek. energi E.

Elastisk støt: $\Delta E = 0$

Uelastisk støt: $\Delta E < 0$

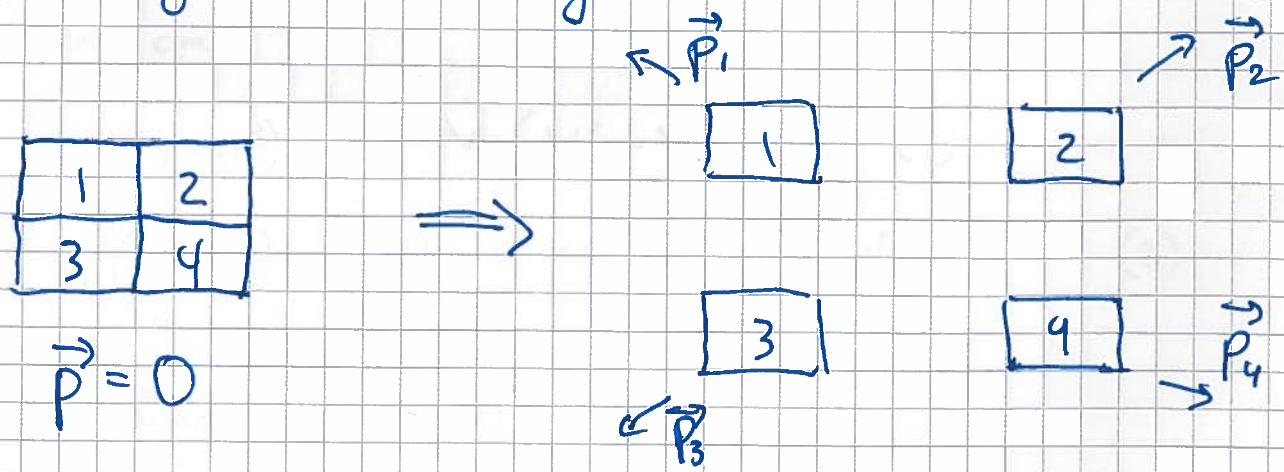
Fullstendig uelastisk støt: Legemene henger sammen med <u>felles hastighet</u> etter kollisjonen. Gir maksimalt tap av mekanisk energi E.

De fleste kollisjoner er <u>kortvarige</u> og skjer på et <u>gitt sted</u>

$$\Rightarrow \Delta U \approx 0, \quad \Delta E \approx \Delta K \text{ i kollisjonen}$$

Tapt mek. energi transformeres til deformasjon, varme, lyd.

En <u>eksplosjon</u> kan betraktes som en "omvendt" fullstendig uelastisk kollisjon:



$\vec{p} = 0$

$$\sum_{j=1}^{4} \vec{p}_j = 0$$

Sentralt støt [OS1 9.4 ; YF 8.2–8.4 ; LL 5.3]

Støt mellom m og M langs ei linje:

Før: $\underset{m}{\bullet} \longrightarrow v \qquad V \longleftarrow \underset{M}{\bullet} \qquad (\longrightarrow +)$

Etter: $v' \longleftarrow \bullet\ m \qquad M\ \bullet \longrightarrow V'$

Alltid: $\Delta p = 0 \quad \Rightarrow \quad mv + MV = mv' + MV' \qquad (1)$

(a) Fullst. uel. støt:

$$v' = V' = \frac{mv + MV}{m+M}$$

(b) Delvis uel. støt: Ikke løsbart (1 lign., 2 ukjente)

(c) Elastisk støt:

$$\Delta K = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}MV^2 = \frac{1}{2}m(v')^2 + \frac{1}{2}M(V')^2 \qquad (2)$$

Skriv om (1) og (2):

$$m(v - v') = M(V' - V) \qquad (1)$$

$$m(v - v')(v + v') = M(V' - V)(V' + V) \qquad (2)$$

(2) dividert med (1) gir

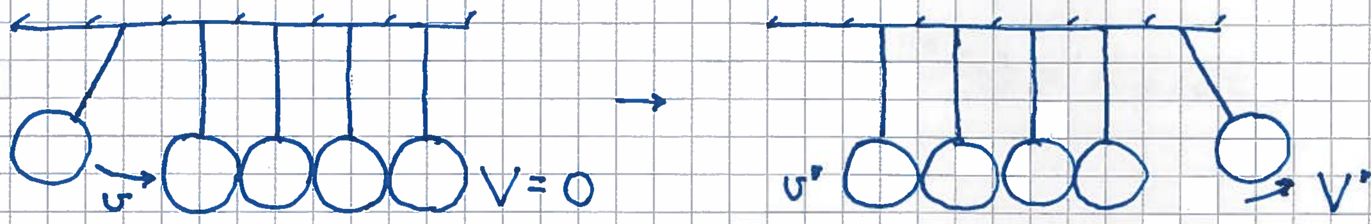
$$v + v' = V' + V \qquad (3)$$

Tar hhv (3)·M − (1) og (3)·m + (1) og får

$$v' = \frac{M}{m+M}\left\{2V + v\cdot\frac{m-M}{M}\right\}$$

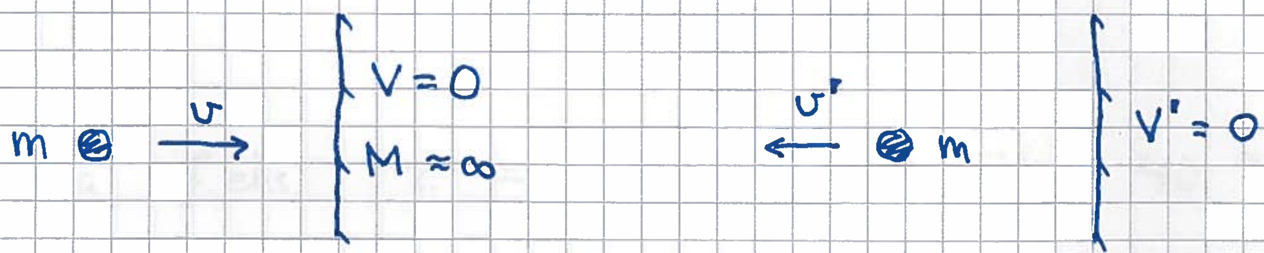
$$V' = \frac{m}{M+m}\left\{2v + V\cdot\frac{M-m}{m}\right\}$$

Eks 1 : Newtons vugge



$$m = M \Rightarrow V' = v\ , \quad v' = V = 0$$

Eks 2 : Elastisk ball mot vegg



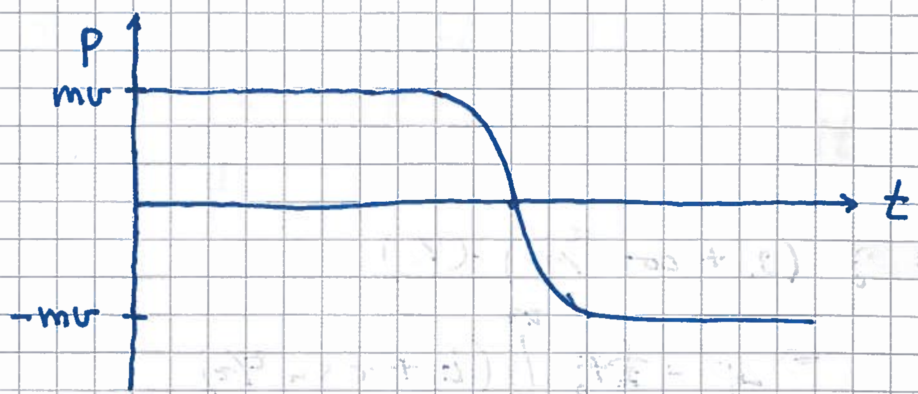
$$v' = \frac{M}{m+M}\left\{0 + v\cdot\frac{m-M}{M}\right\} \overset{m \ll M}{=} -v$$

$$\Rightarrow K' = \frac{1}{2}m(v')^2 = \frac{1}{2}mv^2 = K \quad ; \quad \text{OK}$$

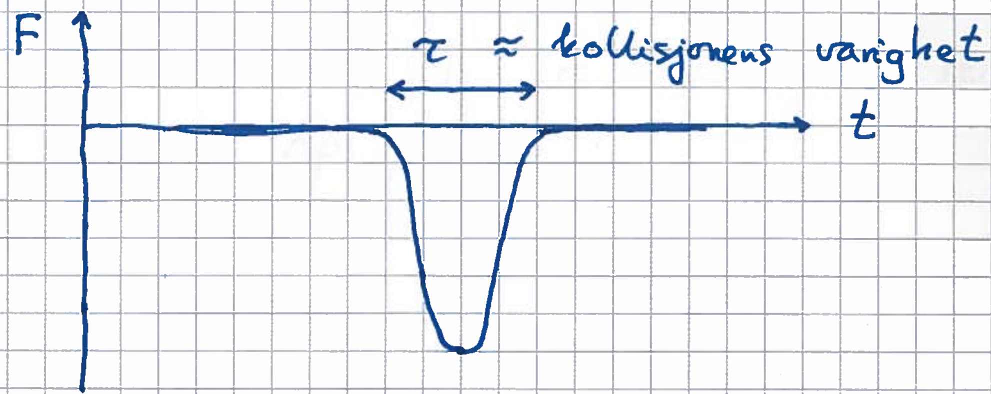
$$p' = mv' + MV' = -mv + M\cdot\frac{m}{m+M}\cdot 2v$$

$$= -mv + 2mv = mv = p \quad ; \quad \text{OK}$$

Ballens impuls $p(t)$ (kvalitativt):



Kraften fra veggen på ballen, $\vec{F}(t) = d\vec{p}/dt$:



Anta f.eks. $\tau \simeq 2$ ms og $|\Delta \vec{v}| \simeq 40$ m/s.

Gir en midlere akselerasjon i støtet

$$\langle a \rangle \approx \frac{40 \text{ m/s}}{0.002 \text{ s}} = 20 \text{ km/s}^2 \gg g$$

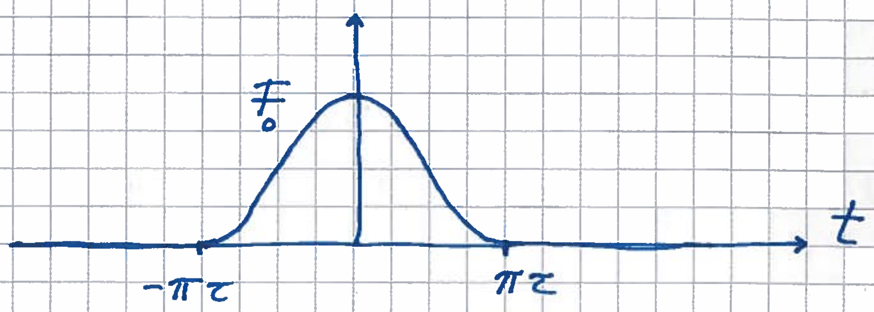
Dvs, tyngden mg kan trygt neglisjeres i selve kollisjonen

Kraftstøt ("impulse"):

Ytre kraft $\vec{F}(t)$ gir legemet en impulsendring

$$\Delta\vec{p} = \int d\vec{p} = \int \vec{F}(t)\,dt$$

Eks:



Anta $F(t) = \frac{1}{2}F_0\,(1 + \cos t/\tau)$ for $|t| \leq \pi\tau$

og regn ut Δp.

Løsn:

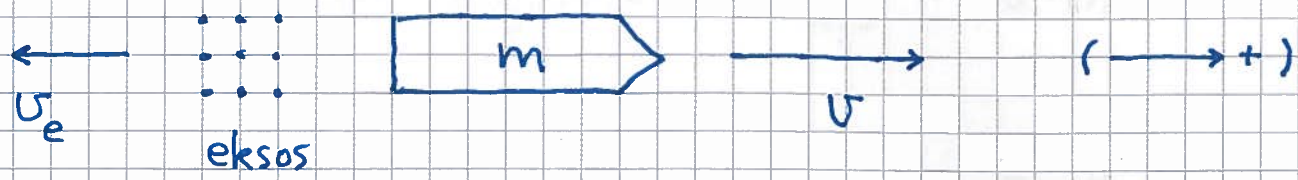
$$\Delta p = \int_{-\pi\tau}^{\pi\tau} F(t)\,dt$$

$$= \frac{1}{2}F_0 \Big|_{-\pi\tau}^{\pi\tau} \left(t + \tau \sin t/\tau\right)$$

$$= \frac{1}{2}F_0 \cdot 2\pi\tau$$

$$= \underline{\underline{\pi F_0 \tau}}$$

Rakett [OS1 9.7 ; YF 8.6 ; LL 5.4]



Eksosfart relativt raketten : $u < 0$

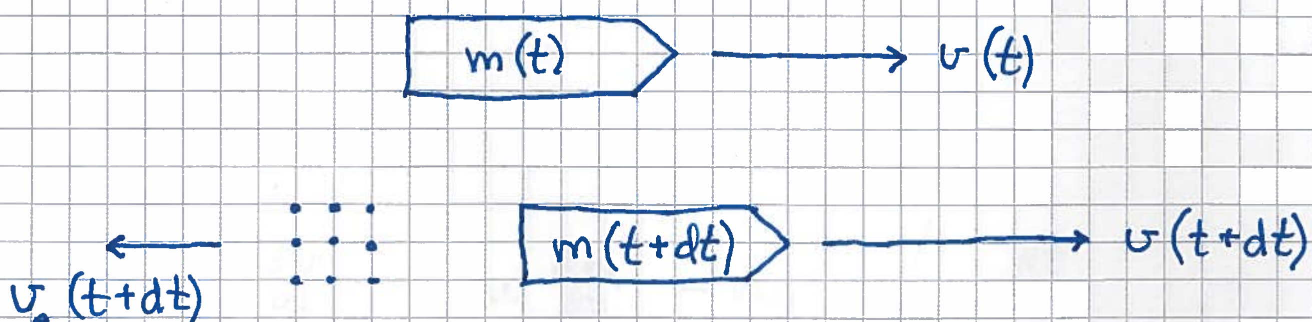
Rakettfart — " — fast system: $v > 0$

Eksosfart — " — — " — : $v_e = u + v$

Drivstoff-forbruk pr tidsenhet : $dm/dt < 0$

Anta u = konstant og (foreløpig) $F_{ytre} = 0$

$\Rightarrow$ Impulsen er bevart for en gitt masse :



$$dm_e = -dm$$

$$p(t) = m(t) \cdot v(t)$$

$$p(t+dt) = m(t+dt) \cdot v(t+dt) + dm_e \cdot v_e(t+dt)$$

$$= [m(t) + dm] \cdot [v(t) + dv] - dm \cdot [u + v(t) + dv]$$

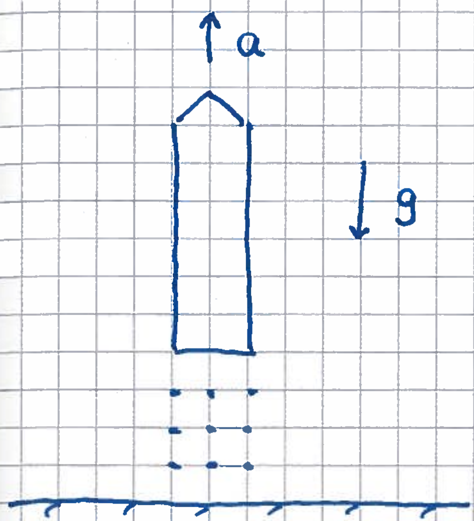
$$= m(t) \cdot v(t) + m(t) \cdot dv - dm \cdot u$$

$$p(t+dt) = p(t) \quad \Rightarrow \quad m\,dv - u\,dm = 0$$

Divisjon med dt gir $m \frac{dv}{dt} = u \frac{dm}{dt}$, som er N2,

$ma = F_{skyv}$, med skyvkraft $F_{skyv} = u \cdot \dot{m} > 0$.

For oppskyting fra bakken : $F_{ytre} = -mg$



$\Rightarrow \quad ma = u\dot{m} - mg$

Må (selvsagt) ha

$u\dot{m} > mg$

for å kunne ta av fra bakken.

Øving :

$$m \frac{dv}{dt} = u \frac{dm}{dt} - mg \quad \Big/ \cdot \frac{dt}{m}$$

$$\Rightarrow \quad dv = u \frac{dm}{m} - g\,dt$$

som kan integreres.