

ELEKTRISITET OG MAGNETISME

①

I. Elektrostatikk. Ledere og isolatorer

OS2 5-8 ; YF 21-24 ; LHL 19-20

ca 10F ; 2,5 uker

II. Strøm. Likestrømkretser (DC)

OS2 9-10 ; YF 25-26 ; LHL 21-22

ca 4F ; 1 uke

III. Magnetostatikk. Magnetisme

OS2 11-12 ; YF 27-28 ; LHL 23, 26

ca 6F ; 1,5 uker

IV. Elektromagnetisk induksjon. Vekselstrømkretser (AC)

OS2 13-15 ; YF 29-31 ; LHL 24, 25, 27

ca 6F ; 1,5 uker

I. Elektrostatikk [OS2 5-8; YF 21-24; LHL 19-20]

(2)

Elektriske ladning [OS2 5.1; YF 21.1; LHL 19.1]

Materie = molekyler, atomer

Atom = kjerne og elektroner

Kjerne = protoner og nøytroner = kjernepartikler

Kjernepartikkel = 3 kvarker

Elementærpartikler = naturens udelelige byggeklosser, med kvantisert elektrisk ladning

<u>Partikkel</u>	<u>Symbol</u>	<u>Ladning</u>
Elektron	e	$-e$
Opp-kvark	u	$+2e/3$
Ned-kvark	d	$-e/3$
Elektron-nøytrino	ν_e	0
Foton	γ	0

osv.

(I alt 17 elementærpartikler i Standardmodellen for partikkelfysikk.)

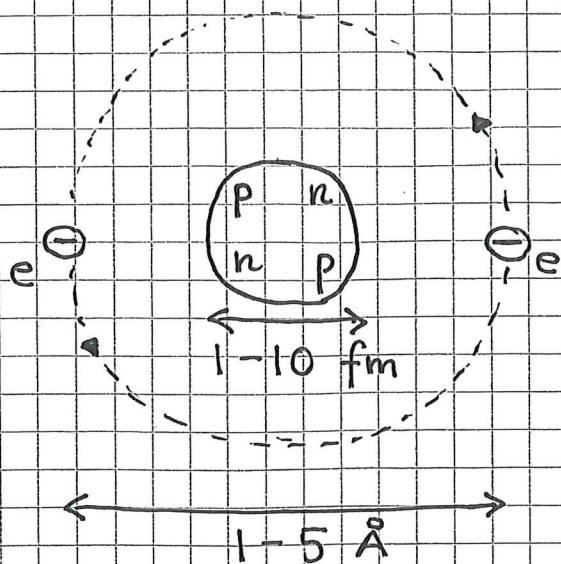
e = elementærladningen (Robert Millikan, oljedråpeforsøk 1909, nobelpris 1923)

$$\text{Nøytron (n)} : 1u + 2d \Rightarrow q_n = 0$$

$$\text{Proton (p)} : 2u + 1d \Rightarrow q_p = e$$

Symbol for ladning : q, Q

Klassisk bilde av atom: (Niels Bohr 1913, NP1922) (3)



$$m_e \approx 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

$$m_p \approx m_n \approx 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

Dvs: Nesten all masse i kjernen

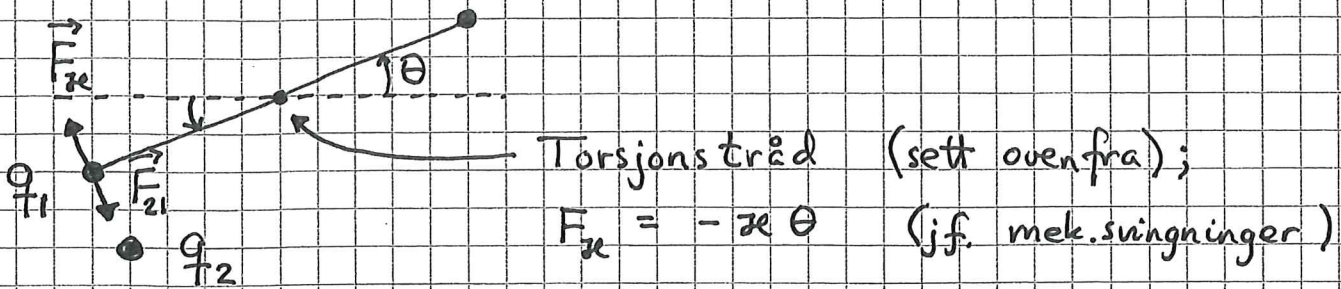
$$1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m}$$

$$1 \text{ Å (ångström)} = 10^{-10} \text{ m}$$

- Nøytralt atom med atomnummer Z har Z protoner og Z elektroner; $Q = Ze - Ze = 0$
- Ioner er atomer eller molekyler med $Q \neq 0$, f.eks:
 - O^{2-} = oksygenatom med 10 elektroner; $Z=8$; $Q = -2e$
 - O_2^- = oksygenmolekyl med 17 elektroner; $Q = -e$
- Isotoper er atomer av samme grunnstoff med ulikt antall nøytroner i kjernen, f.eks:
 - ^{16}O , ^{17}O , ^{18}O har hhv 8, 9, 10 nøytroner
- Netto elektrisk ladning i et isolert system er bevart.
 - Eks: β^- decay
 - $n \rightarrow p + e + \bar{\nu}_e$ ($\bar{\nu}_e$ = antielektronnøytrino, $q=0$)
 - F.eks $^{234}_{90}\text{Th} \rightarrow ^{234}_{91}\text{Pa} + e + \bar{\nu}_e$ (+ energi)
 - Halveringstid $t_{1/2} \approx 24$ døgn
 - Th = thorium; Pa = protactinium

Coulombs lov [OS2 5.3 ; YF 21.3 ; LHL 19.3] (4)

C.A. de Coulomb ca 1785 :

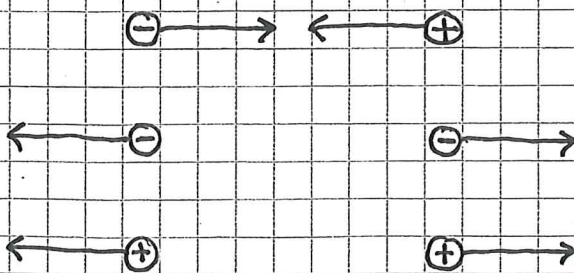


Coulomb fant at $F_{21} \sim q_1 \cdot q_2 / r_{12}^2$, dvs

$$\vec{F}_{21} = K_e \cdot \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \hat{r}_{12}$$

Samme form som gravitasjonsloven ($F_{21} = G \cdot m_1 m_2 / r_{12}^2$),
og NB er oppfylt ($\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$).

Samme type ladning \Rightarrow Frastøtning
Ulik type ladning \Rightarrow Tiltrekning



Enhet for ladning [OS2 5.1; TF 21.3; LHL 19.1] (5)

$$\text{SI: } [Q] = C \text{ (coulomb)}$$

- $1C = 1As =$ mengde ladning som passerer tverrsnittet av en leder ~~per~~ pr sekund når strømstyrken er $1A$ (ampere)

- $1C$ er ladningsmengden på hver av to like legemer som i innbyrdes avstand $1m$ frastøter hverandre med en kraft $8.987551787 \cdot 10^9 N$; dvs

$$K_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \approx 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/C^2$$

$$\epsilon_0 = 8.854187817 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$$

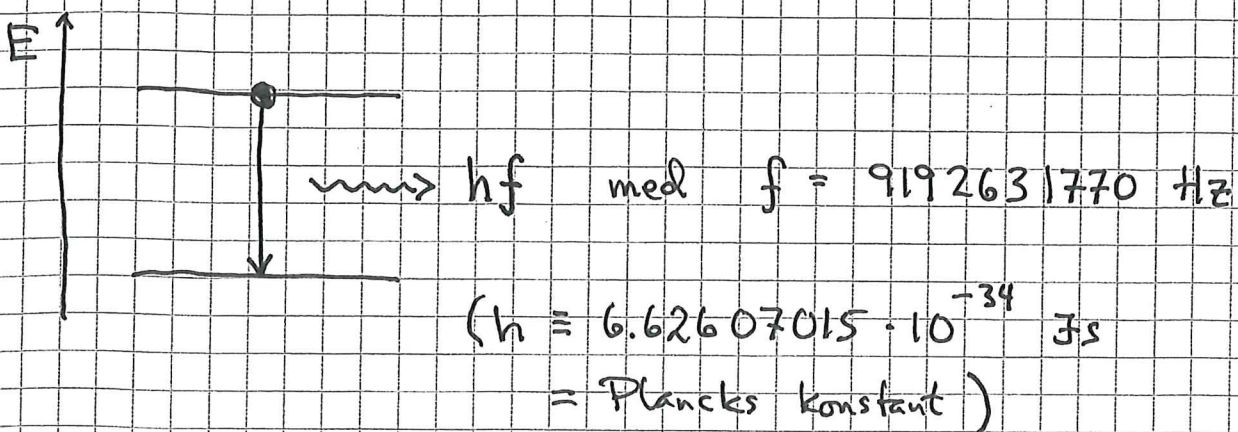
= vakuumpermittiviteten

- Etter ~~20~~²⁰.05.2019:

$$e \equiv 1.602176634 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$\Rightarrow 1A = 1C/s$$

$1s = 9192631770$ perioder av stråling pga en elektronovergang mellom hyperfinsplittede nivåer i ^{133}Cs



Elektrisk felt [OS2 5.4-5.5 ; YF 21.3-5 ; LHL 19.3-5]

⑥



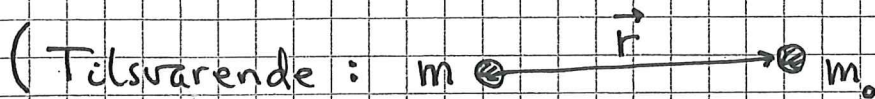
Referanseladning

Testladning

Kraft fra q på q_0 : $\vec{F} = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r}$

Elektrisk felt $\stackrel{\text{def}}{=} \text{El. kraft pr ladningsenhet}$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{E} = \vec{F}/q_0 ; [E] = \text{N/C}}$$



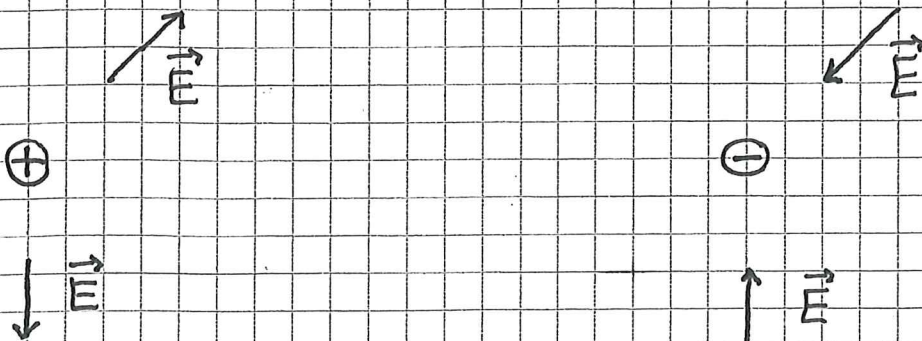
Kraft fra m på m_0 : $\vec{F} = -G \frac{mm_0}{r^2} \hat{r}$

Gravitasjonsfelt (Tyngdefelt) : $\vec{g} = \vec{F}/m_0$)

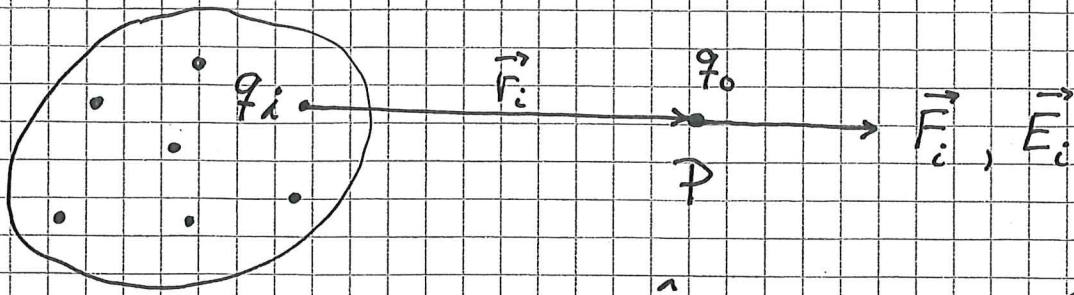
Punktledning q omgir seg med et el. felt \vec{E} som i avstand \vec{r} er

$$\boxed{\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r}}$$

Radielt bort fra pos. ladn. og radielt inn mot neg. ladn. :



Superposisjonsprinsippet gjelder for krefter, og dermed for elektrisk felt: Total kraft og totalt felt fra flere ladninger er vektorsummen av enkeltbidragene. (7)

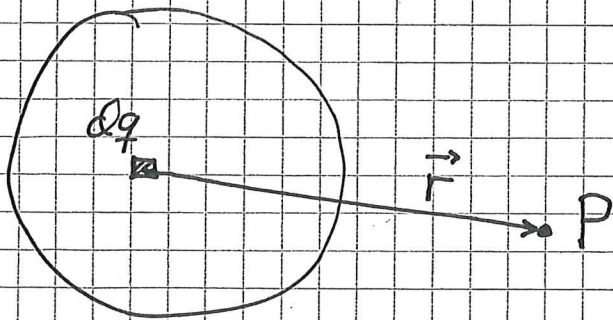


$$\vec{E} = \vec{F} / q_0 = \sum_i \frac{q_i q_0 \hat{r}_i}{4\pi\epsilon_0 r_i^2 q_0} = \sum_i \frac{q_i \hat{r}_i}{4\pi\epsilon_0 r_i^2} = \sum_i \vec{E}_i$$

= el. felt i posisjon P fra ref. ladm. $\{q_1, \dots, q_n\}$

Dersom kontinuerlig fordeling av ref. ladm.:

$$q_i \rightarrow dq ; \quad \sum_i \rightarrow \int$$



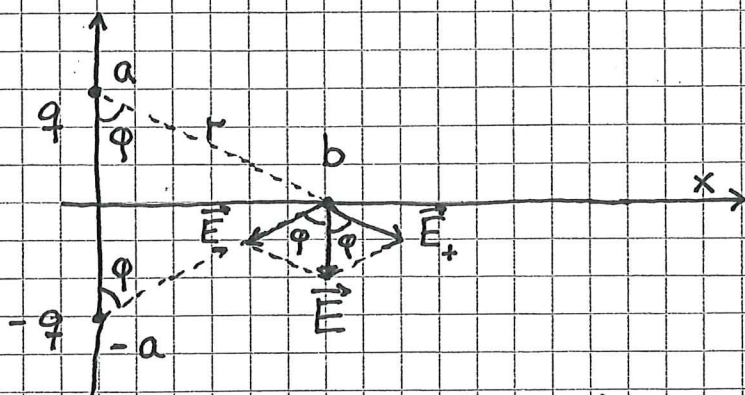
El. felt i pos. P:

$$\vec{E} = \int \frac{\hat{r} dq}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

Øks 1: Elektrisk dipol

(8)

Punktladn. $\pm q$ i $y = \pm a$; hva er \vec{E} i $x = b$ (på x-aksen)?



$$\vec{E} = -E \hat{y}$$

$$E = 2E_+ \cos \varphi \quad (E_- = E_+)$$

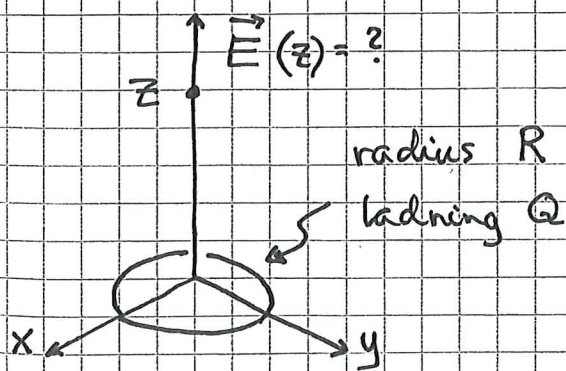
$$E_+ = q / 4\pi\epsilon_0 (a^2 + b^2)$$

$$\cos \varphi = a / \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\Rightarrow \vec{E} = -\hat{y} \cdot 2qa / (a^2 + b^2)^{3/2} 4\pi\epsilon_0$$

$E(r) = \frac{2qa}{4\pi\epsilon_0 r^3} \sim 1/r^3$; dvs $E(r)$ går raskere mot null enn for en punktladning når r øker.

Øks 2: Jeomt ladet ring

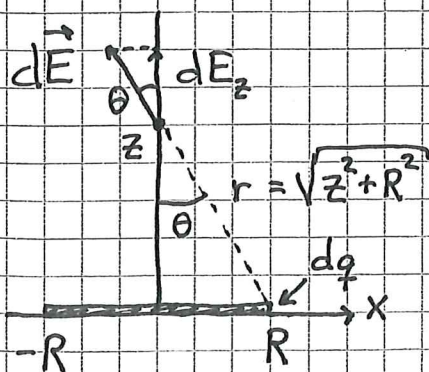


Pga symmetri er

$$\vec{E}(z) = E_z(z) \hat{z}$$

på z-aksen.

Bidrag fra liten ladning dq , f.eks. på x-aksen:



$$dE_z = dE \cdot \cos \theta$$

$$dE = dq / 4\pi\epsilon_0 r^2$$

$$\cos \theta = z/r$$

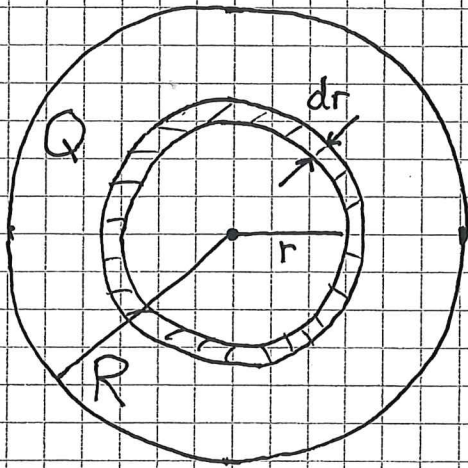
$$\Rightarrow E_z(z) = \int dE_z = \frac{z}{4\pi\epsilon_0 r^3} \int dq = \frac{Qz}{4\pi\epsilon_0 (z^2 + R^2)^{3/2}} \quad (9)$$

Rimelig: Riktig enhet. $E_z(0) = 0$. $E_z(-z) = -E_z(z)$.

$$E_z(z) \stackrel{z \gg R}{\approx} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 z^2}; \text{ som punktladn. } Q \text{ i origo.}$$

Eks 3: Jevnt ladet skive

= sum av tynne ringer (jfi samme type ide ved beregning av treghetsmoment for ring og skive)



Ladning på tynn ring med radius r og bredde dr :

$$dq = Q \cdot \frac{dA}{A} = Q \cdot \frac{2\pi r dr}{\pi R^2}$$

Bidrar med el. felt

$$dE_z = \frac{dq \cdot z}{4\pi\epsilon_0 (r^2 + z^2)^{3/2}}$$

på z -aksen (symmetriaksen; ut av planet)

\Rightarrow Totalt el. felt på symmetriaksen:

$$E_z = \int dE_z = \frac{Qz}{2\pi\epsilon_0 R^2} \int_0^R \frac{r dr}{(r^2 + z^2)^{3/2}}$$

$$= \frac{Qz}{2\pi\epsilon_0 R^2} \left[- (r^2 + z^2)^{-1/2} \right]_0^R$$

$$= \frac{Qz}{2\pi\epsilon_0 R^2} \left\{ \frac{1}{z} - \frac{1}{\sqrt{R^2 + z^2}} \right\}$$

$$= \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 R^2} \left\{ 1 - \frac{1}{\sqrt{1 + R^2/z^2}} \right\}$$

Svaret er rimelig: Langt unna skiva er $z \gg R$.

Da er $(1 + R^2/z^2)^{-1/2} \approx 1 - R^2/2z^2$ slik at

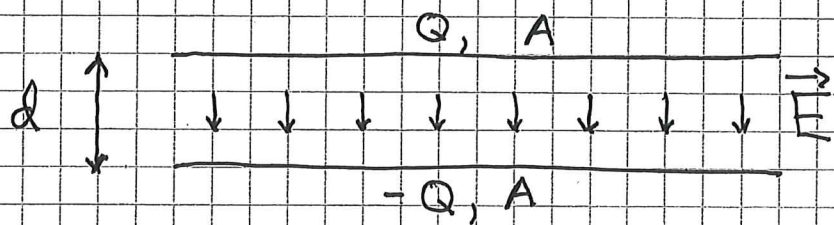
$E_z \approx \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 z^2}$, som er felt i avstand z fra en punktladning Q i origo.

Nær skiva, for $z \ll R$, er feltet konstant:

$$E_z \approx \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 R^2} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

med $\sigma = Q/\pi R^2 =$ skivas ladning pr flateenhet.

Et nyttig resultat: En parallelplatekondensator er to parallelle metallplater som kan tilføres like stor ladning med motsatt fortegn, $\pm Q$:



Med liten avstand d mellom platene blir

$$E \approx 2 \cdot \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad (\sigma = Q/A)$$

mellom platene, og

$$E \approx 0$$

utenfor platene.

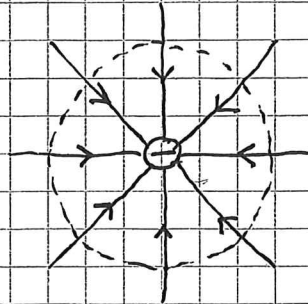
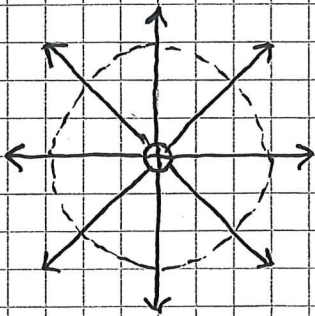
Feltlinjer for \vec{E} [OS2 5.6; YF 21.6; LHL 19.6] (11)

Gir et visuelt bilde av \vec{E} i området omkring ladningen (e). Retning: Feltlinjene $\parallel \vec{E}$ overalt.

Feltstyrke: $E = |\vec{E}|$ er prop. med antall feltlinjer som krysser en flate, pr flateenhet.

Eks 1: Punktladning

Feltlinjer starter / ender på pos. / neg. ladning og går radielt utover / innover:



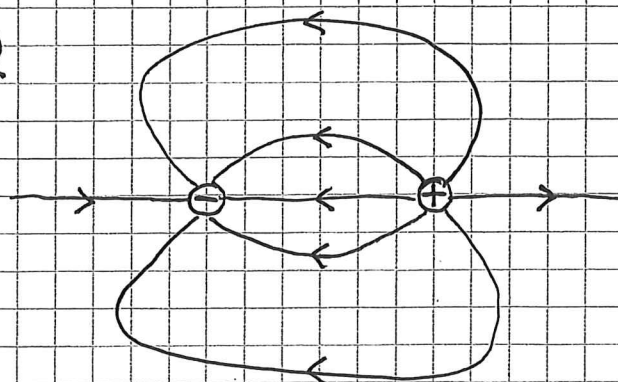
Med N feltlinjer ut/inn gjennom kuleflate med radius r og areal $4\pi r^2$ blir

$$\text{feltlinjetettheten } N/A = N/4\pi r^2$$

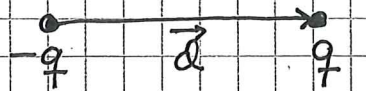
$$\text{og feltstyrken } E = q/4\pi\epsilon_0 r^2$$

på kuleflaten. Dvs, både N/A og E er prop. med $1/r^2$, slik at E er prop. med N/A , som foreskrevet.

Eks 2: Dipol



Elektrisk dipolmoment [OS2 5.7; YF 21.7; LHL 19.10] (12)

Enkel dipol,  har dipolmoment

$$\vec{p} = q\vec{d}$$

$$[p] = \text{C} \cdot \text{m}$$

System med flere punktladninger q_i i pos. \vec{r}_i :

$$\vec{p} = \sum_i q_i \vec{r}_i$$

Kontinuerlig ladningsfordeling:

$$\vec{p} = \int \vec{r} dq$$

NB: Har alltid null nettoladning for en elektrisk dipol,

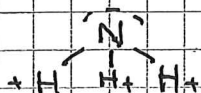
$$Q = \sum_i q_i = 0$$

$$\text{evt } Q = \int dq = 0$$

Anvendelser:

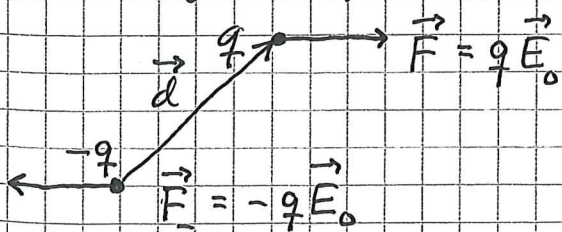
- Molekyler som H_2O , NH_3 ... er permanente el. dipoler.

$|\vec{p}|$ sier i hvor stor grad molekylet er polarisert



- Symmetri kan gi $p = 0$: $\text{O} = \text{C} = \text{O}$

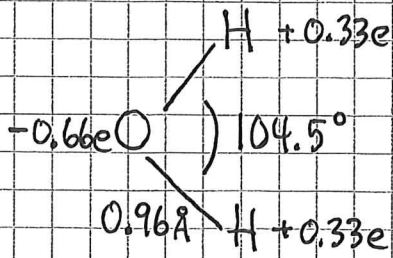
- Molekylære dipoler rettes inn langs et ytre felt \vec{E}_0 :



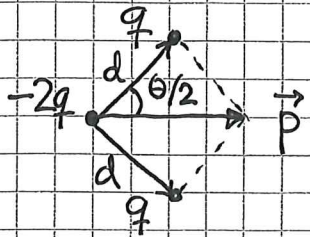
Stoffet polariseres.

(Mer om materialers elektriske egenskaper snart!)

Eks 1: H_2O , punktladningsmodell



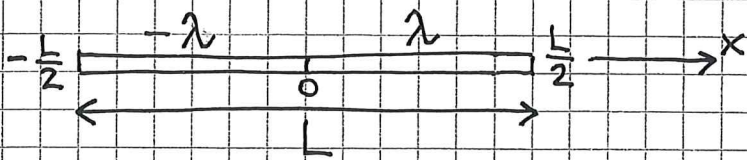
Hva er \vec{p} ?



$$p = 2 q d \cos \frac{\theta}{2} = 2 \cdot 0.33e \cdot 0.96 \text{ \AA} \cdot \cos 52.25^\circ$$

$$= \underline{0.39 e \text{ \AA}} = 6.2 \cdot 10^{-30} \text{ C m}$$

Eks 2: Stavedipol



$\pm \lambda =$ ladning pr lengdeenhet

Ladningsparet $\pm dq = \pm \lambda dx$ i posisjon $\pm x$ bidrar med

$$d\vec{p} = 2 \times \lambda dx \hat{x}$$

\Rightarrow Totalt dipolmoment:

$$\vec{p} = \int d\vec{p} = \int_0^{L/2} 2 \times \lambda dx \hat{x} = 2\lambda \hat{x} \int_0^{L/2} x^2 = \underline{\underline{\frac{1}{4} \lambda L^2 \hat{x}}}$$

Enhet: $[\lambda L^2] = \frac{C}{m} \cdot m^2 = C \cdot m$; OK,

$p = \frac{1}{4} \lambda L^2$ tilsvarer to punktladninger $\pm \lambda \cdot \frac{L}{2}$

i innbyrdes avstand $L/2$; ikke unimelig !!