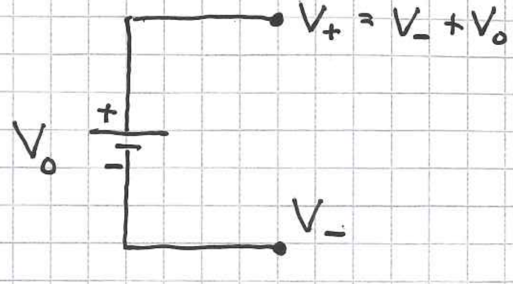
Likestrømkretser [OS2 10 ; YF 26 (25) ; LHL 22]

DC = direct current = likestrøm

Likespenningskilde :



Sørger for konstant spenning $V_0 = V_+ - V_-$ mellom polene.

Eks: Kjemisk batteri, solcelle

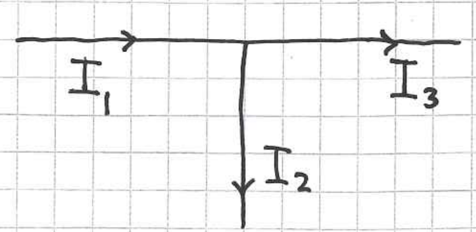
Kirchhoffs Lover (regler) [OS2 10.3 ; YF 26.2 ; LHL 22.3]

K1: Knutepunktregel (Strømregel)

Ladning hoper seg ikke opp på ulike steder i en elektrisk krets. (Med unntak av platene i en kondensator.) Da må netto strøm inn mot et knutepunkt være lik netto strøm ut av knutepunktet.

$$\boxed{\sum_j I_j = 0 \quad \text{i alle knutepunkt i el. krets}} \qquad \text{K1}$$

Eks:



Velg f.eks. positivt fortegn inn og negativt fortegn ut.

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

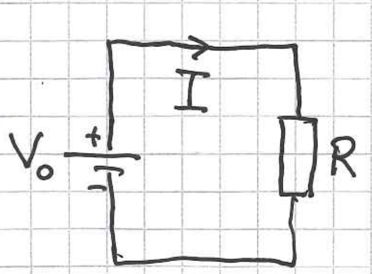
$$\underbrace{I_1}_{\text{inn}} = \underbrace{I_2 + I_3}_{\text{ut}}$$

K2: Sløyferegel (Spenningsregel)

På et gitt sted i en el. krets må en ladning ha en entydig potensiell energi. Dvs, potensialet på ethvert sted må være entydig. Da må summen av alle potensialendringer rundt enhver lukket sløyfe være null.

$$\boxed{\sum_j V_j = 0 \quad \text{rundt alle sløyfer i el. krets}} \qquad \text{K2}$$

Eks 1: Ideell spenningskilde og motstand

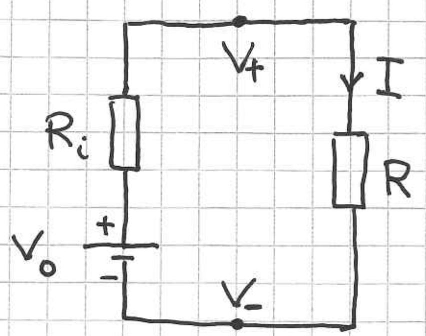


Velg f.eks. <u>pos.</u> fortegn på potensial<u>økninger</u>.

$$\Rightarrow V_0 - RI = 0$$

$$\Rightarrow I = V_0/R$$

Eks 2: Reell spenningskilde har <u>indre</u> motstand R_i



$$V_0 - R_i I - RI = 0$$

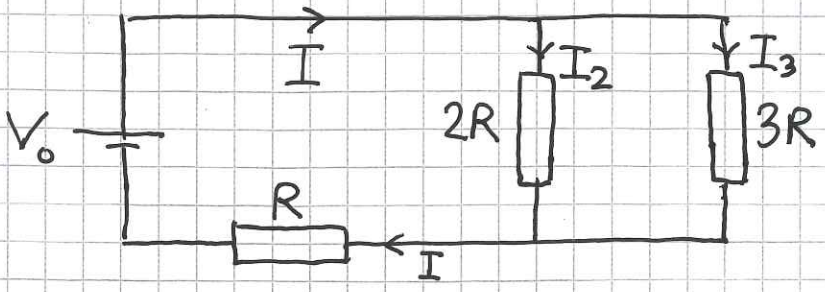
$$\Rightarrow I = \frac{V_0}{R_i + R}$$

Spenning over <u>ytre</u> krets R: $V_+ - V_- = V_0 - R_i I < V_0$ når $I > 0$

Gamle batterier: Større og større R_i

$\Rightarrow$ Mindre og mindre polspenning $V_+ - V_-$ når $I > 0$

Eks 3:



$$V_0 = I \cdot R_{tot} \; ; \quad R_{tot} = R + \left(\frac{1}{2R} + \frac{1}{3R} \right)^{-1} = \frac{11}{5} R$$

$$\Rightarrow I = \frac{5 V_0}{11 R} \, , \quad I_2 = \frac{3}{5} I = \frac{3 V_0}{11 R} \, , \quad I_3 = \frac{2}{5} I = \frac{2 V_0}{11 R}$$

(Lik spenning over 2R og 3R.)

Elektrisk effekt [OS2 9.5 ; YF 25.5 ; LHL 22.2]

$$V = V_+ - V_-$$

Energi som følger med ladning dQ inn i lederbiten:

$$dU_{inn} = V_+ \cdot dQ$$

Energi ut med dQ ved potensial V_- :

$$dU_{ut} = V_- \cdot dQ$$

Differansen omdannes til varmeenergi i lederbiten. Effekttap:

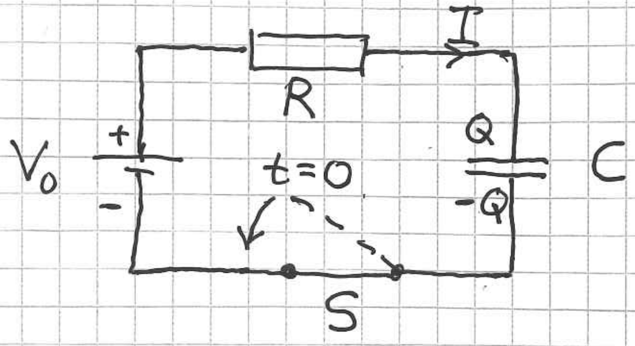
$$P = \frac{dU}{dt} = \frac{dU_{inn} - dU_{ut}}{dt} = (V_+ - V_-) \frac{dQ}{dt} = VI$$

Hvis ohmsk motstand : $V = RI$

Da er: $P = VI = RI^2 = V^2/R$

RC-kretser [OS2 10.5; YF 26.4; LHL 22.4]

Opplading av kondensator i RC-krets:



- $Q=0$, $I=0$ inntil $t=0$
- Bryter S lukkes ved $t=0$
- Finn $Q(t)$ og $I(t) = dQ/dt$

K2 : $V_0 - RI - \frac{Q}{C} = 0$

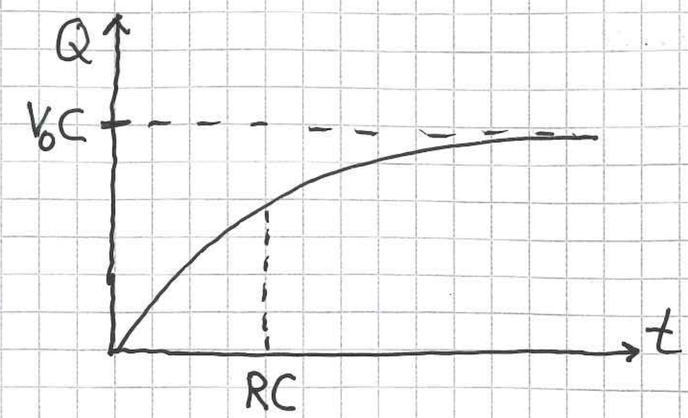
$$\Rightarrow \quad -RC\frac{dQ}{dt} = Q - V_0 C$$

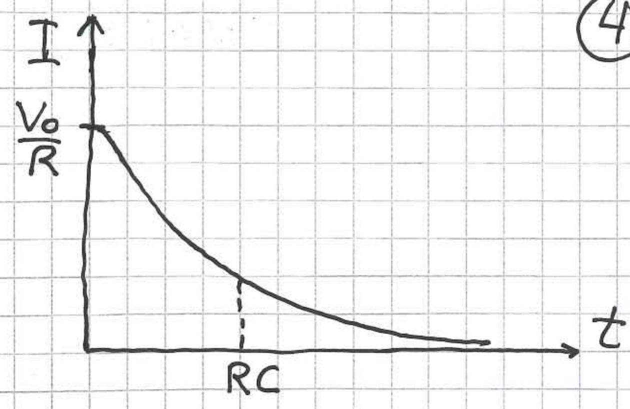
$$\Rightarrow \quad \int_0^Q \frac{dQ}{Q - V_0 C} = -\int_0^t \frac{dt}{RC}$$

$$\Rightarrow \quad \ln\left\{\frac{Q - V_0 C}{-V_0 C}\right\} = -\frac{t}{RC}$$

$$\Rightarrow \quad Q(t) = V_0 C\left\{1 - e^{-t/RC}\right\}$$

$$\Rightarrow \quad I(t) = \frac{V_0}{R} e^{-t/RC}$$





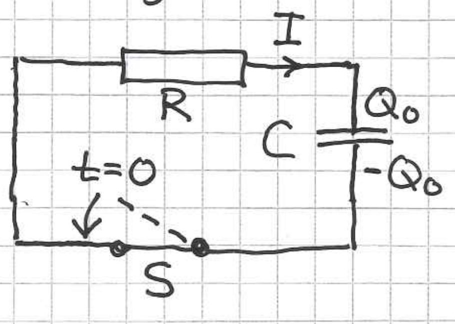
Produktet RC angir en tidsskala for opplading av kondensatoren i en RC-krets.

Kalles kretsens <u>tidskonstant</u> : $\boxed{\tau = RC}$

$Q(\tau) = V_0 C\,(1 - 1/e) \simeq 0.63\, V_0 C$; $Q(3\tau) \simeq 0.95\, V_0 C$

$I(\tau) = \frac{V_0}{R} \cdot \frac{1}{e} \simeq 0.37\, \frac{V_0}{R}$; $I(3\tau) \simeq 0.05\, \frac{V_0}{R}$

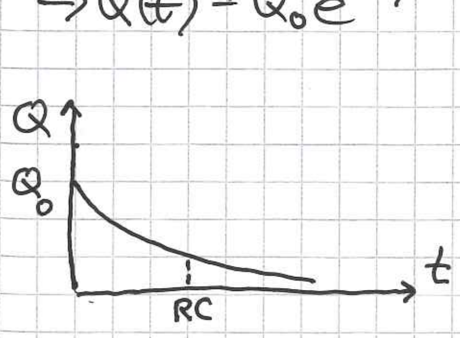
Utlading av oppladet kondensator:

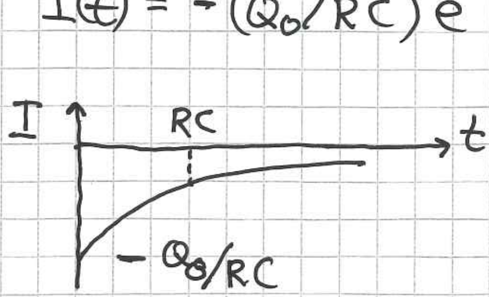


- Før $t=0$: $Q = Q_0$; $I = 0$
- Lukker S ved $t=0$
- Finn $Q(t)$ og $I(t)$

K2: $-Q/C - R\,dQ/dt = 0 \Rightarrow \int_{Q_0}^{Q} \frac{dQ}{Q} = -\int_0^t \frac{dt}{RC}$

$\Rightarrow Q(t) = Q_0 e^{-t/RC}$; $I(t) = -(Q_0/RC)\, e^{-t/RC}$





Anvendelser: Blinklys, Blitz,

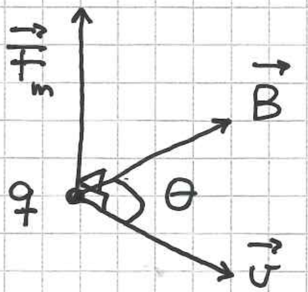
Magnetostatikk [OS2 11, 12 ; YF 27, 28 ; LHL 23]

Magnetisk kraft [OS2 11.2 ; YF 27.2 ; LHL 23.4]

En elektrisk strøm omgir seg med et magnetfelt $\vec{B}$.
Gir magnetisk kraft

$$\vec{F}_m = q\,\vec{v} \times \vec{B}$$

på ladning q i bevegelse med hastighet $\vec{v}$.

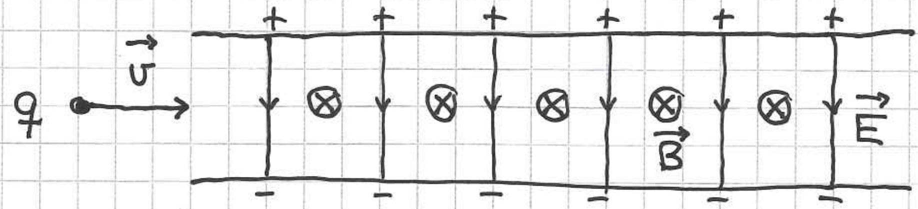


$$F_m = q v B \sin\theta$$

$$\vec{F}_m \perp \vec{B}, \qquad \vec{F}_m \perp \vec{v}$$

$$[B] = \frac{N}{C\cdot m/s} = \frac{N}{A\cdot m} = T \quad \text{(tesla)}$$

Eks: Krysset $\vec{E}$- og $\vec{B}$-felt



$\otimes$ inn i planet
$\odot$ ut av —"—

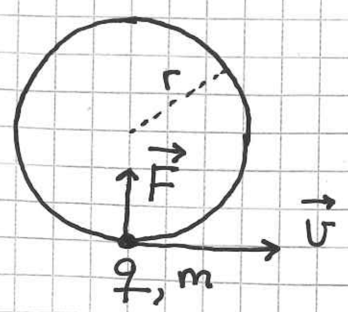
$$\vec{F} = \vec{F}_e + \vec{F}_m = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B} \quad \text{(= Lorentzkraften)}$$

$q > 0 \Rightarrow \vec{F}_e$ ned, $\vec{F}_m$ opp

$\Rightarrow$ Ingen avbøyning $(F = 0)$ hvis $v = E/B$.

Ladning i uniformt $\vec{B}$-felt [OS2 11.3 ; YF 27.4 ; LHL 23.1+4]

$\vec{B}$ $\otimes$
(inn i planet)



Anta $\vec{v} \perp \vec{B}$

$\Rightarrow F = qvB$

Tilført effekt : $P = \vec{F} \cdot \vec{v} = 0$

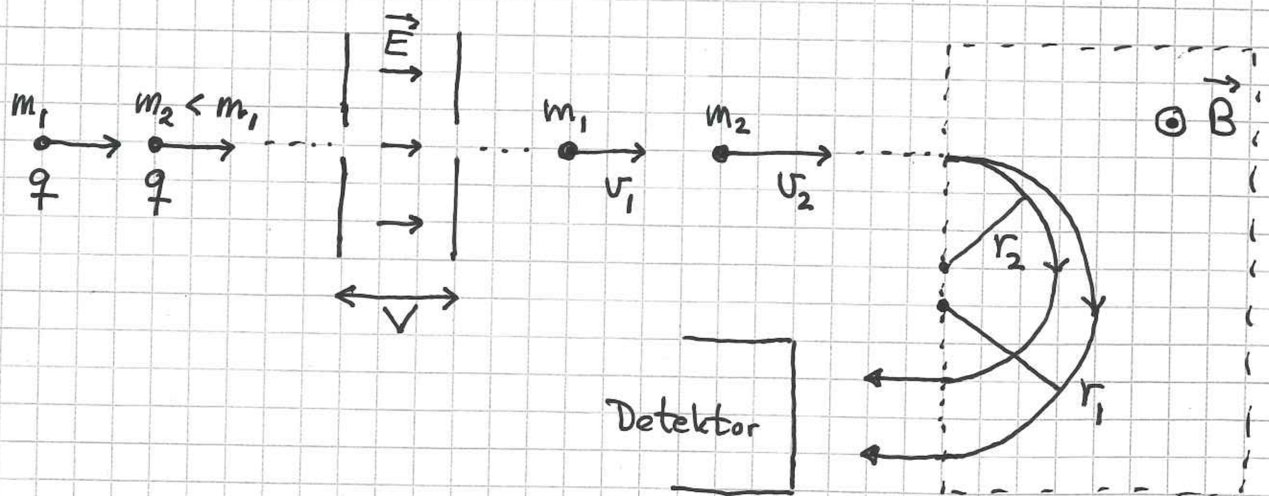
Dvs : Magnetisk kraft <u>kan ikke</u> gjøre et arbeid.

$\Rightarrow K = \frac{1}{2}mv^2 = \text{konstant}$ $\Rightarrow$ <u>uniform</u> sirkelbevegelse

N2 : $qvB = mv^2/r$ $\Rightarrow$ $r = mv/qB$

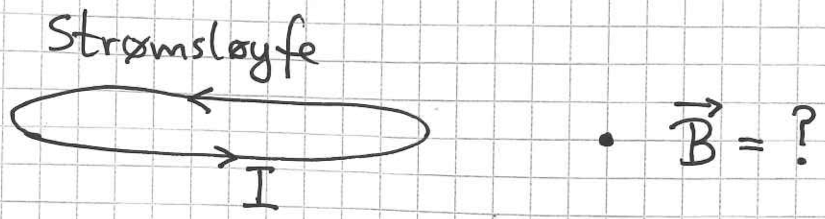
$\Rightarrow \omega_c = v/r = qB/m$ = syklotronfrekvensen

Eks: Massespektrometer [OS2 11.7; YF 27.5] (Øv.12)

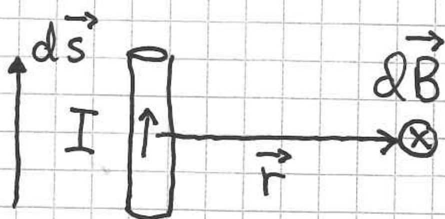


$\Rightarrow$ Separasjon av ulike isotoper med lik ladning q men ulik masse m_1 og m_2.

Biot-Savarts lov [OS2 12.1 ; YF 28.2 ; LHL 23.5]



Et lite "strømelement" $I \cdot d\vec{s}$ gir et lite bidrag $d\vec{B}$ til det totale magnetfeltet $\vec{B}$ i avstand $\vec{r}$ fra strømelementet :



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I\, d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2}$$

Vakuumpermeabiliteten :

$$\mu_0 \approx 4\pi \cdot 10^{-7} \ \mathrm{T \cdot m/A} \qquad (\text{evt. } \mathrm{N/A^2})$$

(Før 20.05.2019 : $\mu_0 \equiv 4\pi \cdot 10^{-7} \ \mathrm{T \cdot m/A}$)

(Lysfarten i vakuum: $c = 1/\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \approx 3 \cdot 10^8 \ \mathrm{m/s}$)

Totalt magnetfelt fra ei strømsløyfe blir dermed :

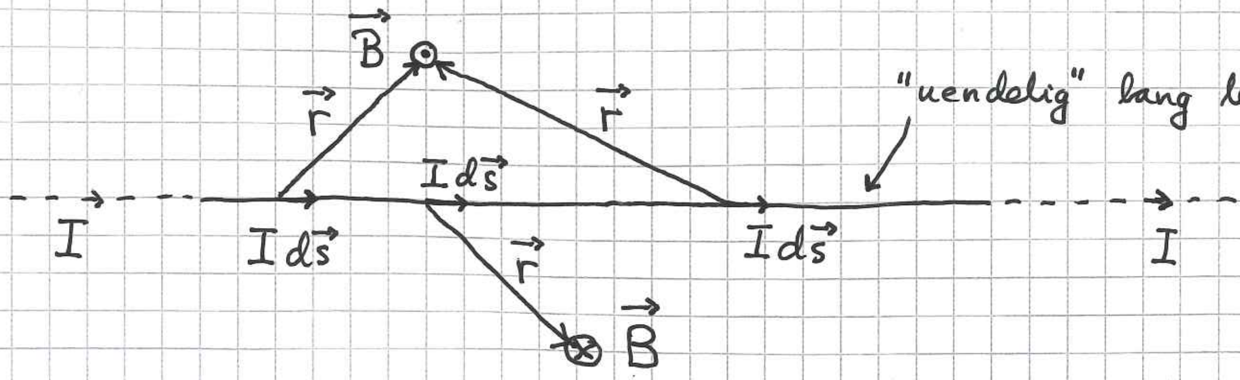
$$\boxed{\vec{B} = \oint d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint \frac{d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2}}$$

Biot-Savarts lov (1820)

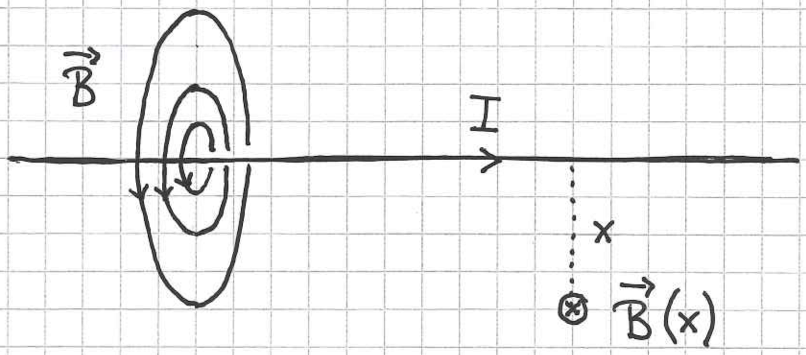
Sammenlign med elektrisk felt fra ladningsfordeling :

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int \frac{dq\, \hat{r}}{r^2} \ ; \quad \text{Coulombs lov}$$

Eks 1 : $\vec{B}$ fra lang, rett strømførende leder
[OS2 12.2 ; YF 28.3 ; LHL 23.5]



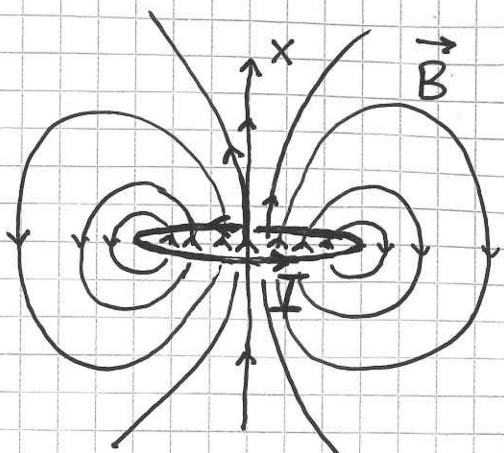
- $d\vec{B} \sim I\,d\vec{s} \times \vec{r}$ $\Rightarrow$ alle bidrag peker ut av / inn i planet på oppsiden / nedsiden av lederen
- $\vec{B}$ må da være tangentiell til sirkel konsentrisk med lederen $\Rightarrow$ feltlinjer for $\vec{B}$ er sirkler konsentriske med lederen



- Biot-Savarts lov gir $B(x) = \mu_0 I / 2\pi x$
(se pdf-notat for detaljer)
- Høyrehåndsregel : Tommel langs I $\Rightarrow$ Resterende fingre krummer i retningen til $\vec{B}$
- Alltid <u>lukkede</u> feltlinjer for $\vec{B}$: Vi har ikke magnetisk ladning. Men vi har <u>magnetiske dipoler</u>, se Eks 2 og 3.

Eks 2 : $\vec{B}$ fra sirkulær strømsløyfe

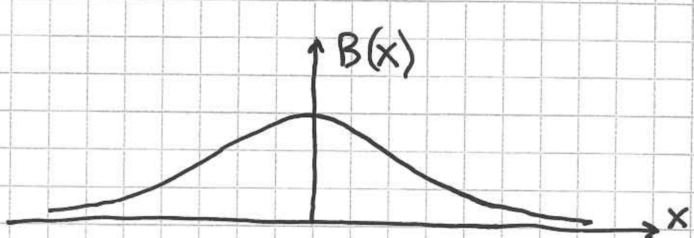
[OS2 12.4 ; YF 28.5 ; LHL 23.6]



- Strømsløyfe i yz-planet. Strøm I. Radius R.
- Nær lederen er $\vec{B}$ omtrent som for lang, rett leder (sirkulære feltlinjer)

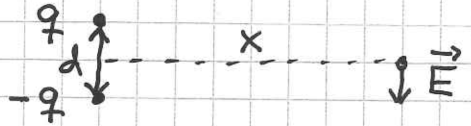
- På x-aksen er $\vec{B} \parallel \hat{x}$ pga symmetri
- Biot-Savarts lov gir, for B på x-aksen: $B(x) = \dfrac{\mu_0 I R^2}{2(x^2+R^2)^{3/2}}$

(se notat for detaljer)



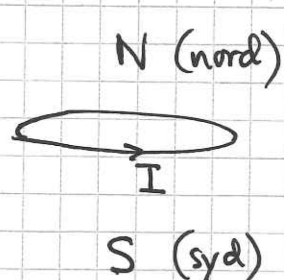
- Langt unna, for $x \gg R$, på x-aksen: $B(x) \approx \dfrac{\mu_0 I R^2}{2x^3} \sim \dfrac{1}{x^3}$

Sammenlign med el. felt fra el. dipol:



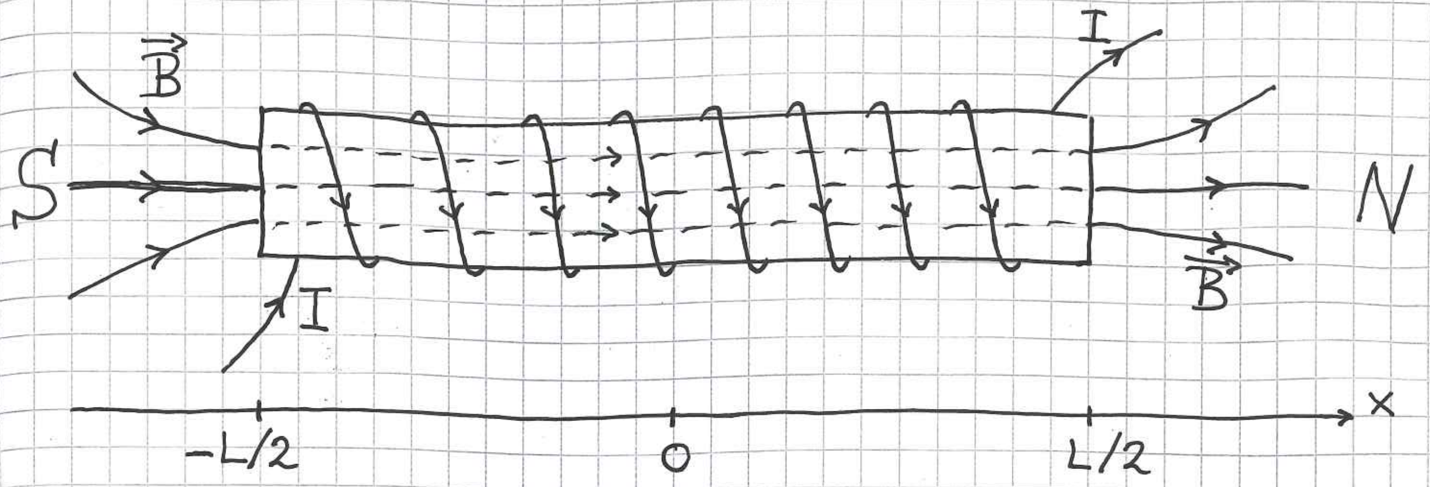
$$E(x) \overset{x \gg d}{\approx} \frac{q d}{4\pi\varepsilon_0 x^3} \sim \frac{1}{x^3}$$

Strømsløyfa er en <u>magnetisk dipol</u> :



(Mer om magn. dipoler og magn. dipolmoment snart.)

Eks 3: $\vec{B}$ fra strømførende spole [OS2 12.6; YF 28.7; LHL 23.6]



- N viklinger på lengde L. Tverrsnitt $A = \pi R^2$
- Tettliggende viklinger $\Rightarrow$ som $\vec{B}$ fra N sirkulære strømsløyfer $\Rightarrow$ kan summere / integrere $\vec{B}$ fra Eks 2 (se notat for detaljer)
- På spolens akse: $B(x) = \frac{1}{2}\mu_0 n I \left\{ \frac{L/2 - x}{\sqrt{(\frac{L}{2}-x)^2 + R^2}} + \frac{L/2 + x}{\sqrt{(\frac{L}{2}+x)^2 + R^2}} \right\}$

med $n = N/L$ = viklingstettheten = viklinger pr lengdeenhet

- Lang spole, $L/2 \gg R$:

$$B(\pm L/2) = \frac{1}{2}\mu_0 n I$$ (på aksen, ved spolens ender)

Overalt inni spolen (så lenge $|x| \ll L/2$):

$$\boxed{B = \mu_0 n I}$$ Vårt "hovedresultat"!

Utenfor spolen:

$$B \approx 0$$