

Oppgaver med løsningsforslag

1) Du skal kjøpe stenderverk (planker) av gran, dimensjon (tverrsnitt) $48 \text{ mm} \times 98 \text{ mm}$ og massetetthet 400 kg/m^3 . Du har en tilhenger som tåler et lass på 300 kg . Hvor mange meter med stendere (planker) kan du lesse på tilhengeren?

- A) 644 m B) 337 m C) 159 m D) 75 m

Et overslag basert på et tverrsnitt $5 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$, dvs 0.005 m^2 , gir at en lengde 1 m har masse $0.005 \cdot 400 \text{ kg} = 2 \text{ kg}$. Et lass på 300 kg tilsvarer dermed 150 m med planker, eller litt mer, ettersom tverrsnittet er noe mindre. Riktig svar: C.

2) Ei kule har masse 1.0 kg . En forsøksserie viser at luftmotstanden best kan beskrives med en hastighets-avhengig friksjonskraft $f(v) = -av - bv^2$, med koeffisienter $a = 0.1$ og $b = 0.01$, begge målt i SI-enheter. Hva er korrekte SI-enheter for a og b ?

- A) $[a] = \text{kg/s}$, $[b] = \text{kg/m}$ B) $[a] = \text{kg/m}$, $[b] = \text{kg/s}$
C) $[a] = \text{s/kg}$, $[b] = \text{m/kg}$ D) $[a] = \text{m/kg}$, $[b] = \text{s/kg}$

$[a] = [f/v] = \text{N}/(\text{m/s}) = (\text{kg m/s}^2)/(\text{m/s}) = \text{kg/s}$. $[b] = [f/v^2] = \text{N}/(\text{m/s})^2 = (\text{kg m/s}^2)/(\text{m/s})^2 = \text{kg/m}$. Riktig svar: A.

3) Kula i oppgave 2 slippes ut fra toppen av en skyskraper. Hva blir kulas maksimale hastighet?

- A) 13 m/s B) 20 m/s C) 27 m/s D) 34 m/s

Maksimal hastighet (terminalhastighet) v når $mg = av + bv^2$, dvs $bv^2 + av - mg = 0$, som har løsning

$$v = -\frac{a}{2b} + \frac{1}{2b}\sqrt{a^2 + 4bmg}.$$

Innsetting av oppgitte tallverdier gir $v = 26.72 \simeq 27 \text{ m/s}$. Riktig svar: C.

4) En kloss er plassert på et skråplan. Statisk og kinetisk friksjonskoeffisient mellom kloss og skråplan er hhv $\mu_s = 0.20$ og $\mu_k = 0.15$. Hvor stor vinkel kan skråplanet maksimalt danne med horisontalen uten at klossen skal begynne å gli?

- A) 11° B) 16° C) 21° D) 26°

$N = mg \cos \alpha$ og $f \leq \mu_s N = \mu_s mg \cos \alpha$. Klossen ligger i ro så lenge friksjonskraften f kan balansere tyngdens komponent langs skråplanet $mg \sin \alpha$. Dermed: $\mu_s mg \cos \alpha_{\max} = mg \sin \alpha_{\max}$, som betyr at $\alpha_{\max} = \arctan \mu_s = \arctan 0.20 = 11.3^\circ$. Riktig svar: A.

5) Hva blir akselerasjonen til en kloss som glir nedover et skråplan med helningsvinkel α , dersom kinetisk friksjonskoeffisient er μ_k ?

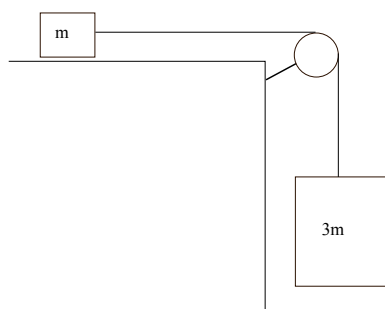
- A) $g(\cos \alpha - \mu_k \sin \alpha)$ B) $g(\cos \alpha + \mu_k \sin \alpha)$ C) $g(\sin \alpha - \mu_k \cos \alpha)$ D) $g(\sin \alpha + \mu_k \cos \alpha)$

Når klossen glir, er friksjonskraften $f = \mu_k N = \mu_k mg \cos \alpha$, slik at netto kraft nedover langs skråplanet blir $mg \sin \alpha - \mu_k mg \cos \alpha$. Akselerasjonen er følgelig $g \sin \alpha - \mu_k g \cos \alpha$. Riktig svar: C.

6) Hva er treghetsmomentet mhp en akse gjennom massesenteret (og normalt på plankens lengderetning) til en av plankene fra oppgave 1, dersom den er 4 m lang? (Oppgitt: $I_0 = ML^2/12$.)

- A) 1 kg m^2 B) 10 kg m^2 C) 100 kg m^2 D) 1000 kg m^2

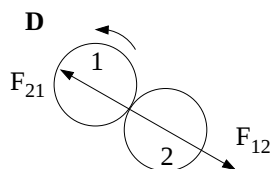
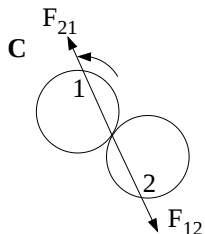
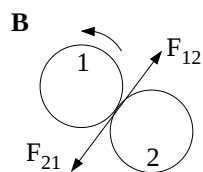
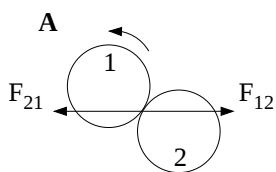
Fra oppgave 1 har vi en masse ca 2 kg pr m, slik at denne planken har masse ca 8 kg. Dermed er $I_0 = 8 \cdot 4^2/12 = 32/3 \simeq 11 \text{ kg m}^2$. Estimater er basert på et tverrsnitt 50 cm^2 , så 10 kg m^2 høres bra ut. Riktig svar: B. (Med eksakte oppgitte mål: $M = \rho LA = 400 \cdot 4 \cdot 48 \cdot 10^{-3} \cdot 98 \cdot 10^{-3} = 7.53 \text{ kg}$, som gir $I_0 = 10.04 \text{ kg m}^2$.)



7) To masser m og $3m$ er festet i hver sin ende av ei (stram) snor som går over ei trinse. Snor og trinse kan regnes som masseløse, og vi ser bort fra friksjon. Hva er klossenes akselerasjon?

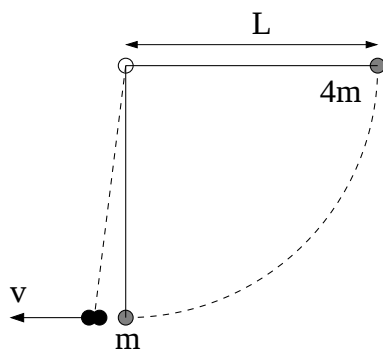
- A) $g/4$ B) $g/2$ C) $3g/4$ D) g

Ytre kraft som akselererer systemet er $3mg$. Dermed: $3mg = 4ma$, dvs $a = 3g/4$. Riktig svar: C.



8) Curlingstein nr 1 støter mot nr 2 som vist i figuren. Hastigheter rett før støtet er v_1 mot høyre og $v_2 = 0$, mens vinkelhastigheter rett før støtet er ω_1 mot klokka og $\omega_2 = 0$. Friksjonskoeffisienten mellom steinene er $\mu > 0$. Hvilken figur viser innbyrdes krefter (F_{12} , F_{21}) mellom steinene i støtøyeblikket? (F_{ij} = kraft fra stein i på stein j .)

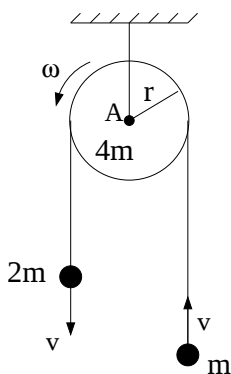
Stein nr 1 roterer mot klokka, slik at friksjonsbidraget til F_{12} , kraften fra nr 1 på nr 2, må ha retning litt på skrå oppover mot høyre. Riktig svar: A.



9) To kuler, med masse m og $4m$, er hengt opp i samme punkt med tynne, vektløse snorer med lengde $L = 1.0$ m. Kula med masse $4m$ trekkes ut til snora er horisontal og slippes. Den svinger nedover og treffer den andre kula i et sentralt støt. Betrakt kulene som punktmasser slik at snorene er vertikale når kollisjonen skjer. Anta at kollisjonen er fullstendig uelastisk, dvs kulene henger sammen etter kollisjonen. Hva er kulenes felles hastighet v umiddelbart etter kollisjonen?

- A) 1.5 m/s B) 3.5 m/s C) 5.5 m/s D) 7.5 m/s

Energibevarelse gir $4mgL = 4mv_0^2/2$ og dermed hastighet $v_0 = \sqrt{2gL}$ for den fallende kula rett før kollisjonen. Impulsbevarelse i den uelastiske kollisjonen gir deretter $5mv = 4mv_0 = 4m\sqrt{2gL}$, og dermed felleshastighet rett etter kollisjonen $v = 4\sqrt{2gL}/5 = 0.8 \cdot \sqrt{2 \cdot 9.81 \cdot 1.0} = 3.54 \simeq 3.5$ m/s². Riktig svar: B.

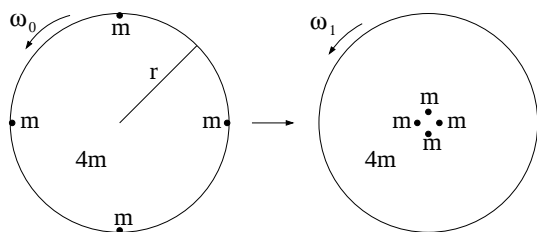


10) Figuren til venstre viser et øyeblikksbilde av to små kuler (punktmasser), med masse $2m$ og m , forbundet med ei vektløs snor som er lagt over ei skive med masse $4m$ og radius r . Skiva har treghetsmoment $I_0 = 2mr^2$ mhp en akse gjennom tyngdepunktet (A), normalt på skiva. Det er tilstrekkelig friksjon mellom snora og skiva til at snora ikke glir. Kulene har hastighet v . Skiva har vinkelhastighet ω . Hva er systemets (to lodd pluss skive) totale dreieimpuls L_A mhp punktet A i skivas sentrum i dette øyeblikket?

- A) $3mrv$ B) $5mrv$ C) $7mrv$ D) $9mrv$

$$L_A = I_0\omega + (2m + m)vr = 2mr^2 \cdot v/r + 3mrv = 5mrv$$

Riktig svar: B.



11) Fire personer, hver med masse m , står helt ute på kanten av en karusell som roterer med vinkelhastighet ω_0 . Karusellen har masse $4m$, radius r og treghetsmoment $2mr^2$ (mhp rotasjonsaksen). De fire personene går så helt inn til sentrum av karusellen. Hva er nå karusellens vinkelhastighet ω_1 ?

- A) $\omega_0/3$ B) ω_0 C) $2\omega_0$ D) $3\omega_0$

Dreieimpuls i starten: $L_0 = 2mr^2\omega_0 + 4mr^2\omega_0 = 6mr^2\omega_0$. Dreieimpuls til slutt: $L_1 = 2mr^2\omega_1$. Dreieimpulsbevarelse gir da $\omega_1 = 3\omega_0$. Riktig svar: D.

12) I oppgave 11, hvordan går det med systemets kinetiske energi når de fire personene går fra kanten og inn til sentrum av karusellen?

- A) Den øker B) Den avtar C) Den forblir uendret D) Spørsmålet lar seg ikke besvare

Alle som har stått på en slik roterende karusell, vet at det er strevsomt å komme seg inn til midten. De fire personene må utføre et arbeid for å få til dette, og energien tar de fra sine egne muskler. (Dvs, kjemisk energi i kroppen omdannes til mekanisk energi i karusellen.) Alternativt kan den kinetiske energien regnes ut: $K_0 = (1/2) \cdot 2mr^2 \cdot \omega_0^2 + (1/2) \cdot 4mr^2 \cdot \omega_0^2 = 3mr^2\omega_0^2$. $K_1 = (1/2) \cdot 2mr^2 \cdot \omega_1^2 = 9mr^2\omega_0^2 = 3K_0$. Riktig svar: A.

13) Et sykkelhjul med masse M og radius R ruller uten å gli (slure) bortover et flatt underlag. Hjulets massesenter har hastighet V . Aksling (nav) og eiker er så lette at de kan regnes som masseløse. Hva er sykkelhjulets kinetiske energi?

- A) $MV^2/4$ B) $MV^2/2$ C) $3MV^2/4$ D) MV^2

$K = MV^2/2 + I_0\omega^2/2 = MV^2/2 + MR^2V^2/2R^2 = MV^2$. Riktig svar: D.

14) Sykkelhjulet i oppgave 13 slurer (glir) nå nedover et glatt skråplan som danner en vinkel θ med horisontalen. Kinetisk friksjonskoeffisient mellom hjul og skråplan er μ_k . Med hjulets massesenter som referansepunkt, hva er netto ytre dreiemoment på hjulet?

- A) $MgR \sin \theta$ B) $\mu_k MgR \sin \theta$ C) $MgR \cos \theta$ D) $\mu_k MgR \cos \theta$

$\tau_{\text{CM}} = fR = \mu_k NR = \mu_k Mg \cos \theta \cdot R$. Riktig svar: D.

15) Med kontaktpunktet mellom hjul og skråplan som referansepunkt, hva er riktig uttrykk for netto ytre dreiemoment på hjulet i oppgave 14?

- A) $MgR \sin \theta$ B) $\mu_k MgR \sin \theta$ C) $MgR \cos \theta$ D) $\mu_k MgR \cos \theta$

$\tau = G_{\parallel} R = Mg \sin \theta \cdot R$. Riktig svar: A.

16) Ei tynn stang med masse M og lengde L ligger i ro på et flatt, friksjonsfritt underlag, på y -aksen mellom $y = 0$ og $y = L$ (dvs i $x = 0$). Ei kule (tilnærmet punktmasse) med masse M kommer inn fra venstre (dvs fra området der $x < 0$) med hastighet $\mathbf{v}_0 = v_0 \hat{x}$. Dette er utgangspunktet for oppgavene 16 – 20. Hva er hastigheten til massesenteret til dette systemet (stang pluss kule)?

- A) Null B) $(v_0/2) \hat{x}$ C) $v_0 \hat{x}$ D) $2v_0 \hat{x}$

Når systemet består av en M som ligger i ro og en M med hastighet $v_0 \hat{x}$, blir massesenterets hastighet $v_0 \hat{x}/2$. Riktig svar: B.

17) Kula kolliderer fullstendig uelastisk med stanga, helt ute ved stangas ene ende, i $y = L$. Stang og kule beveger seg dermed som et felles legeme etter kollisjonen. Hva er koordinatene (x, y) til systemets massesenter i kollisjonsøyeblikket?

- A) $(0, L/4)$ B) $(0, L/2)$ C) $(0, 3L/4)$ D) $(0, L)$

Stangas massesenter er midt på, i $(0, L/2)$, mens kula er i posisjon $(0, L)$. Da må massesenteret ligge i $(0, 3L/4)$. Riktig svar: C.

18) Hva er systemets totale impuls etter kollisjonen?

- A) Null B) $M(v_0/2) \hat{x}$ C) $Mv_0 \hat{x}$ D) $2Mv_0 \hat{x}$

Her er det ingen ytre krefter som virker på systemet, så impulsen er bevart. Dermed: $Mv_0 \hat{x}$. Riktig svar: C.

19) Hvordan blir systemets bevegelse etter kollisjonen?

- A) Ren rotasjon omkring systemets massesenter.
B) Ren translasjon i x -retning.
C) Translasjon av massesenteret kombinert med rotasjon omkring stangens ene ende.
D) Translasjon av massesenteret kombinert med rotasjon omkring systemets massesenter.

Riktig svar: D. Gjelder helt generelt for et stivt legeme.

20) Hva er systemets treghetsmoment etter kollisjonen, med hensyn på en akse som står normalt på stanga og som går gjennom systemets massesenter?

- A) $5ML^2/3$ B) $5ML^2/6$ C) $5ML^2/12$ D) $5ML^2/24$

Stanga (med Steiners sats): $I_{\text{stang}} = ML^2/12 + M(L/4)^2 = 7ML^2/48$. Kula: $I_{\text{kule}} = M(L/4)^2 = ML^2/16$. Totalt: $I = ML^2(7/48 + 3/48) = 5ML^2/24$. Riktig svar: D.

21) Et lodd henges opp i ei ideell fjær som dermed forlenges med 20 cm. Når loddet så settes i (vertikale) svingninger omkring denne nye likevektsposisjonen, måler du svingetiden (perioden) til $T = 0.9$ s. Hva er da loddets masse m ?

- A) $m = 0.5$ kg B) $m = 1.5$ kg C) $m = 2.5$ kg D) m kan ikke bestemmes basert på disse målingene

Det vi kan si her er at $k\Delta y = mg$, med $\Delta y = 0.20$ m og $g = 9.81$ m/s². Men siden k er ukjent, kan vi heller ikke si hvor stor massen m er. Riktig svar: D.

22) Ved å måle svingeforløpet i oppgave 21 over tilstrekkelig mange perioder oppdager du at amplituden y_0 avtar eksponentielt med tiden, $y_0(t) = A \exp(-\gamma t)$. Med $y_0(0) = A = 1.00$ cm måler du $y_0(10T) = 0.85$ cm. Basert på disse målingene, hva blir svingesystemets Q -faktor, definert som forholdet mellom egenfrekvensen ω_0 og resonanskurvens halvverdibredde $\Delta\omega \simeq 2\gamma$ (ved tvungne svingninger med harmonisk ytre kraft)?

- A) $Q = 3$ B) $Q = 19$ C) $Q = 193$ D) $Q = 319$

Vi har $y_0(9)/y_0(0) = 0.85 = \exp(-\gamma \cdot 9)$, dvs $\gamma = -\ln(0.85)/9 = 0.018 \text{ s}^{-1}$. Her er det svak demping, så $T \simeq 2\pi/\omega_0$, dvs $\omega_0 = 2\pi/0.9 = 6.98 \text{ s}^{-1}$. Dermed er $Q = 6.98/0.036 = 193$. Riktig svar: C.

23) I et eksperiment måles bevegelsen til en kloss nedover et skråplan ved hjelp av et kamera som tar bilder av oppsettet 100 ganger pr sekund. "Rådata" fra eksperimentet, etter en analyse av billedserien, er følgende sammenhørende verdier av tid t_i og posisjon x_i ($i = 1, 2, 3, \dots$). Anta at x -aksen er lagt parallelt med skråplanet, at t_i og x_i er lagret hhv i enhetene ms og mm, og at (det konstante) tidssteget er $\Delta t = t_{i+1} - t_i$. Hvilken algoritme ("oppskrift") kan du nå benytte for å beregne en (tilnærmet) numerisk verdi for klossens akselerasjon a_i ved tidspunktet t_i ?

- A) $a_i = (x_{i+1} + 2x_i + x_{i-1})/(\Delta t)^2$ B) $a_i = (x_{i+1} - 2x_i + x_{i-1})/(\Delta t)^2$
 C) $a_i = (x_{i+1} + 2x_i + x_{i-1})/\Delta t$ D) $a_i = (x_{i+1} - 2x_i + x_{i-1})/\Delta t$

Av dimensjonsmessige grunner er C og D uaktuelle, og det kan ikke gå an å få en akselerasjon ved tid t_i ved kun å legge sammen ulike posisjoner. Følgelig må riktig svar være B. Med litt regning: Hastigheten ved tid $t_i \pm \Delta t/2$ er $v_{i\pm 1/2} = (x_{i\pm 1} - x_i)/\Delta t$. Da blir $a_i = (v_{i+1/2} - v_{i-1/2})/\Delta t = (x_{i+1} - 2x_i + x_{i-1})/(\Delta t)^2$.

24) I eksperimentet i oppgave 23 har x_4, x_5, x_6 tallverdiene 163, 171, 180. Hva er da (omtrent) klossens hastighet? (Enheter er oppgitt i oppgave 23.)

- A) 0.8 cm/s B) 8 cm/s C) 80 cm/s D) 8 m/s

Enheter er oppgitt til ms og mm. Hastigheten er derfor ca $(171-163) \text{ mm}/10 \text{ ms} = 0.8 \text{ m/s} = 80 \text{ cm/s}$. Riktig svar: C.

25) I et problem vedrørende formen på ei klessnor har du endt opp med utfordringen å løse ligningen $x = 7/4 - 2x/\sqrt{1+3x^2}$. Du satser (med hell!) på en enkel iterativ løsningsmetode, der en startverdi for x innsatt på høyre side av ligningen gir en oppdatert verdi av x , og dermed det iterative skjemaet

$$x_{i+1} = \frac{7}{4} - \frac{2x_i}{\sqrt{1+3x_i^2}}.$$

Med startverdien $x_1 = 1.0$, hva blir x_3 ?

- A) $x_3 \simeq 0.565$ B) $x_3 \simeq 0.615$ C) $x_3 \simeq 0.750$ D) $x_3 \simeq 0.835$

$x_2 = 7/4 - 2/\sqrt{1+3} = 3/4$, $x_3 = 7/4 - (6/4)/\sqrt{1+27/16} = 1.75 - 6/\sqrt{43} \simeq 0.835$. (Da $\sqrt{43}$ ligger ca midt mellom 6 og 7, trengs ikke kalkulator for å fastslå at svaret må være større enn 0.75.) Riktig svar: D.

26) En transversal bølge $y(x, t) = y_0 \cos(kx - \omega t)$ forplanter seg på en streng, med $y_0 = 5.0 \text{ cm}$, $k = 5.0 \text{ m}^{-1}$ og $\omega = 50 \text{ s}^{-1}$. Oppgavene 26 – 29 gjelder denne harmoniske bølgen. I hvilken retning forplanter bølgen seg?

- A) Positiv x -retning B) Negativ x -retning C) Positiv y -retning D) Negativ y -retning

$y(x, t)$ er en funksjon av $x - vt$ med $v = \omega/k$, som betyr at bølgen forplanter seg i positiv x -retning. Riktig svar: A.

27) Hva er bølgens periode?

- A) 0.013 ms B) 0.13 ms C) 0.013 s D) 0.13 s

$T = 2\pi/\omega = 2\pi/50 = 0.13 \text{ s}$. Riktig svar: D.

28) Hva er bølgehastigheten?

- A) 1 m/s B) 10 m/s C) 100 m/s D) 1000 m/s

$v = \omega/k = 50/5 = 10 \text{ m/s}$. Riktig svar: B.

29) Hva er strengementenes maksimale hastighet?

- A) 2.5 cm/s B) 25 cm/s C) 2.5 m/s D) 25 m/s

$v_y = dy/dt = \omega y_0 \sin(kx - \omega t)$; dermed er maksimal transversal hastighet $\omega y_0 = 50 \cdot 0.05 = 2.5 \text{ m/s}$. Riktig svar: C.

30) Hva er frekvensene til de fire stående bølgene med lengst mulig bølgelengder på en streng, fastspent i begge ender, med lengde 2.0 m, strekk-kraft 20 N, og masse pr lengdeenhet 2 g/m? (Dvs, grunntonen og de tre påfølgende overtonene.)

- A) 25, 50, 75 og 100 Hz B) 40, 80, 120 og 160 Hz C) 25, 50, 100 og 200 Hz D) 40, 80, 160 og 320 Hz

Grunntonen har bølgelengde $\lambda_1 = 2L$. Tar vi med overtoner: $\lambda_n = 2L/n$, $n = 1, 2, 3, \dots$ Bølgehastigheten er $v = \sqrt{S/\mu}$. Dermed: $f_n = v/\lambda_n = n\sqrt{S/\mu}/2L = n \cdot \sqrt{20/0.002}/4 = n \cdot 25 \text{ Hz} = 25, 50, 75, 100, \dots \text{ Hz}$. Riktig svar: A.

31) En tverrrfløyte med alle klaffer lukket er effektivt et tynt rør med lengde 65 cm som er åpent i begge ender. Hva er da frekvensen til fløytens grunntone? (Lydhastigheten i lufta er 340 m/s.)

- A) 261.5 Hz B) 377.2 Hz C) 429.1 Hz D) 504.8 Hz

$f_1 = v/\lambda_1 = 340/(2 \cdot 0.65) = 261.5$ Hz. Riktig svar: A.

32) En ambulanse nærmer seg ulykkesstedet, der du befinner deg. Du har telefonkontakt med sjåføren, som kan fortelle at sirenen lager lyd med frekvens 440 Hz. Lydhastigheten er 340 m/s. Du hører en lyd med frekvens 475 Hz og konkluderer med at ambulansens hastighet er

- A) 80 km/h B) 90 km/h C) 100 km/h D) 110 km/h

Fra formelvedlegget: $f_O = v f_S / (v - v_S)$, dvs $v f_O - v_S f_O = v f_S$, dvs $v_S = v(f_O - f_S)/f_O = 340 \cdot (475 - 440)/475 = 25$ m/s = 90 km/h. Riktig svar: B.

33) Du slår på to litt forskjellige stemmegaffler som er festet til hver sin resonanskasse (for å forsterke lyden). I løpet av 5 sekunder registrerer du at lydstyrken er maksimal (og minimal) 20 ganger. Hva kan du da fastslå?

- A) At differansen mellom stemmegafflens frekvens er 0.05 Hz.
B) At differansen mellom stemmegafflens frekvens er 0.25 Hz.
C) At differansen mellom stemmegafflens frekvens er 4 Hz.
D) At differansen mellom stemmegafflens frekvens er 20 Hz.

Svevefrekvensen er her $f_S = 20/5 = 4$ Hz, som tilsvarer differansen mellom de to stemmegafflens frekvens. Riktig svar: C.

34) To små bøyer (flytende kuler i plast) drives opp og ned i fase i vannets overflate. Avstanden mellom bøyene er 2.0 m. Bøyene genererer overflatebølger med bølgelengde 0.1 m. I retning normalt på midten av forbindelseslinjen mellom bøyene (symmetrilinjen, $\theta_0 = 0$) observeres det konstruktiv interferens (maksimal bølgehøyde). I hvilken retning, angitt ved minste verdi av vinkelen θ relativt symmetrilinjen, observeres neste interferensmaksimum?

- A) $\theta_1 = 1^\circ$ B) $\theta_1 = 3^\circ$ C) $\theta_1 = 5^\circ$ D) $\theta_1 = 7^\circ$

$d \sin \theta = \lambda$, dvs $\theta = \arcsin(\lambda/d) = \arcsin(0.1/2.0) = 2.87^\circ \simeq 3^\circ$. Riktig svar: B.

35) Ved et lydtrykksnivå på 100 dB vil trykkbølgen for en harmonisk lydbølge med bølgelengde 1.0 m ha en amplitude 2.85 Pa. Hvor stor er amplituden til den tilsvarende longitudinale utsvingsbølgen? (Dvs bølgen som representerer luftmolekylenes midlere utsving fra likevekt.) Oppgitt: Bulkmodul for luft: $B = 1.42 \cdot 10^5$ Pa.

- A) 3.2 m B) 3.2 mm C) 3.2 μm D) 3.2 nm

Fra formelvedlegget: $\Delta p = -B\partial\xi/\partial x$. Med en harmonisk bølge $\xi(x, t) = \xi_0 \sin(kx - \omega t)$ betyr det at trykkbølgens amplitude er $(\Delta p)_0 = kB\xi_0 = (2\pi/\lambda)B\xi_0$. Utsvingsbølgens amplitude er da $\xi_0 = \lambda(\Delta p)_0/2\pi B = 1.0 \cdot 2.85/(2\pi \cdot 1.42 \cdot 10^5) = 3.2 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 3.2 \mu\text{m}$. Riktig svar: C.

36) Et sprittermometer inneholder 1 dL (desiliter) etanol. Spritsøylen, der temperaturen leses av, har et tverrsnitt på 5 mm². Hvor mye stiger spritsøylen når temperaturen øker med 1 K? Volumutvidelseskoeffisienten til etanol: $\beta = 0.001 \text{ K}^{-1}$. (Glassets utvidelse kan neglisjeres.)

- A) 1 mm B) 2 mm C) 1 cm D) 2 cm

Fra formelvedlegget: $\beta = \Delta V/V\Delta T$. Med $\Delta V = A\Delta h$ får vi $\Delta h = \beta V\Delta T/A = 0.001 \cdot 10^{-4} \cdot 1/(5 \cdot 10^{-6}) = 0.02 \text{ m} = 2 \text{ cm}$. Riktig svar: D.

37) Hvor mye øker trykket i en lukket beholder med luft (dvs konstant volum) dersom temperaturen økes fra 0°C til 20°C?

- A) 10% B) 7% C) 4% D) 1%

Med V (og stoffmengden N) konstant er $\Delta p/p = \Delta T/T = 20/273 \simeq 0.07$, dvs 7%. Riktig svar: B.

38) Smeltevarmen til is ved 0°C er 333 J/g. Anta (temmelig urealistisk!) at all potensiell energi går med til å smelte isen dersom vi slipper en isklump med temperatur 0°C fra en høyde h . Hva må da h minst være?

- A) 340 m B) 3400 m C) 34 km D) 34 mil

$mgh = Q = lm$ (der l er smeltevarme pr masseenhed). Dermed: $h = l/g = 333000/9.81 = 33945 \text{ m} \simeq 34 \text{ km}$. Riktig svar: C.

39) Hvor lang tid vil det minst ta å smelte en isbit med temperatur 0°C og masse 25 g i en mikrobølgeovn som leverer 600 W? Anta at hele effekten som leveres av ovnen absorberes av isbiten.

- A) 0.14 sekunder B) 14 sekunder C) 1 minutt og 14 sekunder D) 14 minutter

$Pt = Q = lm \Rightarrow t = lm/P = 333 \cdot 25/600 = 14 \text{ s}$. Riktig svar: B.

40) Etanol har et damptrykk på 10 mm Hg ved 271 K og 40 mm Hg ved 292 K. Hva er da molar fordampningsvarme for etanol? (Tips: Damptrykk-kurven.)

- A) 13 J B) 13 kJ C) 43 J D) 43 kJ

$p_d(292)/p_d(271) = \exp(l/271R - l/292R)$, slik at $l = \ln(40/10) \cdot 8.314(1/271 - 1/292)^{-1} = 43431 \simeq 43 \text{ kJ}$. Riktig svar: D.

41) Badstua på hytta måler $2 \text{ m} \times 2 \text{ m} \times 2 \text{ m}$ (innvendige mål). Den varmes opp fra 0.01°C til 90.01°C uten verken tap eller tilførsel av fuktighet (vann). Når badstua er klar til bruk, holder vegger, tak og gulv samme temperatur som lufta (90.01°C). Hvor mye vann kan vi nå maksimalt fordampe i badstua (ved å skvette vann på den varme ovnen) uten at noe av det kondenserer på vegger, tak eller gulv? Oppgitt: Vann har trippelpunkt ved 612 Pa og 273.16 K; fordampningsvarmen er 45 kJ/mol; den molare massen er 18 g; massetettheten er 1000 kg/m^3 . (Tips: Damptrykk-kurven gir deg metningstrykket (dvs maksimalt damptrykk) ved en gitt temperatur.)

- A) 1 L (liter) B) 4 L C) 10 L D) 40 L

$p_d(363.16) = 612 \cdot \exp((45000/8.314) \cdot (1/273.16 - 1/363.16)) = 612 \cdot \exp(4.91) = 83057 \text{ Pa}$. I et volum $V = 8 \text{ m}^3$ ved temperatur $T = 363.16 \text{ K}$ tilsvarer dette $n = p_d V / RT = 83057 \cdot 8 / (8.314 \cdot 363.16) = 220 \text{ mol}$ med vannmolekyler. Med molar masse 18 g er dette 3.96 kg vann, dvs ca 4 liter. Riktig svar: B.

42) Hvor stor er omtrent RMS-hastigheten $v_{\text{rms}} = \sqrt{\langle v^2 \rangle}$ til vannmolekylene i den varme badstulufta (90.01°C)? (Molar masse: 18 g.)

- A) 7 m/s B) 71 m/s C) 710 m/s D) 7100 m/s

$v_{\text{rms}} = \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{2\langle K_{\text{trans}} \rangle / m} = \sqrt{3k_B T / m} = \sqrt{3 \cdot 1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 363.16 / (0.018 / (6.02 \cdot 10^{23}))} = 709 \text{ m/s}$. Riktig svar: C.

43) Badstua i oppgave 41 har vegger og tak som består av 3 cm utvendig og 2 cm innvendig panel, med 15 cm isolasjon (glassvatt; 90% av arealet) eventuelt 15 cm stenderverk (samme type tre som panelet; 10% av arealet). Denne badstua har (ikke helt typisk!) et gulv som er så godt isolert at vi kan neglisjere varmetapet gjennom gulvet. Med 90°C inni og 0°C utenfor, hva blir totalt varmetap pga varmeledning gjennom taket og de fire veggene? Oppgitte varmeledningsevner: $\kappa_p = 0.12 \text{ W/m K}$ (panel, stendere), $\kappa_g = 0.035 \text{ W/m K}$ (glassvatt). (Tips: 90% av arealet er en seriekobling av 5 cm treverk og 15 cm glassvatt ("type A"), resterende 10% er 20 cm gjennomgående treverk ("type B"). Anta utelukkende endimensjonal varmeledning, slik at tak og vegger effektivt representerer en parallellkobling av 90% "type A" og 10% "type B". Anta "perfekt kobling" mellom luft og paneloverflater både innvendig og utvendig.)

- A) 153 W B) 453 W C) 753 W D) 1053 W

Varmestrøm gjennom 20 cm tre: $j_p = 0.12 \cdot 90/0.20 = 54 \text{ W/m}^2$. Varmestrøm gjennom 5 cm tre + 15 cm glassvatt: $j_g = 90 / (0.05/0.12 + 0.15/0.035) = 19.14 \text{ W/m}^2$. Totalt areal: $5 \cdot 2 \cdot 2 = 20 \text{ m}^2$. Areal med 20 cm tre: 2 m^2 . Areal med 5 cm tre + 15 cm glassvatt: 18 m^2 . Totalt effekttap: $P = 54 \cdot 2 + 19.14 \cdot 18 = 453 \text{ W}$. Riktig svar: B.

44) Etter gjennomført badstuopphold kryper du opp i godstolen foran vedovnen inne i stua. Ovnene har glassdør, og du nyter strålevarmen fra glohaugen som holder en temperatur omkring 1000 K. Hva er utstrålt intensitet fra en slik glohaug (som vi kan betrakte som et perfekt svart legeme)?

- A) 57 kW/m² B) 5.7 kW/m² C) 57 W/m² D) 5.7 W/m²

$j = \sigma T^4 = 5.67 \cdot 10^{-8} \cdot 10^{3 \cdot 4} = 56700 \text{ W/m}^2 \simeq 57 \text{ kW/m}^2$. Riktig svar: A.

45) Glohaugen i oppgave 44 sender ut elektromagnetiske bølger med alle slags bølgelengder. Ved hvilken bølgelengde har intensitetsfordelingen ("utsendt intensitet pr bølgelengdeenhet") $dj/d\lambda$ sitt maksimum?

- A) 2.9 μm B) 2.9 mm C) 2.9 m D) 2.9 km

Med Wiens forskyvningslov: $\lambda = 2.90 \cdot 10^{-3}/1000 = 2.90 \cdot 10^{-6} \text{ m}$, dvs 2.9 μm . Riktig svar: A.

46) I en Carnot-varmekraftmaskin med 1 mol ideell gass som arbeidssubstans utvider gassen seg isotermt ved temperatur 600 K til et tre ganger så stort volum. Den isoterme kompresjonen finner sted ved 150 K. Hva er arbeidet W som utføres av gassen under den isoterme utvidelsen, og hva er maskinens virkningsgrad η ?

- A) $W = 1.37 \text{ kJ}$, $\eta = 0.25$ B) $W = 5.48 \text{ kJ}$, $\eta = 0.25$
 C) $W = 1.37 \text{ kJ}$, $\eta = 0.75$ D) $W = 5.48 \text{ kJ}$, $\eta = 0.75$

$W = nRT_2 \ln(V_f/V_i) = 1 \cdot 8.314 \cdot 600 \ln 3 = 5480 \text{ J} = 5.48 \text{ kJ}$. $\eta = 1 - T_1/T_2 = 1 - 1/4 = 0.75$. Riktig svar: D.

47) Et system med (konstant, temperaturuavhengig) varmekapasitet C har i utgangspunktet temperatur T_s . Systemet bringes i termisk kontakt med et varmereservoar med temperatur T_0 . Etter en viss tid har systemet oppnådd termisk likevekt med det omgivende varmereservoaret. Hvor mye varme ΔQ har da blitt overført fra varmereservoaret til systemet?

- A) $\Delta Q = C(T_0 - T_s)$ B) $\Delta Q = C(T_0 + T_s)/2$ C) $\Delta Q = C \ln(T_0/T_s)$ D) $\Delta Q = C \ln(T_s/T_0)$

$\Delta Q = C(T_0 - T_s)$. Riktig svar: A.

48) Den glade foreleser inntar auditoriet med sin kopp med god, varm kaffe (0.2 L, 80°C, massetetthet og varmekapasitet (1 cal/g K) som vann). Fullstendig oppslukt av sine lange utledninger på tavla glemmer han helt å drikke kaffen, og må i pausen ta til takke med kaffe i termisk likevekt med det omgivende reservoaret (dvs auditoriet, 20°C). Hvor mye har kaffens entropi endret seg i løpet av forelesningen?

- A) $\Delta S_k = -156 \text{ J/K}$ B) $\Delta S_k = 0 \text{ J/K}$ C) $\Delta S_k = 156 \text{ J/K}$ D) ΔS_k kan ikke bestemmes

$$\Delta S = \int dS = \int dQ/T = \int_{T_s}^{T_0} C dT/T = C \ln(T_0/T_s) = 4.184 \cdot 200 \cdot \ln(293/353) = -156 \text{ J/K. Riktig svar: A.}$$

49) I foregående oppgave endret kaffens entropi seg med ΔS_k . Samtidig endret auditoriets entropi seg med ΔS_a . Hva er riktig påstand om den totale entropiendringen $\Delta S = \Delta S_k + \Delta S_a$, for kaffe pluss auditorium?

- A) $\Delta S < 0$ B) $\Delta S = 0$ C) $\Delta S > 0$ D) Fortegnet på ΔS kan ikke bestemmes

Proessen er irreversibel, så total entropiendring er alltid positiv. Riktig svar: C.

50) Da Olav den hellige trakk sitt siste åndedrag på Stiklestad for snart tusen år siden, pustet han ut omlag fire desiliter med luft. Når du straks tar ditt *neste* åndedrag, og puster inn omtrent en like stor luftmengde, hvor mange av molekylene fra kong Olavs siste åndedrag puster du inn? Sånn omtrent! Anta effektiv (perfekt) global blanding i løpet av tusen år og for enkelhets skyld en uniform atmosfære ($p = 10^5 \text{ Pa}$, $T = 300 \text{ K}$) med tykkelse fem kilometer. Oppgitt: Jordradien er ca 6370 km. Areal av kuleskall: $4\pi R^2$.

- A) 1 B) 10^4 C) 10^8 D) 10^{12}

Antall molekyler pr utpust og innpust: $N = pV/k_B T = 10^5 \cdot 4 \cdot 10^{-4} / (1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 300) = 9.66 \cdot 10^{21}$. Volum av den antatt uniforme atmosfæren: $V_a = 4\pi \cdot (6.37 \cdot 10^6)^2 \cdot 5000 = 2.5495 \cdot 10^{18} \text{ m}^3$. Andel av dette som du puster inn i et åndedrag: $V/V_a = 4 \cdot 10^{-4} / 2.5495 \cdot 10^{18} = 1.57 \cdot 10^{-22}$. Omtrentlig forventet antall av Olavs siste utpustede molekyler i ditt neste åndedrag: $N_{\text{Olav}} \simeq 9.66 \cdot 10^{21} \cdot 1.57 \cdot 10^{-22} = 1.5 \sim 1$. Riktig svar: A.