TFY4106 Fysikk. Institutt for fysikk, NTNU. Høsten 2014.
Løsningsforslag til øving 11.

1) Med de gitte antagelsene blir Clapeyrons ligning (med $pV_g = RT$)

$$\frac{dp}{dT} = \frac{l}{T(V_g - V_v)} \simeq \frac{l}{TV_g} = \frac{lp}{RT^2},$$

som integrert gir (med $l \simeq$ konstant)

$$p = \text{konst} \cdot e^{-l/RT}.$$

Integrasjonskonstanten bestemmes ved at $p = p_0 = 4.58$ mm Hg ved $T = T_0 = 273$ K. Dette gir

$$p = p_0 \exp\left[\frac{l}{R}\left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T}\right)\right].$$

Løsning mhp T gir, for $p = 760$ mm Hg:

$$T = T_0\left[1 - \frac{RT_0}{l}\ln(p/p_0)\right]^{-1} = 273\left[1 - \frac{8.314 \cdot 273}{40.7 \cdot 10^3}\ln(760/4.58)\right]^{-1} \simeq 382,$$

dvs 382 K, eller 109°C. Grunnen til at beregnet kokepunkt blir for høyt er at molar fordampningsvarme l ikke er konstant, men øker med avtagende temperatur. Riktig svar: C

2) Med antagelsene om konstant fordampningsvarme l, neglisjerbart væskevolum, og at dampen er ideell gass, følger det av Clapeyrons ligning at damptrykket blir

$$p = C\exp(-l/RT),$$

der C er en konstant. Med oppgitte data får en ligningene

$$\begin{aligned} p_1 &= C\exp(-l/RT_1) \\ p_2 &= C\exp(-l/RT_2). \end{aligned}$$

Divisjon gir

$$\frac{p_2}{p_1} = \exp\left[\frac{l}{R}\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right)\right],$$

som løst mhp l gir

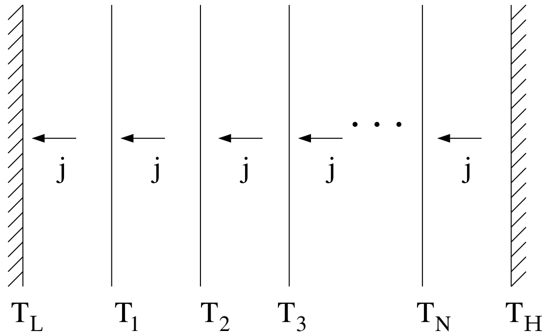
$$l = R\frac{\ln(p_2/p_1)}{1/T_1 - 1/T_2} = 8.314\frac{\ln(12139/4402)}{1/273 - 1/293}\ \text{J/mol} = 33.7\,\text{kJ/mol}.$$

Riktig svar: B

3) Med $C = p_2\exp(l/RT_2)$ blir damptrykket ved $T = 30°\text{C} = 303$ K:

$$p = p_2\exp\left[\frac{l}{R}\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T}\right)\right] = 12139\,\text{Pa}\exp\left[\frac{33.7 \cdot 10^3}{8.314}\left(\frac{1}{293} - \frac{1}{303}\right)\right] = 19.2\ \text{kPa}.$$

Den eksperimentelle verdien ved denne temperaturen er litt mindre, 18676 Pa. Dette henger sammen med at l avtar med økende T, som også påpekt i oppgave 1. Riktig svar: D



4) Ved stasjonære forhold er varmestrømmen j mellom skjoldene den samme overalt. Med Stefan-Boltzmanns lov er netto varmestrøm pr flateenhet i

$$\begin{aligned}
1.\,\text{intervall}: \quad j &= \sigma(T_1^4 - T_L^4) \\
2.\,\text{intervall}: \quad j &= \sigma(T_2^4 - T_1^4) \\
&\cdots \\
N.\,\text{intervall}: \quad j &= \sigma(T_N^4 - T_{N-1}^4) \\
\text{siste intervall}: \quad j &= \sigma(T_H^4 - T_N^4)
\end{aligned}$$

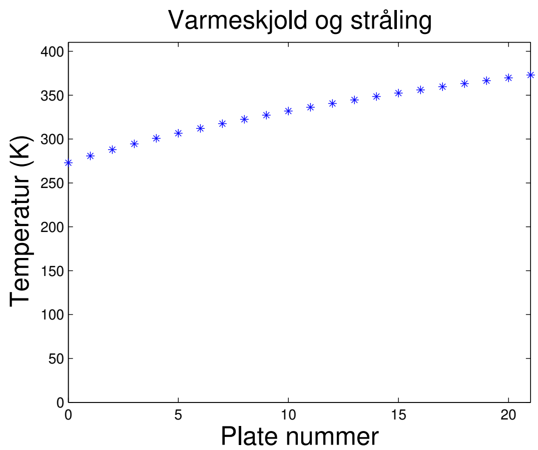
De mellomliggende ukjente temperaturer kan nå elimineres ved å legge sammen disse $N+1$ ligningene:

$$(N+1)j = \sigma(T_H^4 - T_L^4) = j_0 \quad \Rightarrow \quad \frac{j}{j_0} = \frac{1}{N+1},$$

der j_0 er varmestrømmen uten skjold. Riktig svar: C.
Kommentar: Temperaturen på skjoldene kan nå bestemmes ved å addere de k første intervallene. Dette gir $kj = \sigma(T_k^4 - T_L^4)$, eller $T_k^4 = T_L^4 + kj/\sigma$, som innsatt for j gir

$$T_k = \left[T_L^4 + k\sigma(T_H^4 - T_L^4)/(N+1)\right]^{1/4}.$$

Med $N = 20$ skjold og $T_H = 373$ K og $T_L = 273$ K:

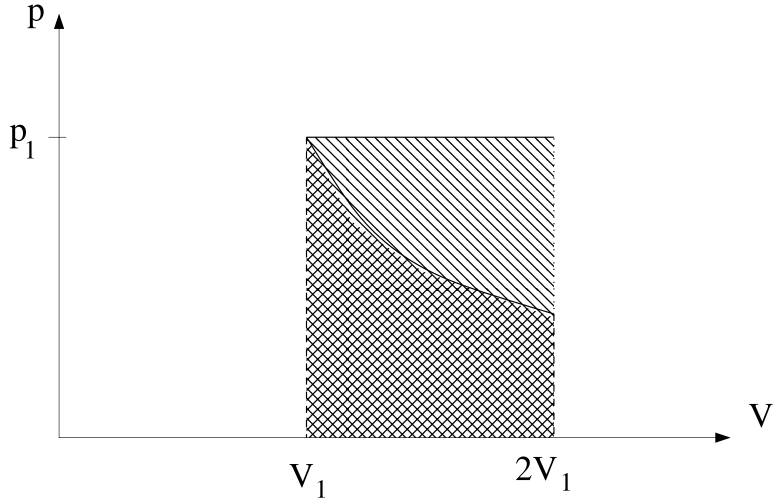


5) Koeksistens mellom fast stoff og væske ved 1, dvs smelting. Koeksistens mellom gass og væske ved 2, dvs fordampning. Koeksistens mellom fast stoff og gass ved 3, dvs sublimasjon. Riktig svar: D

6) Partiklenes midlere kinetiske translasjonsenergi, $\langle K \rangle = m\langle v^2 \rangle/2$, er proporsjonal med systemets temperatur T. En halvering av T betyr derfor en halvering av $\langle v^2 \rangle$, dvs v_{rms} reduseres med faktoren $1/\sqrt{2} \simeq 0.7$, en reduksjon på ca 30 prosent. Riktig svar: C

7) Produktet pV er uendret hvis trykket dobles og volumet halveres. Da er også temperaturen uendret, som igjen betyr at $v_{\rm rms}$ er uendret. Riktig svar: B

8) Det isoterme arbeidet W_0 tilsvarer det "dobbeltskraverte" arealet i figuren nedenfor, mens arbeidet W_1 utført ved konstant trykk p_1 tilsvarer hele det skraverte arealet. Vi ser at $W_1 > W_0$, og **A** er riktig svar.



9) Tilførsel av varme ved konstant trykk betyr at gassen utfører et positivt arbeid på omgivelsene (f.eks. hele det skraverte arealet i forrige oppgave). Da blir gassens økning i indre energi mindre enn tilført varme. Riktig svar: B

10) Siden temperaturen er proporsjonal med molekylenes midlere kinetiske energi, må $\langle K \rangle$ være den samme for både oksygen- og nitrogenmolekylene. Oksygen har større molekylmasse (ca 32 u) enn nitrogen (ca 28 u), så nitrogenmolekylene har i gjennomsnitt noe større hastighet enn oksygenmolekylene. (Her er u lik en atomær masseenhet, ca $1.66 \cdot 10^{-27}$ kg.) Riktig svar: D

11) Grafen tilsier at smelting av stoffet tar 3/2 "tidsenheter" mens fordampning tar 5/2 tidsenheter. Dermed er $L_s/L_f = 3/5 = 0.60$. Riktig svar: B

12) Dette er termodynamikkens 1. lov, eller 1. hovedsetning, som den også kalles. Den uttrykker energibevarelse: Varme tilført systemet, ΔQ, går med til å øke systemets indre energi, ΔU, samt til det arbeidet som systemet utfører på omgivelsene, ΔW. Alle størrelser kan være positive eller negative. Indre energi U er en tilstandsvariabel (evt tilstandsfunksjon), mens Q og W begge er prosessvariable. Riktig svar: D

13) Total varmemotstand til en slik seriekobling av 4 varmemotstander er (fra innerst til ytterst, og i enheten K/W):

$$R = 1/7.5 + 0.024/0.12 + 0.050/0.035 + 1/25 \simeq 1.8 \text{ K/W}.$$

Riktig svar: A

14) Vi har her en temperaturforskjell på 40 grader fra innerst til ytterst. Dermed er

$$P = \Delta T/R = 40/1.802 \simeq 22.2 \text{ W}.$$

Riktig svar: D

15) Hyttegulvets U-verdi er $U = 1/R \simeq 0.55$ W/K. Riktig svar: B

16) Varmemotstanden fra innerst til grenseflaten mellom sponplate og isoporplate er $R_g = 1/7.5 + 0.024/0.12 = 1/3$ K/W. Temperaturforskjellen mellom innelufta og denne grenseflaten er da $PR_g = 22.2 \cdot 1/3 \simeq 7.4$ K, slik at grenseflaten har temperaturen $20 - 7.4 = 12.6$°C. Riktig svar: A

17) Det er $24 \cdot 365 = 8760$ timer i et år. Midlere effekt levert av fjernvarmeanlegget er dermed $P = 600 \cdot 10^9/8760 \simeq 68.5$ MW. Riktig svar: C

18) Vannmasse gjennom anlegget pr tidsenhet:

$$\begin{aligned} dM/dt &= \frac{dQ/dt}{dQ/dM} = \frac{P}{c\,dT} \\ &= \frac{68.5 \cdot 10^6}{4184 \cdot 80} \\ &= 205 \text{ kg/s} \end{aligned}$$

Som tilsvarer 205 L/s. Riktig svar: C

19) Maksimal strømningshastighet (faktor 2 pga 2 sløyfer):

$$\begin{aligned} v &= \frac{dz}{2dt} = \frac{dV/A}{2dt} = \frac{dV/2dt}{\pi r_2^2} \\ &= \frac{0.205/2}{\pi \cdot 0.125^2} \\ &\simeq 2 \text{ m/s} \end{aligned}$$

Riktig svar: B