

Oppgave 1: Parry People Movers

Energien i en tung roterende skive ("flywheel"; svinghjul) kan utnyttes til å drive en trikk eller buss framover og oppover, som et alternativ til eksterne strømførende ledninger, bensin eller gass. I en *Parry People Movers* trikk benyttes kompakte stålskiver på 500 kg, diameter 1 m, og rotasjonshastighet opp mot 2500 rpm ("revolutions per minute"). I spørsmålene nedenfor antar vi maksimal rotasjonshastighet, der det er relevant.



<http://www.parrypeoplemovers.com/products.htm>

a) Hva er svinghjulets treghetsmoment I_0 mhp hjulets sylinderakse (dvs en akse sammenfallende med akslingen)?

- A) 62.5 kg m^2 B) $62.5 \cdot 10^3 \text{ kg m}^2$ C) $62.5 \cdot 10^{-3} \text{ kg m}^2$ D) $62.5 \cdot 10^5 \text{ kg m}^2$

b) Hva er svinghjulets omløpstid (periode) ?

- A) 2.4 s B) 0.24 s C) 24 ms D) 24 μs

c) Hva er svinghjulets vinkelhastighet?

- A) 0.417 s^{-1} B) 2.62 s^{-1} C) 41.7 s^{-1} D) 262 s^{-1}

d) Hva er svinghjulets kinetiske energi?

- A) 0.59 Wh B) 0.59 kWh C) 59 Wh D) 59 kWh

e) Hva er svinghjulets dreieimpuls?

- A) 4.61 Js B) 16.4 Js C) 4.61 kJs D) 16.4 kJs

Oppgave 2: Idrett og treghetsmoment

(Bruk resultatene i Frivillig ekstraoppgave side 4. Slå opp tallverdier eller gjør rimelige estimer.)

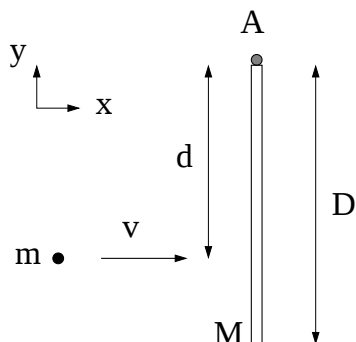
a) Hva er treghetsmomentet til en bordtennisball mhp en akse gjennom CM?

- A) $7.2 \cdot 10^{-5} \text{ kg m}^2$ B) $7.2 \cdot 10^{-7} \text{ kg m}^2$ C) $7.2 \cdot 10^{-9} \text{ kg m}^2$ D) $7.2 \cdot 10^{-11} \text{ kg m}^2$

b) Hva er treghetsmomentet til ei friidrettskule (for menn) mhp en akse gjennom CM?

- A) 10 kg m^2 B) 1.0 kg m^2 C) 0.10 kg m^2 D) 0.010 kg m^2

Oppgave 3: Kollisjon mellom tynn stav og lita kule



En tynn stav med lengde D og masse M kan rotere friksjonsfritt om sin ene ende (A). Ei kule med masse m og hastighet $\mathbf{v}$ kolliderer fullstendig uelastisk med staven i avstand d fra A. Kula kan her regnes som en punktmasse.

a) Hva er treghetsmomentet I til systemet stav + kule etter sammenstøtet, mhp aksen gjennom A (normalt planet)?

- A) $md^2 + MD^2/3$ B) $(m + M)D^2/3$
C) $md^2 + MD^2/12$ D) $(m + M)D^2/12$

b) Hva er systemets impuls $\mathbf{p}_i$ før sammenstøtet?

- A) 0 B) $mv\hat{x}$ C) $(m + M)v\hat{x}$ D) $(m + M)v(d/D)\hat{x}$

c) Hva er systemets dreieimpuls $\mathbf{L}_i$ mhp A før sammenstøtet?

- A) 0 B) $mv d\hat{z}$ C) $(m + M)v d\hat{z}$ D) $(m + M)v(d + D)\hat{z}$

d) Hva er systemets dreieimpuls $\mathbf{L}_f$ mhp A umiddelbart etter sammenstøtet?

- A) 0 B) $mv d\hat{z}$ C) $(m + M)v d\hat{z}$ D) $(m + M)v(d + D)\hat{z}$

e) Hva er systemets vinkelhastighet $\boldsymbol{\omega}$ umiddelbart etter sammenstøtet?

- A) $\hat{x} mvd/(md^2 + MD^2/12)$ B) $\hat{x} mvd/(md^2 + MD^2/3)$
C) $\hat{z} mvd/(md^2 + MD^2/12)$ D) $\hat{z} mvd/(md^2 + MD^2/3)$

f) Hva er systemets impuls $\mathbf{p}_f$ umiddelbart etter sammenstøtet?

- A) $\mathbf{p}_i \cdot (1 + MD/2md)/(1 + MD^2/3md^2)$ B) $\mathbf{p}_i \cdot (1 - MD/2md)/(1 - MD^2/3md^2)$
 C) $\mathbf{p}_i \cdot (1 + MD/md)/(1 + MD^2/7md^2)$ D) $\mathbf{p}_i$

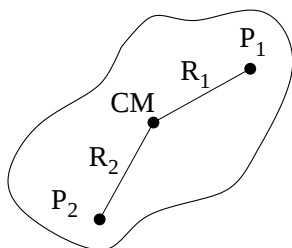
g) For hvilken verdi av d er $p_f = p_i$?

- A) Alltid B) $D/3$ C) $2D/3$ D) D

h) Hva er $|\Delta K/K_i| = |(K_f - K_i)/K_i|$, dvs relativ endring i systemets kinetiske energi i sammenstøtet?

- A) $1/(1 + 3md^2/MD^2)$ B) $1/(1 - 3md^2/MD^2)$ C) $1 + 3md^2/MD^2$ D) $1 - 3md^2/MD^2$

Oppgave 4: Mer om I og L



a) For legemet i figuren er $R_1 = R_2$, og CM angir tyngdepunktet. Tregghetsmomentene om parallelle akser gjennom CM, P_1 og P_2 er hhv I_0 , I_1 og I_2 . (Punktene CM, P_1 og P_2 ligger alle i papirplanet, og de tre aksene står normalt på papirplanet.) Da er

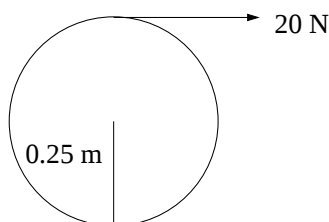
- A) $I_0 = I_1 = I_2$.
 B) $I_0 > I_1 = I_2$.
 C) $I_0 < I_1 = I_2$.
 D) $I_0 < I_1 < I_2$.



b) Du kjører en liten personbil rett østover fra Trondheim og holder omtrent fartsgrensen på 90 km/h. Hva er da bilens dreieimpuls relativt Oslo sentrum, sånn omtrent, angitt i SI-enheter?

- A) Eksakt null.
 B) 10^5 .
 C) 10^{10} .
 D) 10^{20} .

<http://www.kaosdesign.no/photogallery.htm>



c) Ei tynn, masseløs snor er trukket rundt en slipestein med radius 0.25 m. Steinen kan rotere friksjonsfritt om symmetriaksen. En konstant kraft på 20 N i snora får steinen til å øke vinkelhastigheten fra null til 60 rad/s på 12 sekunder. Da er slipesteinens tregghetsmomentet, i enheten kg m^2 ,

- A) 1.00.
 B) 3.00.
 C) 5.00.
 D) 7.00.

Frivillig ekstraoppgave: I_0 for kuleskall og kompakt kule

Vis at $I_0 = 2MR^2/3$ for et tynt kuleskall og at $I_0 = 2MR^2/5$ for ei kompakt kule.

Tips, kuleskall: Del opp kuleskallet i tynne ringer med omkrets $2\pi R \sin \theta$ og "bredde" $R d\theta$, dvs masse $dm = M dA/A = M \cdot 2\pi R \sin \theta \cdot R d\theta / 4\pi R^2$, og "legg sammen" (dvs integrer). Tegn figur! Du kan få bruk for $\sin^3 x = (3/4) \sin x - (1/4) \sin 3x$.

Tips, kompakt kule: Del opp kula i tynne kuleskall med radius r , tykkelse dr , og dermed masse $dm = M dV/V = M \cdot 4\pi r^2 dr / (4\pi R^3/3)$, og "legg sammen" (dvs integrer). Tegn figur!