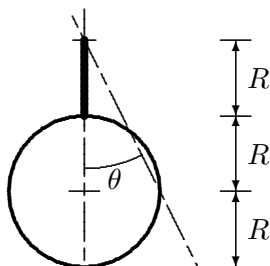


Regneøving 6.

(Veiledning: Onsdag 2. oktober kl. 16.15-18.00.)

Denne øvinga skal gi trening i behandling av periodisk bevegelse – med og uten viskøs demping. Vi gir først en siste oppgave med *udempet* periodisk bevegelse – eksamensoppgave fra mai 1998 – og så en sterkt forenklet modell av et fjærsystem for et tyngre kjøretøy.

Oppgave 1. (eksamen 27.5.98).



En pendel er utformet som ei jevntykk, sirkulær skive med radius R og masse M , opphengt i en arm med lengde lik radien i skiva og med neglisjerbar masse (figur 1). Skive og arm er begge laget av messing.

a. Finn først et uttrykk for dreiemomentet τ som virker på pendelen, som funksjon av vinkelutslaget θ fra vertikal kvileposisjon.

Vis så at for små utslag blir tidsforløpet $\theta(t)$ en enkel harmonisk bevegelse med vinkel-frekvens $\omega_0 = \frac{2}{3}\sqrt{g/R}$, hvor g er tyngdens akselerasjon.

OPPGITT:

$$I = \frac{9}{2}MR^2 \quad \text{Pendelens treghetsmoment om rotasjonsaksen}$$

$$\tau = I\ddot{\theta} \quad \text{Dreiemoment-likninga.}$$

b. Pendelen brukes som tidsbestemmende ledd i et stueur.

Det er ønsket at perioden skal være $t_0 = 0.5$ s. Hvor stor må radien R velges?¹

Anta så at uret går riktig ved en temperatur $T = 20^\circ\text{C}$. Når temperaturen senkes til 12°C , krymper pendelen og dermed perioden, slik at uret går 7 s for fort per døgn.

Hva er varmetvidelseskoeffisienten α for messing?²

OPPGITT:

$$g = 9.81 \text{ m/s}^2 \quad \text{Tyngdens akselerasjon}$$

$$\Delta\ell/\ell = \alpha \Delta T \quad \text{Definisjon av varmetvidelseskoeffisienten } \alpha.$$

c. Vis at treghetsmomentet til pendelen er som oppgitt i **a**, $I = \frac{9}{2}MR^2$.

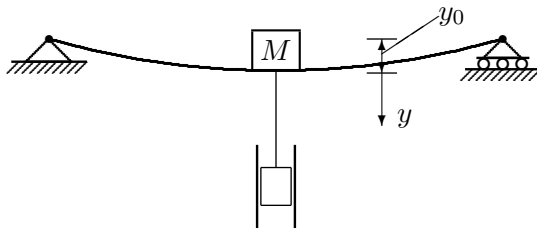
OPPGITT:

$$I = I_T + Mr_T^2 \quad \text{Parallellakse-teoremet (Steiners sats).}$$

¹Svar: $R = 0.0276$ m.

²Svar: $\alpha = 2.03 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$.

Oppgave 2: Viskøst dempet fjæring



Ei bladfjær er belastet på midten av en masse M . Dette gir fjærens midtpunkt en statisk nedbøyning y_0 .

Massen kan settes i vertikale svingninger, og utslaget fra likevektsposisjon betegnes y .

Svingningene dempes vha. en oljefylt støtdemper, som er plassert rett under massen, og gir en dempningskraft $F_f = -b\dot{y}$.

Svingningene kan beskrives ved ei differensiallikning av form $\ddot{y} + 2\delta \dot{y} + \omega_0^2 y = 0$.

Det er ønsket at systemet skal ha en “udempet svingeperiode” $2\pi/\omega_0 = T_0$, og ei underkritisk dempning, med $\delta = 0.6\omega_0$.

Finn uttrykk for hva den statiske nedbøyninga y_0 og “støtdemper-konstanten” b da må være, uttrykt ved M , g og T_0 .³

En tilleggsmasse m legges oppå massen M , og tas så brått bort ved tid $t = 0$. Massen M kommer da i svingninger, av form

$$y(t) = Ae^{-\delta t} \cos(\omega_d t + \varphi) \quad \text{hvor} \quad \omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}.$$

Finn uttrykk for konstantene A og φ .

Sett så inn tallverdiene $M = 500 \text{ kg}$, $T_0 = 0.5 \text{ s}$, $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ og $m = 50 \text{ kg}$, og beregn numerisk følgende parametre⁴

Nedbøyninga y_0 .

Svingeperioden $T_d = 2\pi/\omega_d$.

Amplitudedefaktoren A .

Fasen φ .

³Dette ville være utgangspunkt for dimensjonering av fjær og støtdemper - noe vi ikke skal gå inn på i denne oppgaven. Vi ser også bort fra fjæras egenmasse.

⁴Svarene er: $y_0 = 0.062 \text{ m}$, $T_d = 0.625 \text{ s}$, $\varphi = -\arctg(3/4) = -37^\circ$, og $A = 0.0078 \text{ m}$.