TFY4106 Fysikk. Institutt for fysikk, NTNU.
Løsningsforslag til Test 12.

Oppgave 1
Tyngdekraften har komponent $mg \sin\alpha$ nedover parallelt med skråplanet. Normalkraften fra underlaget er lik tyngdekraftens normalkomponent $mg\cos\alpha$, siden det ikke er noen akselerasjon normalt på skråplanet. Når klossen glir, er det kinetisk friksjon, med friksjonskraft $f = \mu N = \mu mg \cos\alpha$. Med konstant hastighet er $f = mg\sin\alpha$, dvs $\mu = \tan\alpha$. Riktig svar: D.

Oppgave 2
Klossen starter med mekanisk energi

$$E = mgh + mv_0^2/2 = mgL\sin\alpha + mv_0^2/2.$$

Den har mistet all denne mekaniske energien, dvs E tilsvarer friksjonsarbeidet

$$W_f = fL = \mu mgL\cos\alpha.$$

Dermed er

$$\mu = E/mgL\cos\alpha = \tan\alpha + v_0^2/2gL\cos\alpha.$$

Riktig svar: E.

Oppgave 3
Total impuls er bevart i kollisjonen: $mv_0 = 2mv$, dvs $v = v_0/2$. Riktig svar: A.

Oppgave 4
$|\Delta K| = mv_0^2/2 - 2mv^2/2 = mv_0^2/2 - mv_0^2/4 = mv_0^2/4$. Riktig svar: C.

Oppgave 5
De to massene snur i høyden $h = L(1-\cos\beta)$. Der er potensiell energi lik $2mgh$ og kinetisk energi null. Energibevarelse etter at kollisjonen er over gir da

$$mv_0^2/4 = mgh = mgL(1-\cos\beta) \quad \Rightarrow \quad \beta = \arccos(1 - v_0^2/8gL).$$

Riktig svar: B.

Oppgave 6
Matematisk pendel med lengde L og små utsving: $\omega_0 = \sqrt{g/L}$, dvs $T = 2\pi/\omega_0 = 2\pi\sqrt{L/g}$. Riktig svar: A.

Oppgave 7
De fire punktmassene er alle i avstand d fra aksen, med $d^2 = (a/2)^2 + (a/2)^2 = a^2/2$. Dermed er $I_0 = 4ma^2/2 = 2ma^2$. Riktig svar: B.

Oppgave 8
Steiners sats, med en parallellforskyvning av aksen en lengde $a/2$, gir $I_1 = I_0 + 4m(a/2)^2 = 2ma^2 + ma^2 = 3ma^2$. Riktig svar: C.

Oppgave 9
Steiners sats, med en parallellforskyvning av aksen en lengde $a/\sqrt{2}$, gir $I_2 = I_0 + 4m(a/\sqrt{2})^2 = 2ma^2 + 2ma^2 = 4ma^2$. Riktig svar: D.

Oppgave 10
Energibevarelse gir

$$mgh = mv^2/2 + MV^2/2 = mv_x^2/2 + mv_y^2/2 + MV^2/2,$$

og impulsbevarelse horisontalt gir

$$mv_x = MV.$$

En tredje ligning får vi ved å bruke at m hele veien ned befinner seg på skråplanet, slik at en forflytning av m med dx horisontalt og en forflytning av M motsatt vei med dX må innebære en vertikal forflytning av m med $dy = dx + dX$ (der alle størrelser regnes positive). Divisjon med dt gir $v_y = v_x + V$. Nå har vi 3 ligninger for 3 ukjente (v_x, v_y og V), og løsning mhp V gir

$$V = \sqrt{2gh\frac{1}{(1+M/m)(1+2M/m)}}.$$

Riktig svar: C.

Oppgave 11

Tilsvarende som i oppgave 10, men nå har m (ringen) kinetisk energi

$$K_m = mv^2/2 + I_0\omega^2/2 = mv^2/2 + (mr^2)(v/r)^2/2 = mv^2/2 + mv^2/2 = mv^2.$$

Energibevarelse gir da

$$mgh = mv_x^2 + mv_y^2 + MV^2/2.$$

Ellers likt, slik at svaret blir

$$V = \sqrt{gh\frac{1}{1+5M/2m+2M^2/m^2}}.$$

Riktig svar: D.

Oppgave 12

Kortvarig støtkraft F tilsier at friksjonskraften f fra underlaget kan neglisjeres gjennom støtet med varighet Δt. Newtons 2. lov gir $F\Delta t = \Delta p = p = MV_0$. Newtons 2. lov for rotasjon, om akse gjennom CM, gir $\tau\Delta t = \Delta L = I_0\Delta\omega = I_0\omega_0$. Støtkraften F angriper kuleskallet i høyde $H - R$ over sentrallinjen og virker dermed på kuleskallet med et dreiemoment $\tau = F(H-R)$ mhp aksen gjennom CM. Videre er $I_0\omega_0 = (2MR^2/3)(V_0/R) = 2MRV_0/3$ ved ren rulling. Dermed:

$$\frac{MV_0}{\Delta t}\cdot(H-R)\Delta t = 2MRV_0/3 \quad\Rightarrow\quad H-R = 2R/3,$$

dvs $H = 5R/3$. Riktig svar: E.

Oppgave 13

Indre dreieimpuls (spinn):

$$L_s = I_0\omega_0 = \frac{2}{3}MR^2\cdot\frac{V_0}{R} = \frac{2}{3}MRV_0.$$

Banedreieimpuls:

$$L_b = |\boldsymbol{R}_{CM}\times M\boldsymbol{V}_0| = MRV_0.$$

Som vektorer peker disse to i samme retning, slik at total dreieimpuls blir $L = 5MRV_0/3$. Riktig svar: A.

Oppgave 14

$$L_b = MRV = 4.87\cdot10^{24}\cdot108\cdot10^9\cdot35.2\cdot10^3 = 1.85\cdot10^{40}\,\text{kgm}^2/\text{s}.$$

Riktig svar: D.

Oppgave 15

$$L_s \simeq \frac{2}{5}MR_0^2\omega_0,$$

som med $M = 4.87 \cdot 10^{24}$ kg, $R_0 = 6052 \cdot 10^3$ m og $\omega_0 = 2\pi/T_s = 2\pi/(243 \cdot 24 \cdot 3600)$ pr sekund gir $L_s = 2.14 \cdot 10^{31}$ kgm^2/s. Riktig svar: B.

Oppgave 16

$$\begin{aligned} v_1 &= \sqrt{10 \cdot 5.0/0.050} \text{ m/s} = 31.62 \text{ m/s} \\ v_2 &= \sqrt{20 \cdot 6.0/0.050} \text{ m/s} = 48.99 \text{ m/s} \end{aligned}$$

Prosentvis økning:

$$\frac{v_2 - v_1}{v_1} = 0.55 = 55\%.$$

Riktig svar: C.

Oppgave 17
Akkurat i det brannbilen passerer der du står på fortauet, har den null hastighetskomponent langs forbindelseslinjen mellom deg og brannbilen. Dermed null dopplerskift i dette øyeblikket. Riktig svar: A.

Oppgave 18
$\eta_{\max} = 1 - 277/295 = 0.061 \simeq 6\%$. Riktig svar: A.

Oppgave 19
$Q_{\min} = W/\eta_{\max} = 1/0.061 = 16.39$ GW. Dermed:

$$m = \frac{Q_{\min}}{c\Delta T} = \frac{16.39 \cdot 10^9}{4000 \cdot 18} \simeq 228 \text{ tonn/s.}$$

Riktig svar: E.

Oppgave 20
Med $\eta = 1 - T_c/T_h$ og $\eta = W/Q_2 = (Q_2 + Q_1)/Q_2 = 1 + Q_1/Q_2 = 1 + (T_1 - T_c)/(T_2 - T_h)$ har vi $T_c/T_h = (T_c - T_1)/(T_2 - T_h)$, som løst mhp T_c gir $T_c = T_1 T_h/(2T_h - T_2)$. Riktig svar: A.

Oppgave 21
$P = (Q_1 + Q_2)/\Delta t = K(T_1 - T_c + T_2 - T_h)$, som med T_c fra oppgave 20 gir $P = K(T_1 + T_2 - T_h - T_1 T_h/(2T_h - T_2))$. Riktig svar: C.

Oppgave 22
Vi deriverer P mhp T_h og setter den deriverte lik null. Den resulterende 2.gradsligningen gir de to løsningene

$$T_h = \frac{T_2 \pm \sqrt{T_1 T_2}}{2},$$

der vi velger positivt fortegn foran kvadratroten. (Negativt fortegn her vil f eks gi negativ verdi for T_c i oppgave 20.) Riktig svar: E.

Oppgave 23
Med T_h fra oppgave 22 finner vi

$$T_c = \frac{T_1 + \sqrt{T_1 T_2}}{2}.$$

Virkningsgraden blir da

$$\eta = 1 - T_c/T_h = \ldots = 1 - \sqrt{T_1/T_2}.$$

Riktig svar: D.

Oppgave 24

$$\Delta S = -3\,\mathrm{J/K} + 5\,\mathrm{J/K} = 2\,\mathrm{J/K}.$$

Riktig svar: C.

Oppgave 25

Vi har $S = k_B \ln \Omega$ slik at

$$\Omega_2/\Omega_1 = \exp(\Delta S/k_B) \simeq \exp(-1.5 \cdot 10^{25}).$$

Riktig svar: E.