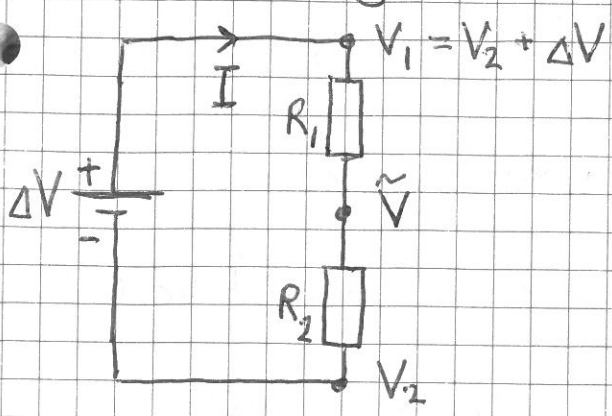


Seriekobling av motstander:



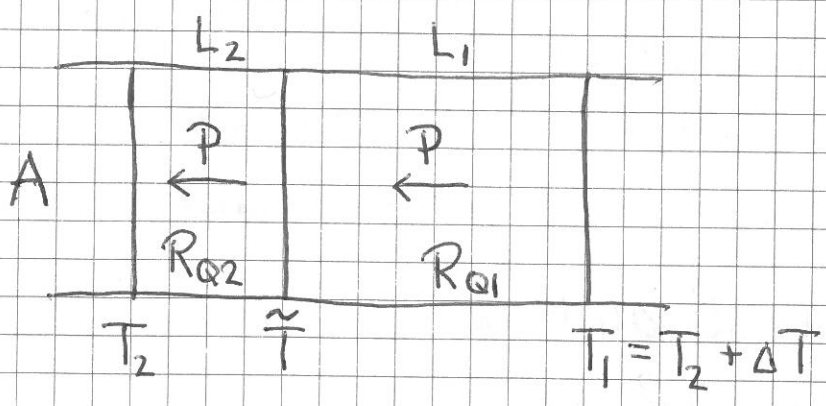
$$\left. \begin{aligned} V_1 - \tilde{V} &= R_1 I \\ \tilde{V} - V_2 &= R_2 I \end{aligned} \right\} \text{Ohms lov}$$

$$\Rightarrow \Delta V = (R_1 + R_2) I$$

Dvs: $R_1 + R_2$ er total motstand for seriekobling av R_1 og R_2

Varmeledningsanalogi: Vegg med areal A og to lag (f.eks. tre og glass) med tykkelser L_1, L_2 og varmeledningsemer $\mathcal{H}_1, \mathcal{H}_2$, dvs varmemotstander hvor

$$R_{Q1} = \frac{L_1}{\mathcal{H}_1 A} \text{ og } R_{Q2} = \frac{L_2}{\mathcal{H}_2 A}.$$

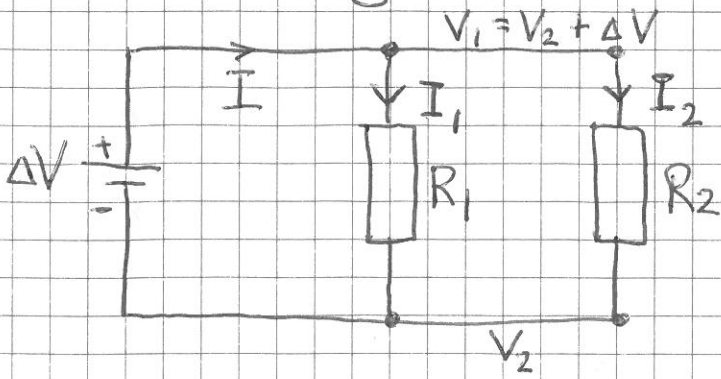


$$\left. \begin{aligned} T_1 - \tilde{T} &= R_{Q1} P \\ \tilde{T} - T_2 &= R_{Q2} P \end{aligned} \right\} \text{Fouriers lov}$$

$$\Rightarrow \Delta T = (R_{Q1} + R_{Q2}) P$$

Dvs: $R_{Q1} + R_{Q2}$ er total varmemotstand for seriekobling av R_{Q1} og R_{Q2}

Parallellkobling av motstander :



$$\Delta V = R_1 I_1 = R_2 I_2 \quad (\text{Ohms lov})$$

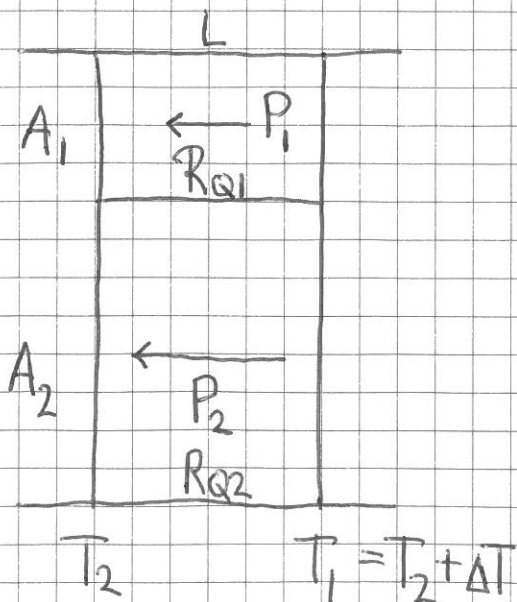
$$I = I_1 + I_2 = \Delta V / R_1 + \Delta V / R_2 = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \Delta V$$

Dus: $\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)^{-1}$ er total motstand for parallellkobling av R_1 og R_2

Varmeledningsanalogi: Vegg med tykkelse L og to "parallele" lag med arealer A_1, A_2 og

varmeledningssevner κ_1, κ_2 , dvs varmemotstander hvor

$$R_{Q1} = \frac{L}{\kappa_1 A_1} \quad \text{og} \quad R_{Q2} = \frac{L}{\kappa_2 A_2}$$



$$\Delta T = R_{Q1} P_1 = R_{Q2} P_2 \quad (\text{Fouriers lov})$$

$$P = P_1 + P_2 = \Delta T / R_{Q1} + \Delta T / R_{Q2} = \left(\frac{1}{R_{Q1}} + \frac{1}{R_{Q2}} \right) \Delta T$$

Dus: $\left(1/R_{Q1} + 1/R_{Q2} \right)^{-1}$ er total varmemotstand for parallellkobling av R_{Q1} og R_{Q2}

Eks: Vegg, 20 cm glava ($\lambda_g = 0.035 \frac{W}{m \cdot K}$) mellom 2 cm innerpanel og 3 cm ytterpanel ($\lambda_t = 0.12 \frac{W}{m \cdot K}$), $\Delta T = 20 K$.
 Regn ut effekttap pr m^2 og $T(x)$ gjennom vegg. (Se bort fra vind)

Løsn: Med $A = 1 m^2$, $L_g = 0.20 m$ og $L_t = 2 cm + 3 cm = 0.05 m$ blir

$$R_Q^g = 0.20 m / (0.035 \frac{W}{m \cdot K} \cdot 1 m^2) = \frac{200}{35} \frac{K}{W} = 5.71 \frac{K}{W} \quad \text{og}$$

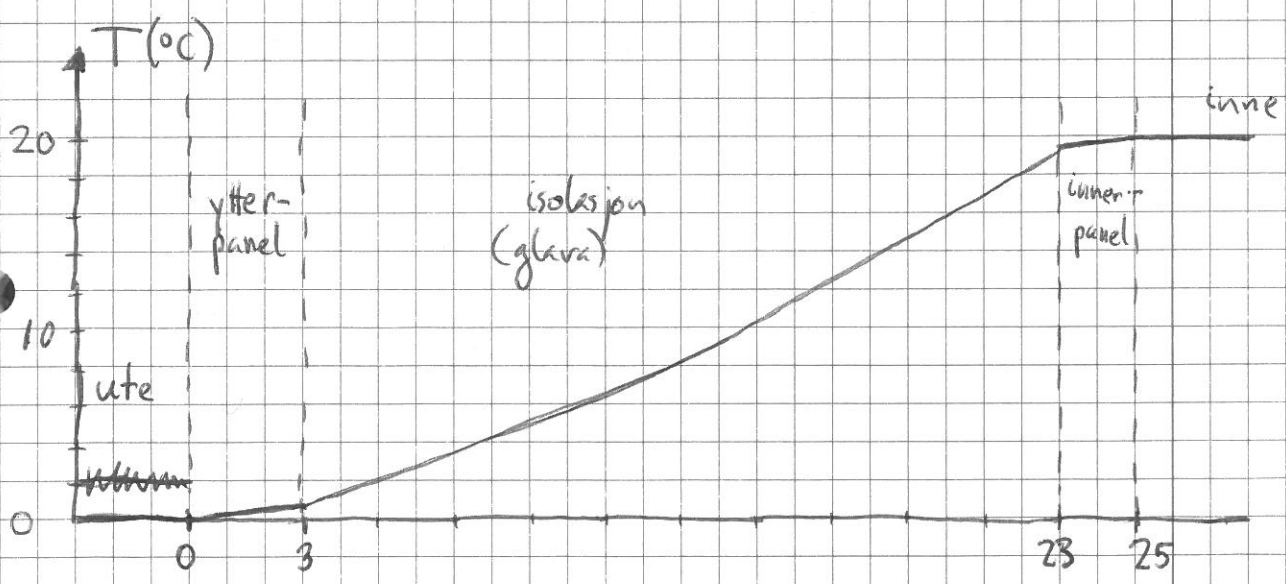
$$R_Q^t = 0.05 m / (0.12 \frac{W}{m \cdot K} \cdot 1 m^2) = \frac{5}{12} \frac{K}{W} = 0.42 \frac{K}{W}, \quad \text{dvs}$$

$$R_Q = R_Q^g + R_Q^t = 6.13 K/W. \quad \text{Effekt tap pr } m^2 \text{ blir da}$$

$$P = \Delta T / R_Q = 20 K / (6.13 K/W) \approx \underline{\underline{3.3 W}}$$

Temp. fall gjennom 1 cm panel: $P \cdot R_Q^t / 5 = \frac{3.3 W \cdot 0.42 \frac{K}{W}}{5} = 0.27 K$

glava: $P \cdot R_Q^g / 20 = \frac{3.3 W \cdot 5.71 \frac{K}{W}}{20} = 0.93 K$



Merk at $dT/dx = P/\lambda A$ er betydelig større i isolasjons-
 laget enn i panellagene. Og klart størst temp. endring gjennom
 glavaen, det materialet som isolerer best!

Stråling [YF 17.7; LHL 18.4]

(116)

- Akselererte ladninger emitterer elektromagnetiske (EM) bølger, dvs stråling, som kan absorberes, reflekteres og transmitteres av legemer omkring. ($a+r+t=1$)
- Svart legeme: $a=1$ ($r=t=0$); absorberer all innkommende stråling.
- Legeme i termisk likevekt, dvs konstant T , emitterer like mye strålingsenergi som det absorberer, for enhver bølglengde:
$$e(\lambda) = a(\lambda) \leq 1 \quad (e=1 \text{ for svart legeme})$$
- Stefan-Boltzmanns lov: (svart legeme, $e=1$)

$$j = \sigma T^4; \quad \sigma = \frac{2\pi^5 k_B^4}{15 h^3 c^2} \approx 5.67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4}$$

[Reelle legemer: $j = e\sigma T^4$; $e < 1$]

- Kvantemekanikk og statistisk mekanikk gir Plancks fordelingslov (M. Planck, 1900).

Frekvensfordeling:

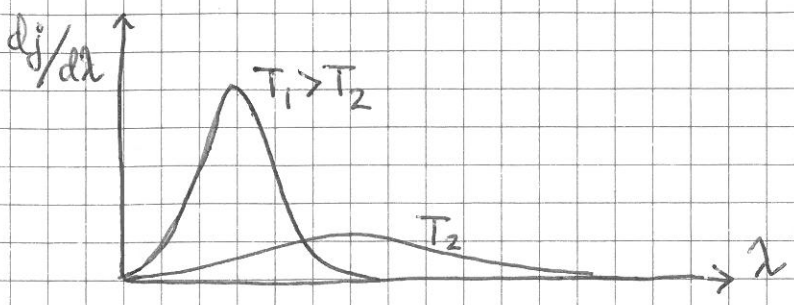
$$j(T) = \int_0^{\infty} \frac{dj}{df} df; \quad \frac{dj}{df} = \frac{2\pi h f^3 / c^2}{\exp[hf/k_B T] - 1} \quad (\text{W/m}^2 \text{Hz})$$

Bølglengdefordeling: ($c = \lambda f$)

$$j(T) = \int_0^{\infty} \frac{dj}{d\lambda} d\lambda; \quad \frac{dj}{d\lambda} = \frac{2\pi h c^2 / \lambda^5}{\exp[hc/\lambda k_B T] - 1} \quad (\text{W/m}^3)$$

- Wiens forskybningslov: $d_j/d\lambda$ har max-verdi for $\lambda \cdot T \approx 2.90 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$

[d_j/df har maxverdi for $f/T \approx 5.88 \cdot 10^{10} \text{ Hz/K}$]



Solas overflade: $T \approx 6 \cdot 10^3 \text{ K} \Rightarrow \text{max for } \lambda \approx 480 \text{ nm}$
 (Blågrønt; synlig lys fra 400 til 700 nm; blått, ..., rødt)

Kroppens overflade: $T \approx 303 \text{ K} \Rightarrow \text{max for } \lambda \approx 10 \mu\text{m}$ (IR)

Merk, skyfri nattehimmel: $T \approx 240 - 260 \text{ K}$ (afhængig af relativ luftfugtighed og temperatur ved bakken) $\Rightarrow \text{max for } \lambda \approx 12 \mu\text{m}$

"CMB" (Cosmic Background Radiation): $T \approx 2.73 \text{ K}$
 $\Rightarrow \text{max for } \lambda = 1.87 \text{ mm}$

pga stråling

Ek5: Finn effektbep fra naken kropp i omgivelser ved $+5^\circ\text{C}$.
 Anta svart legeme, $T_{\text{hud}} = 30^\circ\text{C}$ og $A = 1.75 \text{ m}^2$.

Løsn: $P_{\text{kp}} = P_{\text{ut}} - P_{\text{inn}} = (j_{\text{ut}} - j_{\text{inn}}) \cdot A = \sigma (T_{\text{hud}}^4 - T_{\text{omg}}^4) \cdot A$
 $= 5.67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4} \cdot (303^4 - 278^4) \text{ K}^4 \cdot 1.75 \text{ m}^2 \approx \underline{\underline{244 \text{ W}}}$

(Kler hindrer det meste av dette; se øv. 11 nr 4)

U-verdier i byggebransjen

Defineres ved

$$j = U \cdot (T_i - T_u)$$

dvs

U = varmeløkkasje pr m² og pr grad temp. forskjell mellom inne (i) og ute (u)

Eks: Lagdelt vegg s. 115. $j = 3,3 \text{ W/m}^2$ når $\Delta T = 20 \text{ K}$

$$\Rightarrow U = \frac{3,3}{20} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}} \approx \underline{\underline{0,16 \text{ W/m}^2 \text{ K}}}$$

Krav i Tek 10 (byggeforskrifter):

Yttervegg $U < 0,18$

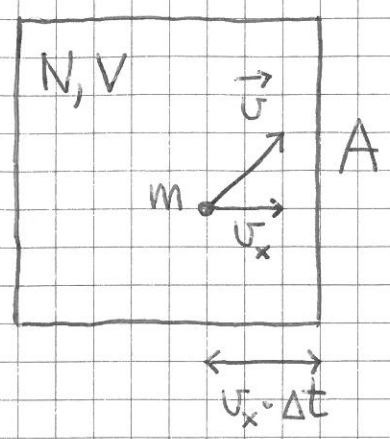
Tak $U < 0,13$

Gulv $U < 0,15$

Vindu $U < 1,2$

Mikroskopisk tolkning av p og T [YF 18.3; LHL 14.1]

- Antagelser: Gass, lav tetthet, elastiske kollisjoner (mot veggene), isotrope (retningsuavhengige) forhold.



ΔP_x = overført impuls fra gassmolekylerne til vegg (areal A) i løpet av tiden Δt

$$\Delta P_x = \underbrace{2m v_x}_{\text{overført impuls pr molekyl}} \cdot \underbrace{\frac{1}{2} N}_{\text{antall molekyler med } v_x > 0} \cdot \underbrace{\frac{A v_x \Delta t}{V}}_{\text{andel av molekylerne som treffer høyre vegg i løpet av } \Delta t}$$

Newtons 2. lov gir nå trykket i gassen:

$$p = F_x / A \stackrel{N2}{=} (\Delta P_x / \Delta t) / A = \frac{N}{V} \cdot m v_x^2$$

Men: Molekylerne har en fordeling av hastigheter, som er isotrop

$\Rightarrow v_x^2$ erstattes av $\langle v_x^2 \rangle$, der $\langle \dots \rangle$ angir middelværdi over N molekyler

Isotrop fordeling $\Rightarrow \langle v_x^2 \rangle = \langle v_y^2 \rangle = \langle v_z^2 \rangle = \frac{1}{3} \langle v^2 \rangle$
 (fordi $v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$)

Dermed:
$$p = \frac{N}{V} \cdot \frac{1}{3} m \langle v^2 \rangle = \frac{2}{3} \frac{N}{V} \langle K_{\text{trans}} \rangle$$

der $\langle K_{trans} \rangle = \frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle =$ midlere kinetiske

• translasjonsenergi pr molekyl.

Sammenligning med ideell gass tilstandsligning, $pV = Nk_B T$,

gir nå

$$k_B T = \frac{2}{3} \langle K_{trans} \rangle$$

Dvs: Absolutt temp. T er et mål på gassmolekylenes midlere translasjonsenergi.

• $\langle v_x \rangle = \langle v_y \rangle = \langle v_z \rangle = 0$ pga symmetri

$$\langle v^2 \rangle = 3 \langle v_x^2 \rangle = 3k_B T / m$$

RMS-hastighet ("Root Mean Square"):

$$v_{rms} \stackrel{def}{=} \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{3k_B T / m} \quad (= \sqrt{3RT / M}; M = \text{midlere molar masse})$$

• Eks: Luft, 300 K; $v_{rms} = ?$

Løsn:
$$v_{rms} = \sqrt{\frac{3 \cdot 8.314 \frac{J}{mol \cdot K} \cdot 300 K}{0.029 \text{ kg/mol}}} \approx \underline{\underline{508 \text{ m/s}}}$$

Termodynamikkens 1. lov [YF 19,20; LHL 15,13]

Antar som regel reversible termodyn. prosesser:

Idealisert "uendelig langsom" prosess som kan reverseres, slik at både system og omgivelser kommer tilbake til starttilstanden.

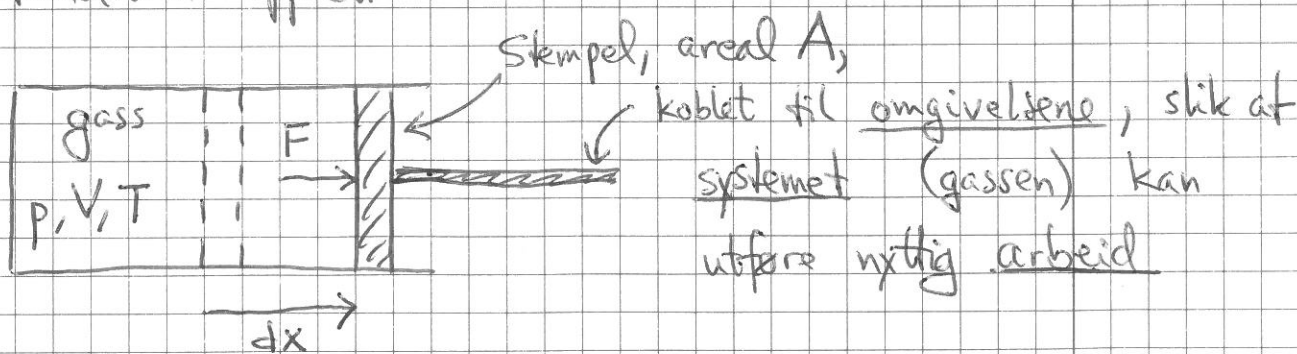
Men alle reelle prosesser er mer eller mindre irreversible, pga friksjon, turbulens osv.

Arbeid [YF 19.2; LHL 13.5]

Varme = energitveksling pga temp. forskjeller

Arbeid = alle andre former for energitveksling

"Standard - oppsett":



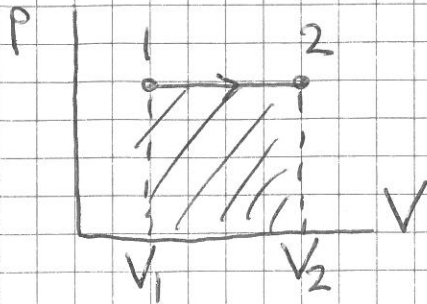
Arbeid utført av gassen på omgivelsene ved utvidelse fra V til $V + dV$ (ved trykk p):

$$dW = F \cdot dx = p \cdot A \cdot \frac{dV}{A} = p \cdot dV$$

Fortegnssalg: $dW > 0$ når systemet gjør positivt arbeid på omgivelsene

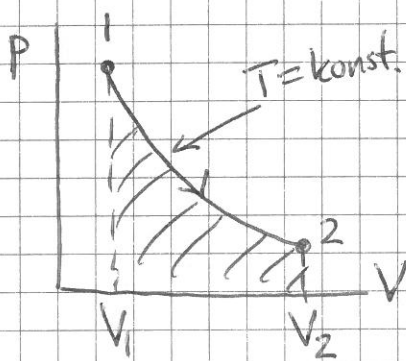
Eksempler:

Isobar utvidelse:



$$W = \int_1^2 dW = \int_{V_1}^{V_2} p dV = \underline{\underline{p(V_2 - V_1)}}$$

Isoterm utvidelse av ideell gass:



$$p(V) = Nk_B T / V$$
$$\Rightarrow W = Nk_B T \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \underline{\underline{Nk_B T \ln \frac{V_2}{V_1}}}$$

Dvs: $W = \text{arealet under kurven } p(V)$

Indre energi [YF 19.4, 19.6; LHL 13.6]

U = systemets indre energi
= den totale energien til partiklene i systemet

Ideell gass: Ingen vekselvirkning mellom molekylene, dvs ingen potensiell energi, kun kinetisk energi

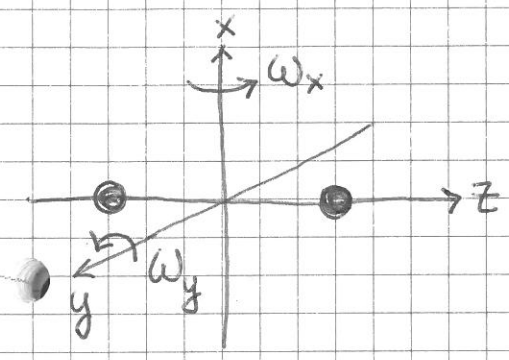
$$\Rightarrow \underline{\underline{U = U(T) = N \cdot \langle K \rangle}} \quad \text{Indre energi, ideell gass}$$

Eks 1: Atomare gasser (He, Ne, ...; ^{de}eddgasser)

$\langle K \rangle = \langle K_{trans} \rangle = \frac{3}{2} k_B T$ pr atom

$\Rightarrow U(T) = \frac{3}{2} N k_B T$

Eks 2: Toatomige gasser (O₂, N₂, ...)



$\langle K \rangle = \langle K_{trans} \rangle + \langle K_{rot} \rangle$

$= \frac{m}{2} \langle v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 \rangle + \frac{I_0}{2} \langle \omega_x^2 + \omega_y^2 \rangle$

[Kvantemekanikk gir I₀(z) = 0, og dessuten at E_{vib} = konstant ved 300 K!]

Ekipartisjonsprinsippet (bevises ikke her):

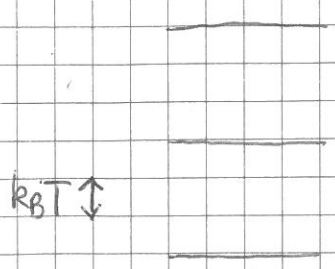
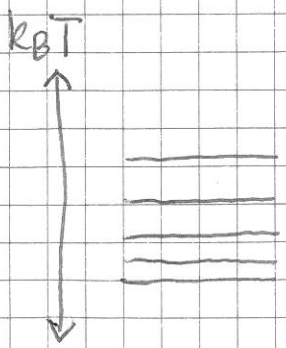
Hvert kvadratiske ledd i energifunksjonen bidrar med 1/2 k_BT til indre energi pr partikkel.

$\Rightarrow U = N \cdot \left\{ \underbrace{3 \cdot \frac{1}{2} k_B T}_{\langle K_{trans} \rangle} + \underbrace{2 \cdot \frac{1}{2} k_B T}_{\langle K_{rot} \rangle} \right\} = \frac{5}{2} N k_B T$

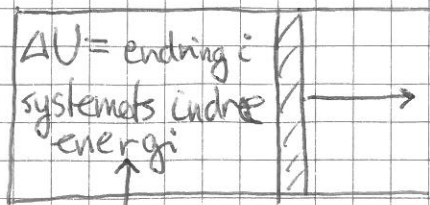
(+ en "uinteressant" T-uavhengig E_{vib} ved normale T)

Rotasjonsenergier:

Vibrasjonsenergier:



Energiebevarelse:



$\Delta Q =$ varme
tilført systemet

$\Delta W =$ arbeid utført av systemet
på omgivelsene

$$\Rightarrow \boxed{\Delta Q = \Delta U + \Delta W}$$

Termodynamikkens
1. lov

Evt $dQ = dU + dW$ på differensiell form,
men merk at bare U er en tilstandsfunksjon,
mens Q og W er prosessvariable

Eks: C_V og C_p for ideell gass.

[YF 18.4; LHL 15.2, 14.2]

Løsn: $C_V = \left(\frac{dQ}{dT}\right)_V \stackrel{dV=0}{=} \left(\frac{dU}{dT}\right)_V = \frac{dU}{dT} \quad (U=U(T))$

$$C_p = \left(\frac{dQ}{dT}\right)_p = \left(\frac{dU}{dT}\right)_p + p \left(\frac{dV}{dT}\right)_p$$

$$= \frac{dU}{dT} + p \frac{d}{dT} \left(\frac{Nk_B T}{p} \right)$$

$$= \frac{dU}{dT} + Nk_B = \frac{dU}{dT} + nR$$

der $C_p - C_V = nR$ for ideell gass

- $C_p > C_v$ fordi med $V = \text{konst.}$ går hele ΔQ med til økningen ΔU i indre energi, og dermed ΔT .
Med $p = \text{konst.}$ bruges noe av ΔQ til arbeidet $\Delta W = p \Delta V$, dvs mindre ΔU og mindre ΔT for samme ΔQ .

- Atomær gass: $C_v = \frac{3}{2} N k_B = \frac{3}{2} n R$, $C_p = \frac{5}{2} N k_B = \frac{5}{2} n R$

Toatomig gass: $C_v = \frac{5}{2} n R$, $C_p = \frac{7}{2} n R$

Eksp., luft: $c_{pm} = C_p / n = 29.19 \text{ J/mol}\cdot\text{K} = 3.5 R$
 $c_{vm} = C_v / n = 20.85 \text{ J/mol}\cdot\text{K} = 2.5 R$ } ok!

Adiabatisk prosess [YF 19.8; LHC 15.3]

= varmeisoleret prosess, $\Delta Q = 0 \Rightarrow \Delta U = -\Delta W$

$$\boxed{dU} \quad \left| \begin{array}{l} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right. \rightarrow dW = p dV = -dU = -C_v dT$$

($dQ=0$)

Ser på ideell gass: $C_p - C_v = nR$; $pV = nRT$

$$\Rightarrow p dV = \frac{nRT}{V} dV = (C_p - C_v) T \frac{dV}{V}$$

$$\Rightarrow -C_v dT = C_v (\gamma - 1) T \frac{dV}{V}$$

der $\gamma \equiv C_p / C_v = \text{adiabatkonstanten}$ ($\gamma > 1$)

$$\Rightarrow \frac{dT}{T} = -(\gamma - 1) \frac{dV}{V}$$

$$\Rightarrow \ln T = -(\gamma - 1) \ln V + \text{konst.}$$

$$\Rightarrow \ln T + \ln V^{\gamma-1} = \text{konst.}$$

$$\Rightarrow \ln \{ T V^{\gamma-1} \} = \text{konst.}$$

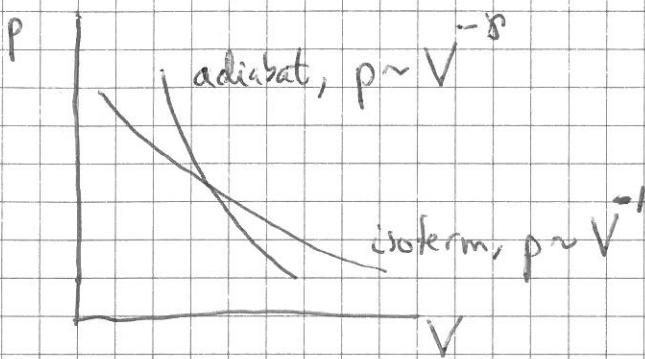
$$\Rightarrow T \cdot V^{\gamma-1} = \text{konst.}$$

Ideell gass: $T = \text{konst.} = pV$

$$\Rightarrow p \cdot V^{\gamma} = \text{konst.}$$

$$V = \text{konst.} \cdot \frac{T}{p}$$

$$\Rightarrow p \cdot T^{-\frac{\gamma}{\gamma-1}} = \text{konst.}$$



$\gamma > 1 \Rightarrow$ en adiabat er
brattere enn en isoterm
i pV-diagram for en
ideell gass

Edelegasser: $\gamma = 5/3 \approx 1.7$

Luft (2-atomig): $\gamma = 7/5 \approx 1.4$

Lydarten i luft:

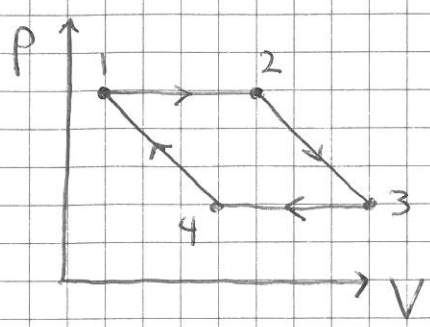
For rask variasjoner i trykk og tetthet til utbreielse av
varme mellom ulike områder

\Rightarrow ikke isoterme men adiabatisk forhold

$$\Rightarrow v = \sqrt{\gamma k_B T / m} \quad (\text{Ør. 12, nr 1-4})$$

Kretsprosesser

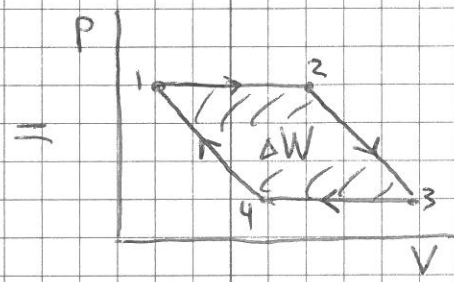
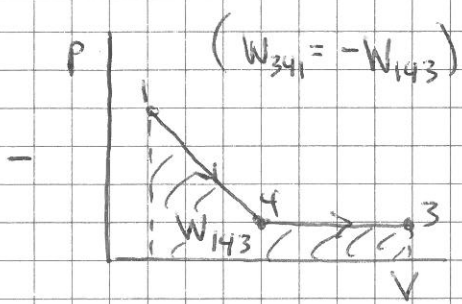
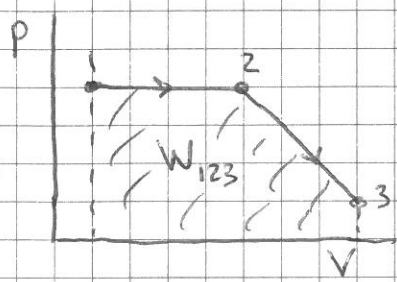
[YF 19.4 ; LHL 15.1]



L = starttilstand = slutt-tilstand

$\Rightarrow \Delta U = 0$ for kretsprosess
(U er en tilstandsfunksjon)

$\Rightarrow \Delta Q = \Delta W$ for kretsprosess

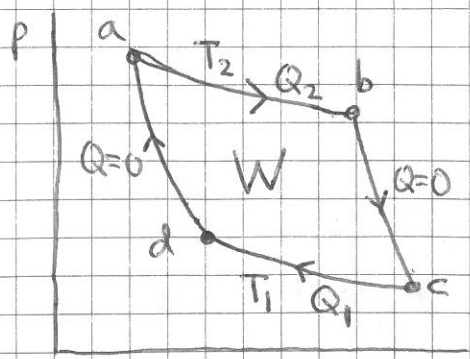


Arb. utf. pr syklus: $\Delta W =$ omskilt areal i pV-planet

Med klokka $\Rightarrow \Delta W > 0$ (og omvendt)

Carnot-prosessen

[YF 20.6 ; LHL 15.4]



ab: isoterm (T_2) ; $Q_2 > 0$ ($\Delta V > 0$)

bc: adiabat ($Q=0$) ; $\Delta T < 0$ ($\Delta V > 0$)

cd: isoterm (T_1) ; $Q_1 < 0$ ($\Delta V < 0$)

da: adiabat ($Q=0$) ; $\Delta T > 0$ ($\Delta V < 0$)

Verkningsgrad: $\eta = \left| \frac{\text{nytte}}{\text{kostnad}} \right| = \frac{\text{netto utført arbeid}}{\text{tilført varme}} = \frac{W}{Q_2}$

Skal vise at Carnot-pros. har $\eta_c = 1 - \frac{T_1}{T_2}$

$$\oint dU = 0 \Rightarrow W = Q_2 + Q_1 \quad (Q_1 < 0)$$

$$\Rightarrow \eta_c = \frac{Q_2 + Q_1}{Q_2} = 1 + \frac{Q_1}{Q_2} < 1$$

Antar ideell gass $\Rightarrow U = U(T) \Rightarrow \Delta U$ langs de to isotermene

$$\Rightarrow Q_2 = W_{ab} = \int_{V_a}^{V_b} p(V) dV = nRT_2 \int_{V_a}^{V_b} \frac{dV}{V} = nRT_2 \ln \frac{V_b}{V_a}$$

$$Q_1 = W_{cd} = \dots = nRT_1 \ln \frac{V_d}{V_c} \quad (V_d < V_c \Rightarrow Q_1 < 0)$$

Langs adiabatene: $T \cdot V^{\gamma-1} = \text{konst.}$

$$\Rightarrow T_2 V_b^{\gamma-1} = T_1 V_c^{\gamma-1} \quad \text{og} \quad T_1 V_d^{\gamma-1} = T_2 V_a^{\gamma-1}$$

$$\Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_c}{V_b}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{V_d}{V_a}\right)^{\gamma-1} \Rightarrow \frac{V_b}{V_a} = \frac{V_c}{V_d}$$

$$\text{Dermed: } Q_1 = nRT_1 \ln \frac{V_a}{V_b} = \left[-nRT_2 \ln \frac{V_b}{V_a} \right] \cdot \frac{T_1}{T_2} = -Q_2 \frac{T_1}{T_2}$$

$$\Rightarrow W = Q_2 + Q_1 = Q_2 \left(1 - \frac{T_1}{T_2}\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{\eta_c = 1 - \frac{T_1}{T_2}} \quad \text{Virkningsgrad for Carnotprosess}$$

Det kan bevises (gjøres ikke her):

- Alle reelle kretsprosesser har virkningsgrad $\eta < \eta_c$
- Carnotmaskin har $\eta_c = 1 - T_1/T_2$ selv med annen "arbeidssubstans" enn ideell gass.