KLASSISK DYNAMIKK [YF 1-10 ; LL 1-6]

Størrelser og enheter [YF 1]

dekadisk prefiks (m = milli = 10^{-3})

Eks: Lengde ; $L = 25.4$ mm

størrelse symbol måltall enhet

Notasjon: $[L] = \text{m}$ ("SI-enheten til lengde er meter")

Bare 3 grunnleggende fysiske størrelser i mekanikken:

lengde	$[L]$	$= \text{m}$
tid	$[t]$	$= \text{s}$
masse	$[m]$	$= \text{kg}$

I termisk fysikk trengs også

temperatur	$[T]$	$= \text{K}$
stoffmengde	$[n]$	$= \text{mol}$

(Og i elektromagnetismen: elektrisk strømstyrke $[I] = \text{A}$)

Sammensatte størrelser og enheter:

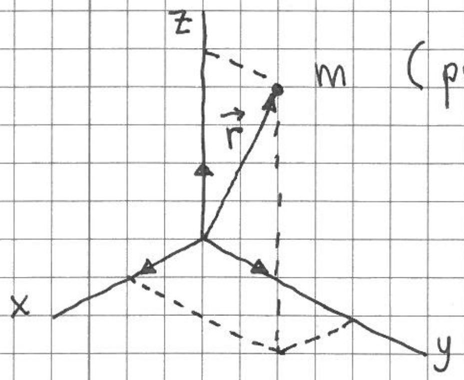
hastighet	$[v]$	$= \text{m/s}$
akselerasjon	$[a]$	$= \text{m/s}^2$

Avledete enheter for

kraft	$[F]$	$= \text{kg} \cdot \text{m/s}^2$	$= \text{N}$
energi	$[E]$	$= \text{N} \cdot \text{m}$	$= \text{J}$
effekt	$[P]$	$= \text{J/s}$	$= \text{W}$

Kinematikk [YF 2, 3 ; LL 1]

= beskrivelse av bevegelse



m (punktmasse ; evt. legemets massesenter, CM)

$$\vec{r}(t) = x(t)\,\hat{x} + y(t)\,\hat{y} + z(t)\,\hat{z}$$

= <u>posisjonen</u> til m ved tid t

Enhetsvektorer (kartesiske) :

$$\hat{x},\ \hat{y},\ \hat{z}$$

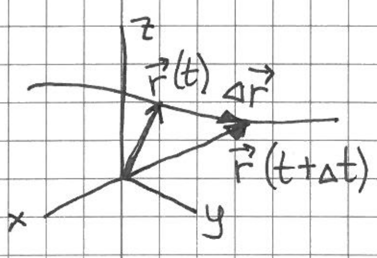
$$|\hat{x}| = |\hat{y}| = |\hat{z}| = 1$$

$$[\hat{x}] = [\hat{y}] = [\hat{z}] = 1 \qquad \text{(dimensjonsløse)}$$

$$\hat{x}\cdot\hat{x} = \hat{y}\cdot\hat{y} = \hat{z}\cdot\hat{z} = 1$$

$$\hat{x}\cdot\hat{y} = \hat{y}\cdot\hat{z} = \ldots\ldots = 0$$

<u>Banen</u> $\vec{r}(t)$ beskriver bevegelsen til m :



$$\Delta\vec{r} = \vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)$$

= <u>forflytning</u> i løpet av Δt

<u>Hastighet</u> = forflytning pr tidsenhet :

$$\vec{v}(t) = \lim_{\Delta t\to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}} \qquad \text{(vanlig notasjon)}$$

$\Delta t > 0$ er <u>skalar</u> $\Rightarrow$ $\vec{v} \parallel \Delta\vec{r}$, dvs tangentiell til banen

Akselerasjon = hastighetsendring pr tidsenhet :

$$\vec{a}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \ddot{\vec{r}}$$

Kartesiske komponenter :

$$\left.\begin{aligned} \vec{v} &= v_x \hat{x} + v_y \hat{y} + v_z \hat{z} \\ &\parallel \\ \dot{\vec{r}} &= \dot{x}\hat{x} + \dot{y}\hat{y} + \dot{z}\hat{z} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad v_x = \dot{x} \quad \text{osv}$$

$$\left.\begin{aligned} \vec{a} &= a_x \hat{x} + a_y \hat{y} + a_z \hat{z} \\ &\parallel \\ \ddot{\vec{r}} &= \ddot{x}\hat{x} + \ddot{y}\hat{y} + \ddot{z}\hat{z} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad a_x = \ddot{x} = \dot{v}_x \quad \text{osv}$$

Finner $\vec{r}$ fra $\vec{v}$ og $\vec{v}$ fra $\vec{a}$ med integrasjon :

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \Rightarrow d\vec{r} = \vec{v}\,dt \Rightarrow \int_{\vec{r}(t_0)}^{\vec{r}(t)} d\vec{r} = \int_{t_0}^{t} \vec{v}(t)\,dt$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{r}(t) = \vec{r}(t_0) + \int_{t_0}^{t} \vec{v}(t)\,dt}$$

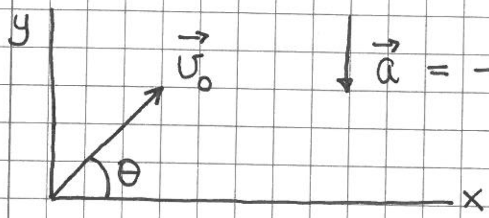
$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \Rightarrow d\vec{v} = \vec{a}\,dt$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{v}(t) = \vec{v}(t_0) + \int_{t_0}^{t} \vec{a}(t)\,dt}$$

Hvis $\vec{a}$ er konstant, og <u>initialbetingelsene</u> er $\vec{r}(0) = \vec{r}_0$, $\vec{v}(0) = \vec{v}_0$:

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{a}t \quad ; \quad \vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \tfrac{1}{2}\vec{a}t^2$$

Eks: Skrått kast, med $\vec{r}(0) = 0$ og $\vec{v}(0) = \vec{v}_0$



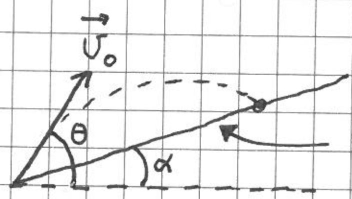
$\downarrow \vec{a} = -g\hat{y} \quad (g = 9.8\ m/s^2)$

$$\vec{r}(t) = \vec{v}_0 t + \tfrac{1}{2}\vec{a}t^2 = \underbrace{(v_0 t \cos\theta)}_{x(t)}\hat{x} + \underbrace{(v_0 t \sin\theta - \tfrac{1}{2}gt^2)}_{y(t)}\hat{y}$$

Eliminer t og vis at banen $y(x)$ blir en parabel.

Øving 1:

- Kast i motbakke

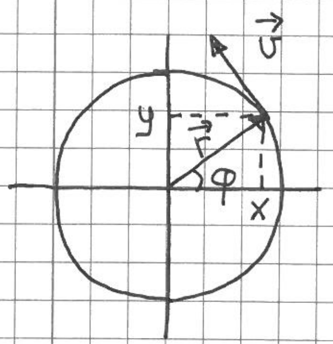


lengde $L(v_0, \theta, \alpha) = ?$

- Gitt $a(v)$, hva blir $v(t)$ (med kjent $v(0) = v_0$) ?

Tips: $dt = dv/a(v) \Rightarrow t = \int_{v_0}^{v} dv/a(v)$

Sirkelbevegelse [YF 3.4 ; LL 1.7, 1.8]



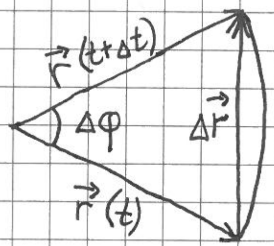
$\Rightarrow$ Ofte lurt med polarkoordinater (r, φ), fordi r = avstand fra origo er konstant.
φ = vinkel mellom x-aksen og $\vec{r}$
($\varphi > 0$ mot klokka)

Ser fra figuren:

$x = r\cos\varphi$, $\quad y = r\sin\varphi$, $\quad y/x = \tan\varphi$, $\quad r = |\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2}$,

$\vec{r} = r\cos\varphi\ \hat{x} + r\sin\varphi\ \hat{y}$

Vinkel = buelengde / radius:



Δs = lengden av sirkelbueelement

$\Delta\varphi = \Delta s / r$

$[\varphi] = m/m = 1$

Vinkelhastighet = vinkelendring pr tidsenhet:

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt} = \dot{\varphi} \qquad [\omega] = 1/s = s^{-1}$$

Når $\Delta t \to 0$ og $\Delta\varphi \to 0$, ser vi at $\Delta r\ (= |\Delta\vec{r}|) \to \Delta s = r\,\Delta\varphi$, og at $\Delta\vec{r} \perp \vec{r}$.

Dermed: $$\underline{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta r}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{r\,\Delta\varphi}{\Delta t} = r\frac{d\varphi}{dt} = \underline{r\omega}$$

Retning: $\vec{v} \parallel \Delta\vec{r}$ og $\Delta\vec{r} \perp \vec{r}$

$\Rightarrow$ $\boxed{\vec{v} \perp \vec{r} \text{ ved sirkelbevegelse}}$

Uniform sirkelbevegelse hvis ω (og v) er konstant

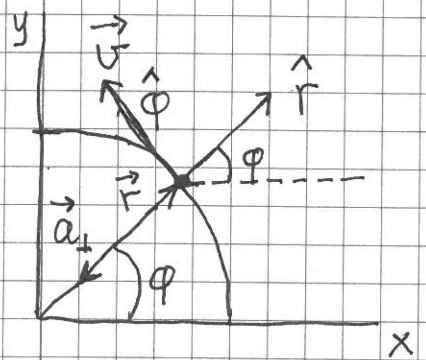
$\Rightarrow \quad \varphi(t) = \omega t \qquad$ (antar $\varphi(0) = 0$)

$$\Rightarrow \quad \vec{r}(t) = \overbrace{r\cos\omega t}^{x(t)}\,\hat{x} + \overbrace{r\sin\omega t}^{y(t)}\,\hat{y}$$

$$\vec{v}(t) = -r\omega\sin\omega t\,\hat{x} + r\omega\cos\omega t\,\hat{y}$$

$$\vec{a}_\perp(t) = -r\omega^2\cos\omega t\,\hat{x} - r\omega^2\sin\omega t\,\hat{y} = -\omega^2\vec{r}(t)$$

Sentripetalakselerasjon: $\boxed{\vec{a}_\perp = -\omega^2\vec{r}}$



$\vec{r} = r\hat{r}, \quad \vec{v} = v\hat{\varphi},$

$\vec{a}_\perp = -\omega^2 r\,\hat{r} = -\frac{v^2}{r}\,\hat{r}$

$\hat{r} = \hat{x}\cos\varphi + \hat{y}\sin\varphi$

$\hat{\varphi} = -\hat{x}\sin\varphi + \hat{y}\cos\varphi$

Baneakselerasjon:

$$a_\parallel = \dot{v} = \frac{d}{dt}(\omega r) = r\dot{\omega}$$

Total akselerasjon: $\vec{a} = \vec{a}_\perp + \vec{a}_\parallel = -\omega^2 r\,\hat{r} + r\dot{\omega}\,\hat{\varphi}$

Vinkelakselerasjon: $\alpha = \dot{\omega} = \ddot{\varphi} \qquad [\alpha] = s^{-2}$

Periode (omløpstid): $T \qquad [T] = s$

Frekvens: f = # omløp pr tidsenhet $\qquad [f] = Hz \; (= s^{-1})$

$$\Rightarrow v = \frac{2\pi r}{T}, \quad T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi}{\omega}, \quad f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

Newtons lover [YF 4,5 ; LL 2,3]

- N1 : $\boxed{\vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{v} = \text{konst.}}$

[Hvis netto ytre kraft $\vec{F} = 0$ på et legeme, forblir det i ro eller i rettlinjet bevegelse med konstant hastighet $\vec{v}$]

N2 : $\boxed{\vec{F} = m\vec{a}}$

- [Et legemes akselerasjon er proporsjonal med netto ytre kraft $\vec{F}$, $\vec{a} = \vec{F}/m$; m = legemets masse]

N3 : $\boxed{\vec{F}_{BA} = -\vec{F}_{AB}}$

[Hvis A virker på B med kraft $\vec{F}_{AB}$, virker B på A med kraft $\vec{F}_{BA} = -\vec{F}_{AB}$] [A og B vekselvirker]

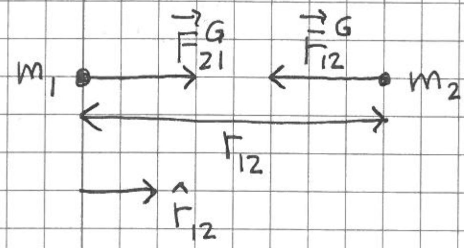
- Enhet: $[F] = kg \cdot m/s^2 = N$ (newton)

Fundamentale krefter [YF 5.5; LL 2.1]

Viktig i TFY4106 er gravitasjonskrefter (svak tiltrekning mellom masser) og elektromagnetiske krefter (tiltrekning eller frastøtning mellom ladninger).

- [Dessuten kjernekrefter, svake og sterke, med rekkevidde hhv ca 10^{-18} og 10^{-15} m ; beskriver hhv radioaktive prosesser og at kjernepartikler holdes sammen]

Newtons gravitasjonslov:

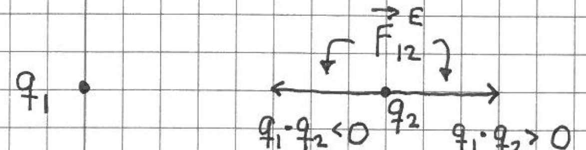


$$\vec{F}^G_{12} = -G \frac{m_1 m_2}{r_{12}^2} \hat{r}_{12}$$

$$G \approx 6.67 \cdot 10^{-11} \ Nm^2/kg^2$$

(gravitasjonskonstanten)

Coulombs lov:



$$\vec{F}^E_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \hat{r}_{12}$$

$[q] = C = A \cdot s$ (coulomb)

$\varepsilon_0 \approx 8.85 \cdot 10^{-12} \ C^2/Nm^2$

(vakuumpermittiviteten)

For to elektroner, med $q = -e = -1.6 \cdot 10^{-19}$ C og $m = m_e = 9.1 \cdot 10^{-31}$ kg, er $|F_E/F_G| \sim 10^{43}$ slik at F_G kan neglisjeres.

Mellom himmellegemer er $F_G \gg F_E$.

Mellom "dagligdagse" objekter er typisk $F_E \gg F_G$, selv med elektrisk nøytrale objekter.
I tillegg kommer F_G fra jorda.

Dvs: Både F_E og F_G styrer hverdagen på jorda.