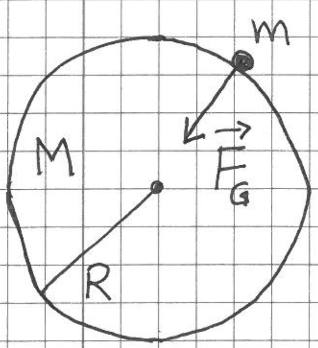
Tyngde [YF 4.4 ; LL 2.5]



Kraft på m fra jorda: $F_G = G\dfrac{mM}{R^2} = mg$

med

$$g = GM/R^2 \approx 6.67\cdot 10^{-11}\cdot 6\cdot 10^{24} / (6370\cdot 10^3)^2$$

$$\approx 9.8 \text{ m/s}^2 = \text{tyngdens akselerasjon}$$

[Kan regne som om hele jordmassen M var samlet i sentrum!]

Har "fritt fall" hvis F_G er eneste kraft på m; da er

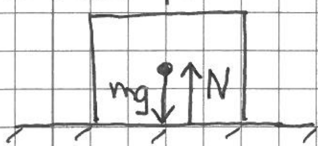
$$mg = ma \qquad \text{(N2)}$$

dvs

$$a = g = 9.8 \text{ m/s}^2$$

Kontaktkrefter [YF 4.1 ; LL 3]

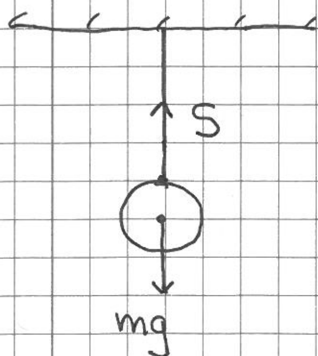
Normalkraft:



N = netto frastøtende coulombkraft fra bordet på klossen

Hvis kloss i ro: $N = mg$ (pga N1)

Snordrag:

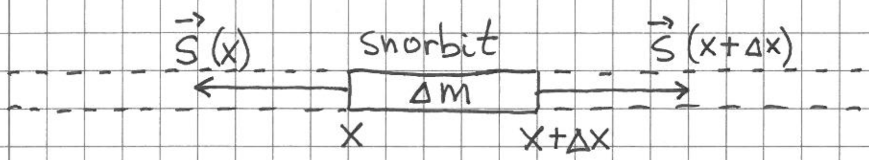


S = netto tiltrekkende coulombkraft fra snora på kula

Hvis kule i ro: $S = mg$ (N1)

[Oppg: Forklar N3 i disse to tilfellene]

Snordraget er ofte konstant:

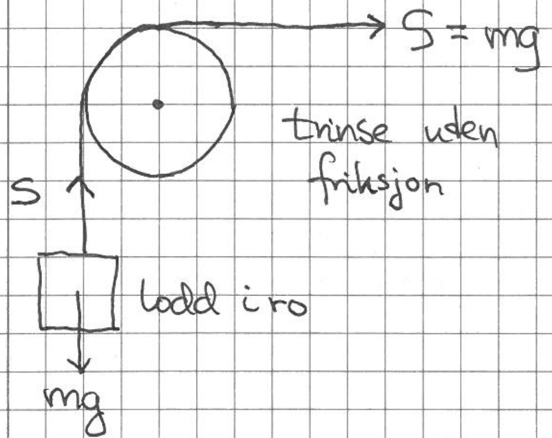


N2: $\vec{S}(x+\Delta x) + \vec{S}(x) = \Delta m \cdot \vec{a}$ (antar $\Delta m \cdot g \ll S$)

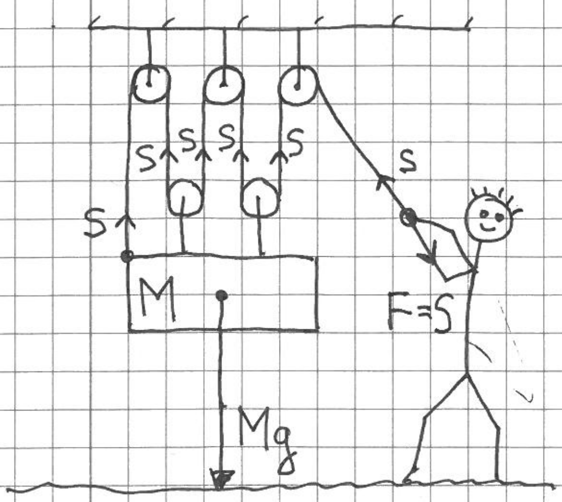
Hvis $\Delta m \approx 0$ (eller $\vec{a} = 0$), er $\vec{S}(x+\Delta x) = -\vec{S}(x)$,

dvs konstant $S = |\vec{S}|$ i hele snora

Trinser endrer retningen på $\vec{S}$:



Talje:



N1 $\Rightarrow$ $5S = Mg$

$S = Mg/5$

Friksjon [YF 5.3 ; LL 3.1]

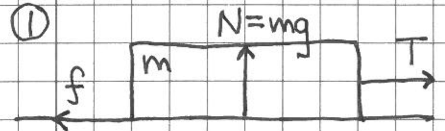
Kontaktkrefter (coulombkrefter) rettet mot relativ bevegelse, evt. mot relativ bevegelse som oppnås uten friksjon.

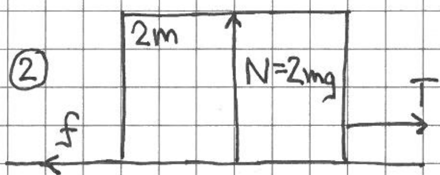
Tørr friksjon:

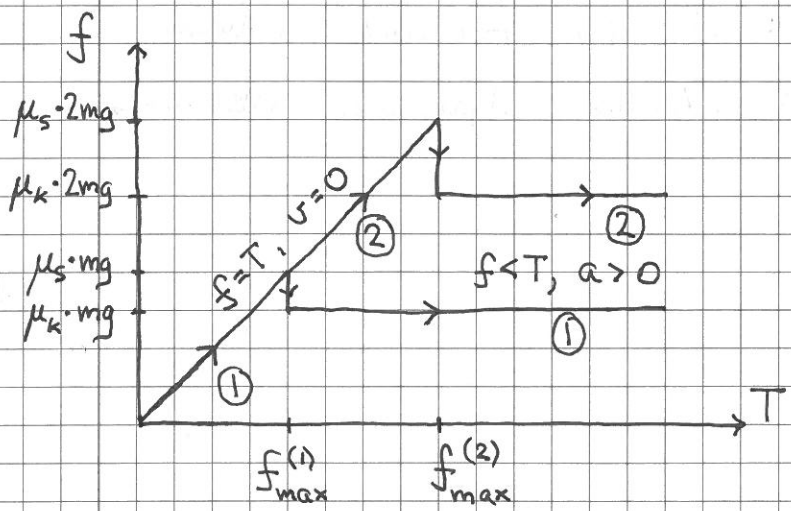
T = trekk-kraft

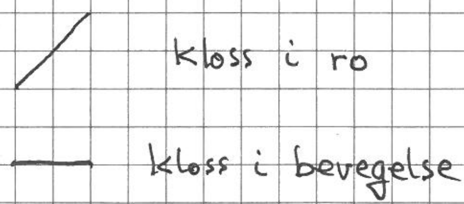
f = friksjonskraft fra underlaget på klossen

$N = mg$ (pga N1)





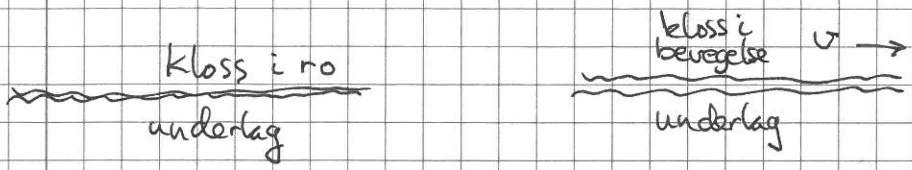




Statisk friksjon: $v = 0$, $f = T$, $f_{max} = \mu_s N$ $(f \leq \mu_s N)$

Kinetisk —"—: $v > 0$, $f = \mu_k N$, $\mu_k < \mu_s$

Ujemnheter i kontaktflatene $\Rightarrow$ best "grep" i statisk tilfelle:

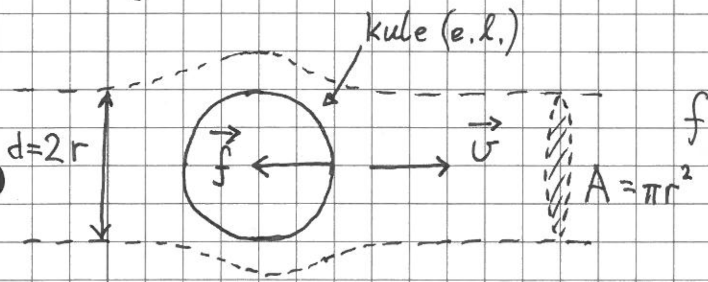


Kloss i bevegelse "flyter" litt oppå $\Rightarrow$ $\mu_s > \mu_k$

Statisk (μ_s) og kinetisk (μ_k) friksjonskoeffisient, noen tall:

	μ_s	μ_k
Tre mot tre	0.25–0.50	0.2
Gummi mot tørr asfalt	1.0	0.8
—"— våt —"—	0.3	0.25

Friksjon i fluider [YF 5.3 ; LL 8]



fluid med massetetthet ρ, viskositet μ

Reynolds tall: $Re = \rho v d/\mu$

Liten v $\Rightarrow$ pen, laminær strømning av fluidet omkring et
(liten Re) symmetrisk objekt, $\vec{f} = -k\vec{v} = -kv\hat{v}$

$$= -6\pi\mu r v \hat{v} \quad \text{(kule)}$$

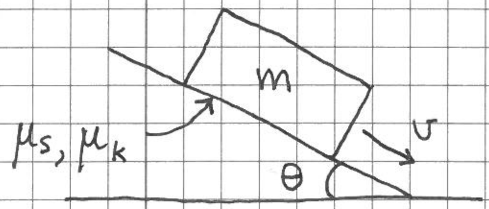
Stor v $\Rightarrow$ turbulent strømning,
(stor Re) $\vec{f} \approx -Dv^2\hat{v} = -\frac{1}{2}C A \rho v^2 \hat{v}$ $(A = \pi r^2)$

"drag" - koeffisient

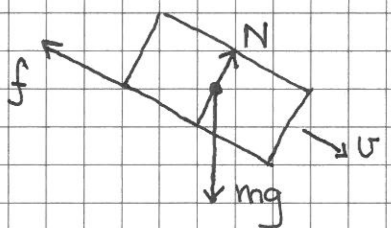
Problemløsning; strategi og eksempler [YF5; LL3]

- Finn alle ytre krefter $\vec{F}_i$ på legemet
- Tegn fritt-legeme-diagram, der omgivelsene erstattes av krefter på legemet ($m\vec{g}$, $\vec{S}$, $\vec{N}$, $\vec{f}$, ...)
- Velg hensiktsmessig koordinatsystem. Dekomponer.
- Bruk N2: $\vec{a} = \sum_i \vec{F}_i / m$ (evt. N1: $\sum_i \vec{F}_i = 0$)

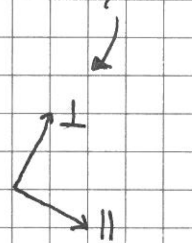
Eks: Kloss(er) på skråplan [Øving 2; Lab 1]



Fritt-legeme-diagram:



Koord.system:



$N_\perp = N$, $N_\parallel = 0$, $f_\parallel = f$, $f_\perp = 0$

$(mg)_\perp = mg\cos\theta$, $(mg)_\parallel = mg\sin\theta$

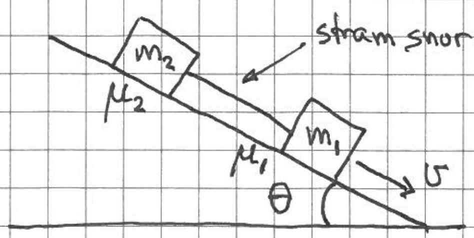
N1, ⊥ : $N - mg\cos\theta = 0$

N2, ∥ : $mg\sin\theta - f = ma = m\,dv/dt$

Statisk ($v = 0$): $f \leq \mu_s N$

Kinetisk ($v \neq 0$): $f = \mu_k N$

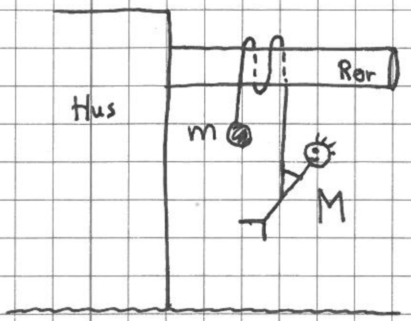
Lab 1:
(Øv.2)

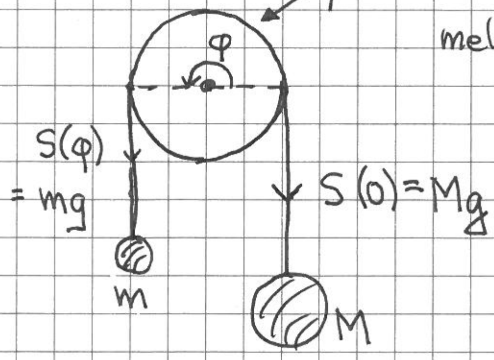


Finn θ som gir konstant v!

Eks: Snorfriksjon

[A. Wahl, Med livet som innsats (youtube)]

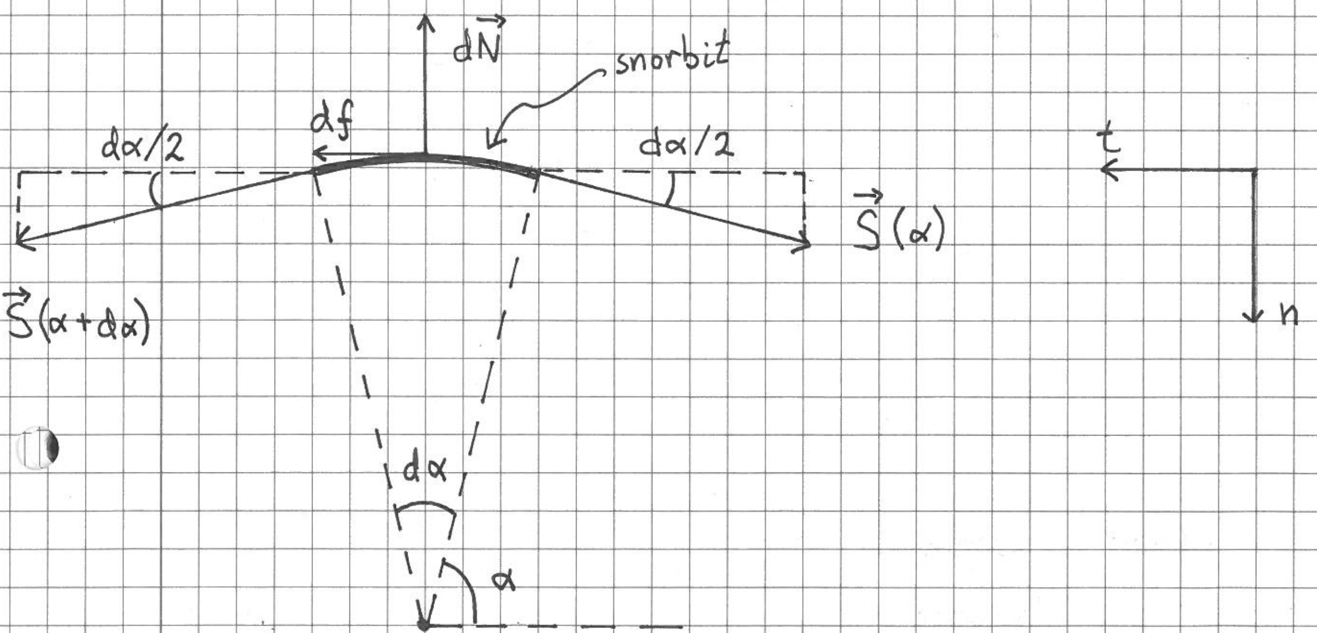




μ = statisk friksjonskoeff. mellom rør og snor

Bestem minste m som holder M oppe når det er kontakt mellom rør og snor over en vinkel φ. (Her: $\varphi = (1+2N)\pi$)

S er ikke konstant $\Rightarrow$ Vi ser på liten snorbit:



$\vec{S}$ = krefter på snorbit fra resten av snora

$d\vec{N}$ = normalkraft fra rør på snorbit

$d\vec{f}$ = friksjonskraft ——"—— ;

minste mulige m når $df = \mu\, dN$

Snorbit i ro $\Longrightarrow$ $\vec{S}(\alpha+d\alpha) + \vec{S}(\alpha) + d\vec{N} + d\vec{f} = 0$

Dekomponerer tangentielt og normalt snorbiten:

$$(t) \quad S(\alpha+d\alpha)\cos\frac{d\alpha}{2} - S(\alpha)\cos\frac{d\alpha}{2} + df = 0$$

$$(n) \quad S(\alpha+d\alpha)\sin\frac{d\alpha}{2} + S(\alpha)\sin\frac{d\alpha}{2} - dN = 0$$

Når $d\alpha \ll 1$, er $\cos\frac{d\alpha}{2} \approx 1$ og $\sin\frac{d\alpha}{2} \approx \frac{d\alpha}{2}$.

Dessuten:

$$S(\alpha+d\alpha) - S(\alpha) = dS, \quad S(\alpha+d\alpha) + S(\alpha) = 2S, \quad df = \mu\, dN$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{ll} (t) & dS = -\mu\, dN \\ (n) & S\, d\alpha = dN \end{array}\right\} \quad \begin{array}{l} (t)/(n) \text{ gir} \\ dS/S = -\mu\, d\alpha \end{array}$$

Må integrere, fra $\alpha = 0$ til $\alpha = \varphi = (1+2N)\pi$, for å finne m/M:

$$\int_{S(0)}^{S(\varphi)} \frac{dS}{S} = -\int_0^{\varphi} \mu\, d\alpha \quad \Rightarrow \ln S(\varphi) - \ln S(0) = -\mu\varphi$$

$$\Rightarrow \ln\frac{S(\varphi)}{S(0)} = \ln\frac{mg}{Mg} = \ln\frac{m}{M} = -\mu\varphi = -\mu(1+2N)\pi$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{\frac{m}{M} = e^{-\mu(1+2N)\pi}}}$$

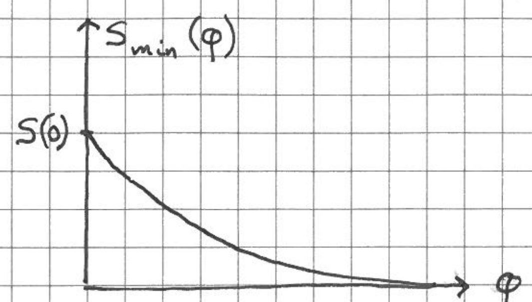
[Mer generelt: $S_{min}(\varphi) = S(0)e^{-\mu\varphi}$]

Eks: Plastrør og nylonsnor: $\mu \approx 0.17$ [Øving 3]

$N = 3 \Rightarrow \exp[-0.17 \cdot 7\pi] \approx 0.02$

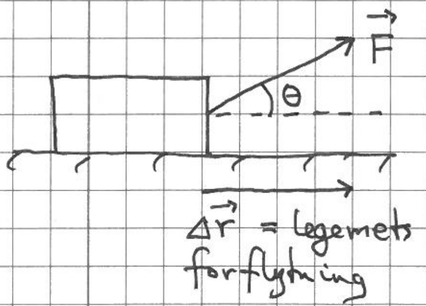
$M = 500\,g \Rightarrow m \approx 10\,g$

(som stemmer bra med eksperimentet!)



Arbeid og energi [YF 6,7 ; LL 4]

Arbeid [YF 6.1-6.3 ; LL 4.1]

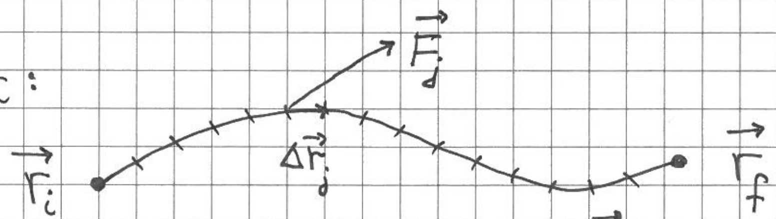


$$\Delta W = \vec{F}\cdot\Delta\vec{r} = F\cdot\Delta r\cdot\cos\theta$$

= arbeid utført av ytre kraft $\vec{F}$ på legemet

Enhet: $[W] = N\cdot m = J$ (joule)

Generelt:



$$W = \sum_j \Delta W_j = \sum_j \vec{F}_j\cdot\Delta\vec{r}_j \;\underset{}{\overset{\Delta r_j\to 0}{=\!=}}\; \int_{\vec{r}_i}^{\vec{r}_f}\vec{F}\cdot d\vec{r}$$

= arbeid utført av $\vec{F}$ ved forflytning fra $\vec{r}_i$ til $\vec{r}_f$

Effekt [YF 6.4 ; LL 4.1]

effekt = arbeid (energi) pr tidsenhet

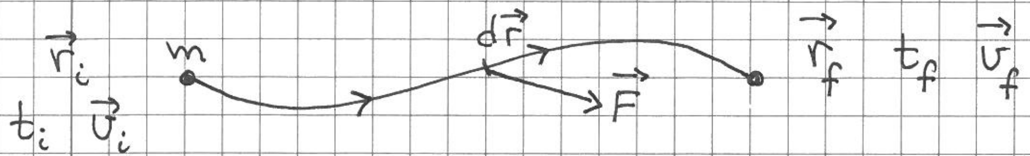
$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{\vec{F}\cdot d\vec{r}}{dt} = \vec{F}\cdot\vec{v}$$

$$[P] = J/s = W \text{ (watt)}$$

Eks: $P = 1\text{ kW}$ gir årlig energiforbruk $10^3\,W\cdot 366\cdot 24\,h$ =

$= 8.784\text{ MWh}$ $(= 3.16\cdot 10^{10}\,J)$ $\hat{=}$ 7352 kr i 2014
(inkl nettleie og avgifter)

Kinetisk energi [YF 6.2 ; LL 4.2]



$$W = \int_{\vec{r}_i}^{\vec{r}_f} \vec{F}\cdot d\vec{r} \overset{N2}{=} \int_{t_i}^{t_f} m\,\frac{d\vec{v}}{dt}\cdot\vec{v}\,dt = m\int_{\vec{v}_i}^{\vec{v}_f} \vec{v}\cdot d\vec{v}$$

$$d(v^2) = d(\vec{v}\cdot\vec{v}) = d\vec{v}\cdot\vec{v} + \vec{v}\cdot d\vec{v} = 2\vec{v}\cdot d\vec{v}$$

$$\Rightarrow W = \frac{1}{2}m\int_{v_i^2}^{v_f^2} d(v^2) = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$$

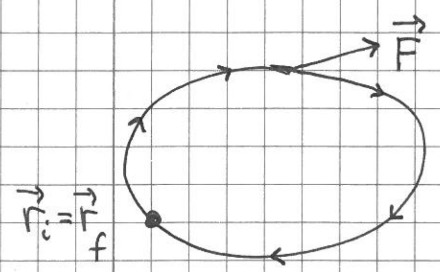
Kinetisk energi: $\boxed{K = \frac{1}{2}mv^2}$

$$\Rightarrow \boxed{W = K_f - K_i = \Delta K}$$

Dvs: Arbeid W utført på legeme med masse m tilsvarer endringen ΔK i legemets kinetiske energi, $K = \frac{1}{2}mv^2$.

Konservativ kraft [YF 7.3; LL 4.4]

- I et <u>konservativt system</u> tapes ikke mekanisk energi til andre energiformer (f.eks. varme).

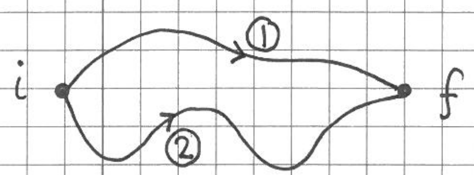


Hvis $\vec{F}$ er konservativ, er $K_f = K_i$,

dvs $W = \Delta K = 0$,

dvs $\boxed{\oint \vec{F} \cdot d\vec{r} = 0}$ ($\oint$ = integral rundt lukket kurve)

- Da er arbeidet W utført av $\vec{F}$ <u>uavhengig av veien</u>:



$$W_1 = \int_{①} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{②} \vec{F} \cdot d\vec{r} = W_2$$

Potensiell energi [YF 7.1-7.4 ; LL 4.3-4.4]

Hvis $\vec{F}$ er konservativ, er

$$\boxed{U(\vec{r}) = -\int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} \vec{F} \cdot d\vec{r}}$$

potensiell energi i $\vec{r}$, med <u>valget</u> $U(\vec{r}_0) = 0$.

Merk: Bare <u>forskjeller</u> i pot. energi har fysisk betydning.

[Matte 2: $\oint \vec{F} \cdot d\vec{r} = 0 \Rightarrow \nabla \times \vec{F} = 0$

$U = -\int \vec{F} \cdot d\vec{r} \Rightarrow \vec{F} = -\nabla U$]