MEKANIKK [YF 1-10 ; LL 1-6]

Størrelser og enheter [YF 1]

Eks: Masse ; $m = 79.2$ kg ← dekadisk forstavelse ($k = \text{kilo} = 10^3$)

↑ størrelse ↑ symbol ↑ tallverdi ↑ SI-enhet

$[m] = \text{kg}$: "SI-enheten til masse er kilogram"

Grunnleggende størrelser i mekanikk:

lengde $[l] = \text{m}$
tid $[t] = \text{s}$
masse $[m] = \text{kg}$

Termisk fysikk:

temperatur $[T] = \text{K}$
stoffmengde $[n] = \text{mol}$

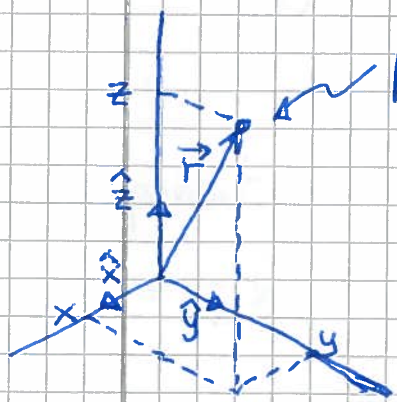
(Elmag: strømstyrke $[I] = \text{A}$)

Sammensatte størrelser: hastighet $[v] = \text{m/s}$
akselerasjon $[a] = \text{m/s}^2$

Avledede enheter for mange størrelser:

kraft $[F] = \text{kg m/s}^2 = \text{N}$
arbeid $[W] = \text{N}\cdot\text{m} = \text{J}$
effekt $[P] = \text{J/s} = \text{W}$

Kinematikk ("om bevegelse") [YF 2,3 ; LL 1]



punktmasse m (evt et legemes massesenter CM)

Posisjonen til m (ved tid t):

$$\vec{r}(t) = x(t)\,\hat{x} + y(t)\,\hat{y} + z(t)\,\hat{z}$$

Enhetsvektorer (kartesiske): $\hat{x}$, $\hat{y}$, $\hat{z}$

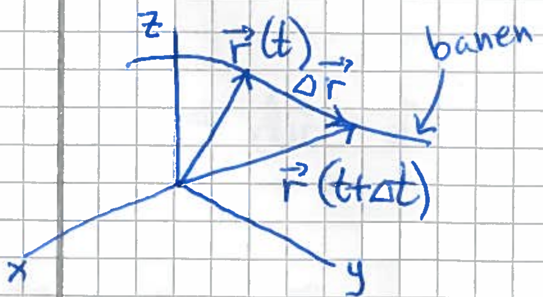
$$|\hat{x}| = |\hat{y}| = |\hat{z}| = 1$$

$$[\hat{x}] = [\hat{y}] = [\hat{z}] = 1 \qquad \text{(dvs dimensjonsløse)}$$

$$\hat{x}\cdot\hat{x} = \hat{y}\cdot\hat{y} = \hat{z}\cdot\hat{z} = 1$$

$$\hat{x}\cdot\hat{y} = \hat{y}\cdot\hat{z} = \ldots\ldots = 0$$

$\vec{r}$ som funksjon av t beskriver bevegelsen til m:



Forflytning i løpet av Δt:

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)$$

Hastighet $\overset{\text{(def)}}{=}$ Forflytning pr tidsenhet

$$\vec{v}(t) = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}}$$

$\Rightarrow$ $\vec{v} \parallel \Delta\vec{r}$, tangent til banen ($\Delta t > 0$ er skalar)

<u>Akselerasjon</u> $\stackrel{def}{=}$ Hastighetsendring pr tidsenhet:

$$\vec{a}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \dot{\vec{v}} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \ddot{\vec{r}}$$

Komponentvise sammenhenger:

$$\left.\begin{aligned} \vec{v} &= v_x \hat{x} + v_y \hat{y} + v_z \hat{z} \\ &\parallel \\ \dot{\vec{r}} &= \dot{x}\hat{x} + \dot{y}\hat{y} + \dot{z}\hat{z} \end{aligned}\right\} \Rightarrow v_x = \dot{x} \quad \text{etc}$$

Tilsvarende: $a_x = \ddot{x} = \dot{v}_x$ etc

Integrasjon gir $\vec{r}$ fra $\vec{v}$ og $\vec{v}$ fra $\vec{a}$:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \Rightarrow d\vec{r} = \vec{v}\,dt \Rightarrow \int_{\vec{r}(0)}^{\vec{r}(t)} d\vec{r} = \int_0^t \vec{v}(t)\,dt$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{r}(t) = \vec{r}(0) + \int_0^t \vec{v}(t)\,dt}$$

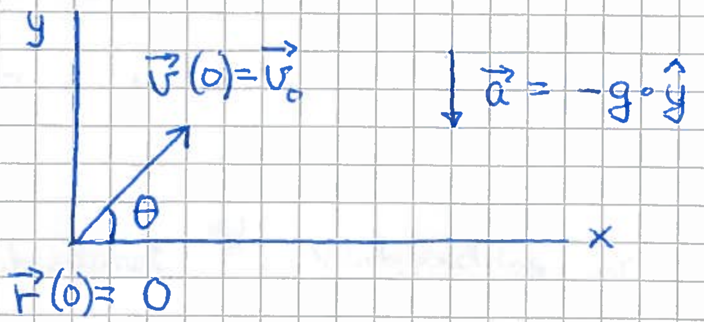
$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \Rightarrow d\vec{v} = \vec{a}\,dt \Rightarrow \ldots \Rightarrow \vec{v}(t) = \vec{v}(0) + \int_0^t \vec{a}(t)\,dt$$

Enklest hvis $\vec{a}$ = konstant:

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{a}\cdot t \; ; \quad \vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 \cdot t + \tfrac{1}{2}\vec{a}\,t^2$$

(når vi har <u>initialbetingelsene</u> $\vec{r}(0) = \vec{r}_0$ og $\vec{v}(0) = \vec{v}_0$)

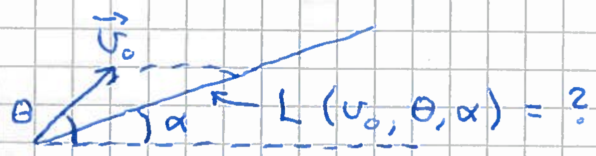
Eks: Skrått kast



$$\Rightarrow \quad \vec{r}(t) = \vec{v}_0 t + \tfrac{1}{2}\vec{a}t^2 = \hat{x}\,\overbrace{\left(v_0 t \cos\theta\right)}^{x(t)} + \hat{y}\,\overbrace{\left(v_0 t \sin\theta - \tfrac{1}{2}gt^2\right)}^{y(t)}$$

$\Rightarrow$ banen $y(x)$ er <u>parabel</u> (eliminer t !)

Øving 1: • Kast i motbakke

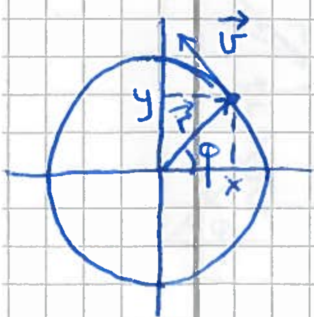


(Prosjektide !) $\boxed{P}$

∘ Med kjent $a(v)$ kan $v(t)$ bestemmes slik:

$$dt = dv/a \quad \Rightarrow \quad t = \int_{v_0}^{v} dv/a(v)$$

Sirkelbevegelse [YF 3.4; LL 1.7, 1.8]



Polarkoordinater (r, φ):

r = avstand fra origo (her <u>konstant</u>)

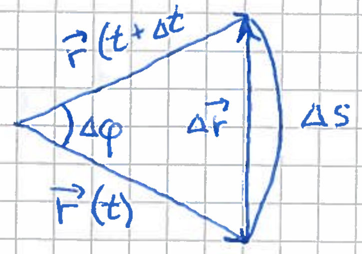
φ = vinkel mellom x-aksen og $\vec{r}$ ($\varphi > 0$ mot klokka)

Fra figur:

$x = r\cos\varphi, \quad y = r\sin\varphi, \quad \tan\varphi = y/x, \quad r = \sqrt{x^2+y^2}$

$$\vec{r} = \hat{x}\, r\cos\varphi + \hat{y}\, r\sin\varphi$$

Vinkel $\overset{\text{def}}{=}$ Buelengde / radius



$$\Delta\varphi = \Delta s / r$$

$$[\varphi] = 1$$

Vinkelhastighet $\overset{\text{def}}{=}$ Vinkelendring pr tidsenhet

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt} = \dot{\varphi} \quad , \quad [\omega] = s^{-1}$$

$$\lim_{\Delta t \to 0} \Delta r = \Delta s = r\,\Delta\varphi \implies \underline{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{r\,\Delta\varphi}{\Delta t} = \underline{r\omega}$$

Retning : $\vec{v} \parallel \Delta\vec{r}$, $\Delta\vec{r} \perp \vec{r} \implies \boxed{\vec{v} \perp \vec{r}}$

Akselerasjon ved sirkelbevegelse :

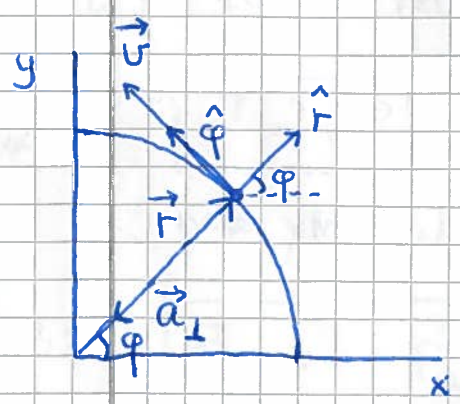
Anta først ω konstant (uniform sirkelbevegelse) og $\varphi(0) = 0$

$$\implies \varphi(t) = \omega t \implies \vec{r}(t) = \hat{x}\, r \cos\omega t + \hat{y}\, r \sin\omega t$$

Dermed: $\vec{v}(t) = -\hat{x}\,\omega r \sin\omega t + \hat{y}\,\omega r \cos\omega t$

$$\vec{a}_\perp(t) = -\hat{x}\,\omega^2 r \cos\omega t - \hat{y}\,\omega^2 r \sin\omega t = -\omega^2 \vec{r}(t)$$

Sentripetalakselerasjon : $\boxed{\vec{a}_\perp = -\omega^2 \vec{r}}$



$$\vec{r} = r\,\hat{r} \quad , \quad \vec{v} = v\,\hat{\varphi}$$

$$\vec{a}_\perp = -\omega^2 r\,\hat{r} = -\frac{v^2}{r}\,\hat{r}$$

$$\hat{r} = \hat{x}\cos\varphi + \hat{y}\sin\varphi$$

$$\hat{\varphi} = -\hat{x}\sin\varphi + \hat{y}\cos\varphi$$

Hvis også v, og dermed ω, endrer seg, har vi
baneakselerasjon:

$$a_{\parallel} = \dot{v} = r\dot{\omega}$$

$\Rightarrow$ Total akselerasjon: $\vec{a} = \vec{a}_{\perp} + \vec{a}_{\parallel} = -\omega^2 r\,\hat{r} + r\dot{\omega}\,\hat{\varphi}$

Vinkelakselerasjon: $\alpha = \dot{\omega} = \ddot{\varphi}$, $[\alpha] = s^{-2}$

Periode = tid pr omløp: T , $[T] = s$

Frekvens = antall omløp pr tidsenhet: f, $[f] = Hz = s^{-1}$

Dermed:

$$v = \frac{2\pi r}{T}, \quad T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi}{\omega}, \quad f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

Newtons lover [YF 4, 5 ; LL 2, 3]

3 empiriske lover:

N1: $\boxed{\vec{F} = 0 \iff \vec{v} = \text{konst.}}$

Hvis netto ytre kraft $\vec{F}$ på et legeme er null, forblir det i ro eller i rettlinjet bevegelse med konst. hastighet $\vec{v}$

N2: $\boxed{\vec{F} = m\vec{a}}$ Legemets akselerasjon er prop. med netto ytre kraft, $\vec{a} = \vec{F}/m$; m = legemets masse

N3: $\boxed{\vec{F}_{BA} = -\vec{F}_{AB}}$ Hvis A virker på B med $\vec{F}_{AB}$, virker B på A med $\vec{F}_{BA} = -\vec{F}_{AB}$.

Krefter er vekselvirkninger mellom legemer.

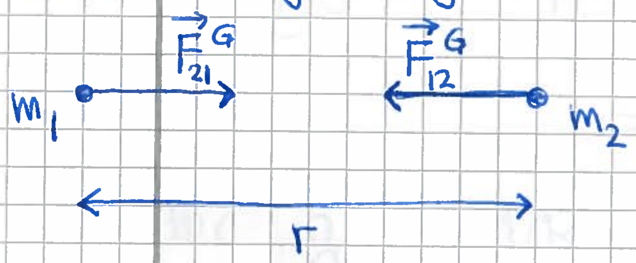
SI-enhet: $[F] = kgm/s^2 = N$ (newton)

<u>Fundamentale naturkrefter</u> relevante i TFY4106: [YF 5.5; LL 2.1]

- Gravitasjon: Svak tiltrekning mellom <u>masser</u>
- Elektromagnetisk: Tiltrekning og frastøtning mellom <u>ladninger</u>.

[Dessuten svake og sterke kjernekrefter, med svært kort rekkevidde, hhv ca 10^{-18} m og 10^{-15} m. Relevant for hhv radioaktivitet og stabilitet av atomkjerner.]

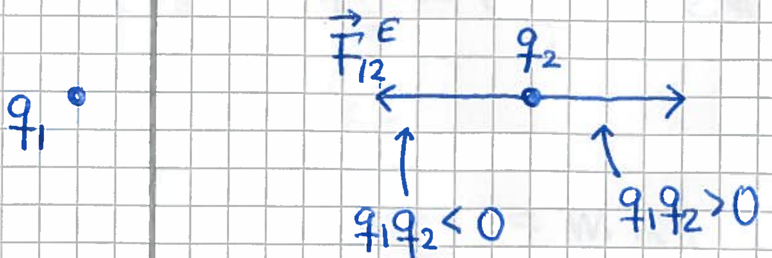
Newtons gravitasjonslov:



$$F_{21}^G = F_{12}^G = G\,\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$G \approx 6.67 \cdot 10^{-11}\ Nm^2/kg^2$
(gravitasjonskonstanten)

Coulombs lov:



$$F_{12}^E = F_{21}^E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \approx 9 \cdot 10^9\ Nm^2/C^2$$

(ε_0 = vakuumpermittiviteten)

Mellom to elektroner er $F_E \gg F_G$ ($m_e \sim 10^{-30}$ kg, $q = e \sim 10^{-19}$ C):

$$\frac{F_E}{F_G} = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 G\, m_e^2} \approx 10^{43} \quad !$$

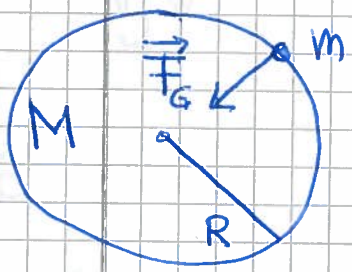
Mellom to himmellegemer: Ukjente q_1 og q_2, men $F_G \gg F_E$

Mellom dagligdagse objekter: $F_E \gg F_G$ (selv om $q \approx 0$)

Fra jorda på dagligdagse objekter: Tyngden F_G

$\Rightarrow$ Både F_E og F_G styrer hverdagen vår!

Tyngde [YF 4.4; LL 2.5]



Tiltrekkende kraft på m fra M (=jorda):

$$F_G = GmM/R^2 \approx m \cdot \frac{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{(6.37 \cdot 10^6)^2}$$

$$= m \cdot g$$

der $g = GM/R^2 \approx 9.81 \text{ m/s}^2$ = tyngdens akselerasjon

Hvis fritt fall:

Da er $F_G = mg$ eneste kraft som virker på m.

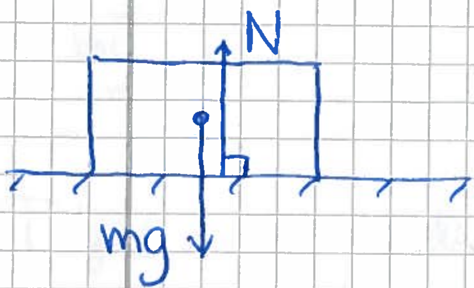
N2 gir da:

$$mg = ma, \quad \text{dvs} \quad \underline{\underline{a = g = 9.81 \text{ m/s}^2}}$$

Kontaktkrefter [YF 4.1 ; LL 3]

= elektrostatiske krefter ("coulombkrefter")
mellom to legemer i nærkontakt

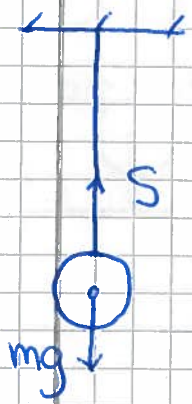
Normalkraft:



N = netto frastøtende kraft fra underlaget på klossen (⊥ grenseflaten)

Hvis kloss i ro: $N = mg$ (N1)

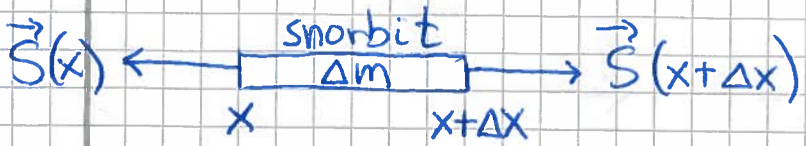
Snorkraft:



S = netto tiltrekkende kraft fra snora på kula

Hvis kule i ro: $S = mg$ (N1)

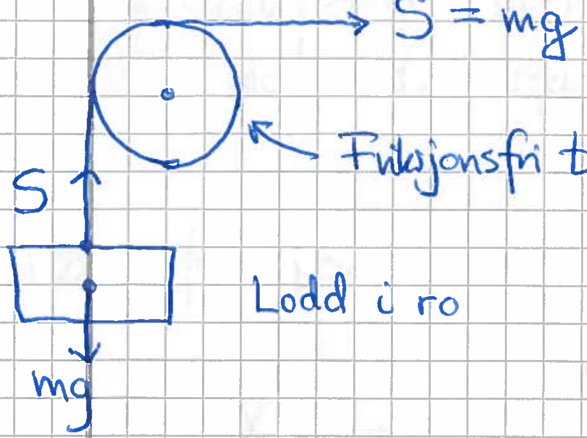
Lette (≈ masseløse) snorer har (ofte) konstant snordrag:



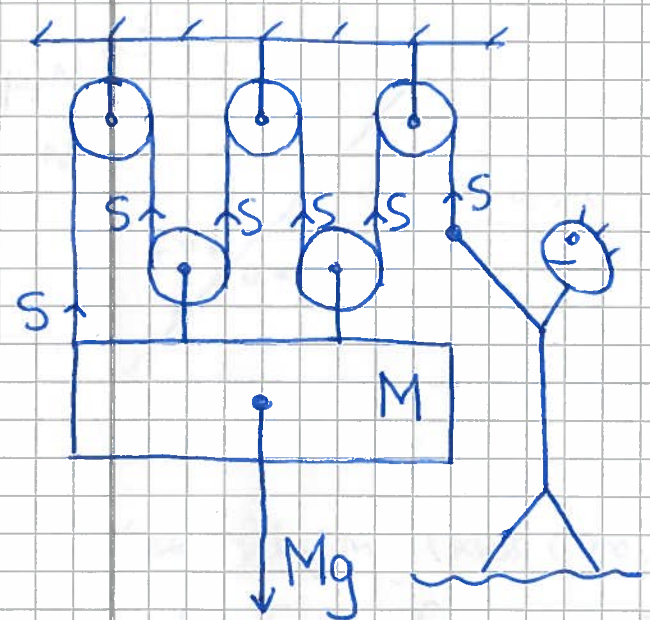
N2: $\vec{S}(x+\Delta x) + \vec{S}(x) = \Delta m \cdot \vec{a}$

$\Rightarrow$ Hvis $\Delta m \approx 0$ (evt $\vec{a}=0$), er $\vec{S}(x+\Delta x) = -\vec{S}(x)$

<u>Trinser</u> kan endre retningen på $\vec{S}$:



<u>Taljer</u> kan redusere nødvendig løftekraft:



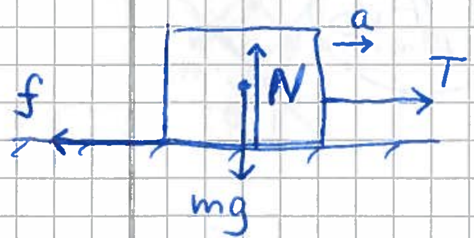
Hvis kasse i ro: $Mg = 5S$

$\Rightarrow \underline{S = Mg/5}$

Friksjonskrefter [YF 5.3 ; LL 3.1]

= kontaktkrefter rettet mot relativ bevegelse, evt. mot rel. beveg. som vil oppstå uten friksjon.

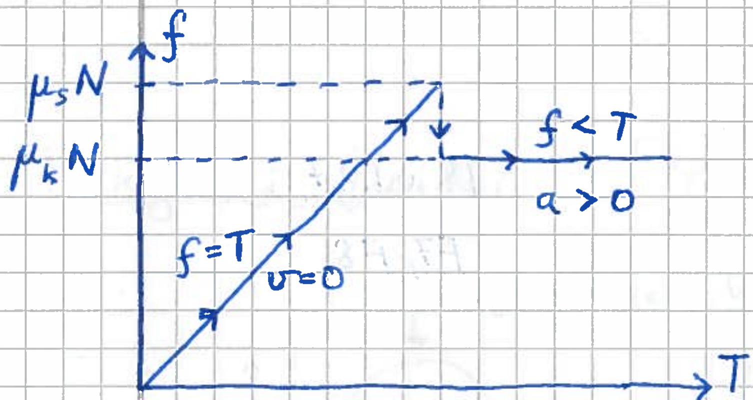
Tørr friksjon:



N1 vertikalt ⇒ $N = mg$

f = friksjonskraft fra underlag på kloss. (tangentielt til kontaktflaten)

Forsøk med økende trekk-kraft T (N2 ⇒ $f = T - ma$) gir:



- Statisk friksjon (kloss i ro, $v = 0$):

  $f = T$, $f_{max} = \mu_s N$, dvs $f \le \mu_s N$

  μ_s = statisk friksjonskoeffisient

- Kinetisk friksjon (relativ bevegelse mellom kloss og underlag i kontaktflaten, $v > 0$):

  $f = \mu_k N$

- Ujevnheter i kontaktflaten gir "best grep" i statisk tilfelle

  ⇒ $\mu_s > \mu_k$ (som regel)