

## TFY4106 Fysikk Midterm 22. mars 2019

**FORMLER:** Fete symboler angir vektorer. Symboler med hatt over angir enhetsvektorer. Formlens gyldighetsområde og de ulike symbolenes betydning antas forøvrig å være kjent. Symbolbruk og betegnelser som i forelesningene.

### MEKANISK FYSIKK INKL SVINGNINGER

- Newtons andre lov:  $\mathbf{F} = d\mathbf{p}/dt$       $\mathbf{p} = m\mathbf{v} = m\dot{\mathbf{r}}$
- Konstant akselerasjon:  $v = v_0 + at$       $x = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$
- Konstant vinkelakselerasjon:  $\omega = \omega_0 + \alpha t$       $\theta = \theta_0 + \omega_0t + \frac{1}{2}\alpha t^2$
- Arbeid:  $dW = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$      Kinetisk energi:  $K = \frac{1}{2}mv^2$
- Konservativ kraft og potensiell energi:  $U(\mathbf{r}) = -\int_{\mathbf{r}_0}^{\mathbf{r}} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$
- Friksjon,     statisk:  $f \leq \mu_s N$      kinetisk:  $f = \mu_k N$
- Luftmotstand (liten  $v$ ):  $\mathbf{f} = -k\mathbf{v}$      Luftmotstand (stor  $v$ ):  $\mathbf{f} = -Dv^2\hat{v}$
- Tyngdepunkt:  $\mathbf{R}_{CM} = \frac{1}{M} \sum_i \mathbf{r}_i m_i \rightarrow \frac{1}{M} \int \mathbf{r} \cdot dm$      Tyngdepunktbevegelsen:  $M\ddot{\mathbf{R}}_{CM} = \mathbf{F}_{\text{ytre}}$
- Sirkelbevegelse:  $v = r\omega$      Sentripetalakselerasjon:  $a = -v^2/r$      Baneakselerasjon:  $a = dv/dt = r d\omega/dt$
- Dreiemoment:  $\boldsymbol{\tau} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$      Statisk likevekt:  $\sum \mathbf{F}_i = 0$       $\sum \boldsymbol{\tau}_i = 0$
- Dreieimpuls:  $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$      N2 rotasjon:  $\boldsymbol{\tau} = d\mathbf{L}/dt$
- Stivt legeme, refleksjonssymmetri mhp rotasjonsaksen:  $\mathbf{L} = \mathbf{L}_b + \mathbf{L}_s = \mathbf{R}_{CM} \times M\mathbf{V} + I_0\boldsymbol{\omega}$
- Kinetisk energi, stivt legeme:  $K = \frac{1}{2}MV^2 + \frac{1}{2}I_0\omega^2$      Trehetsmoment:  $I = \sum_i m_i r_i^2 \rightarrow \int r^2 dm$   
Kompakt sylinder (skive):  $I_0 = MR^2/2$      Kompakt kule:  $I_0 = 2MR^2/5$      Kuleskall:  $I_0 = 2MR^2/3$   
Tynn stang:  $I_0 = ML^2/12$
- Stivt legeme, rotasjon om fast akse:  $K = \frac{1}{2}I\omega^2$
- N2 rotasjon, akse med fast orientering:  $\tau = I \frac{d\omega}{dt}$
- Steiners sats (parallellakseteoremet):  $I = I_0 + Md^2$

- Gravitasjon:  $\mathbf{F} = -\frac{GMm}{r^2}\hat{r}$   $U(r) = -\frac{GMm}{r}$
- Enkel harmonisk oscillator:  $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$   $T = 2\pi/\omega_0$   $f = 1/T = \omega_0/2\pi$   
 Masse i fjær:  $\omega_0 = \sqrt{k/m}$  Matematisk pendel:  $\omega_0 = \sqrt{g/L}$  Fysisk pendel:  $\omega_0 = \sqrt{mgd/I}$
- Fri, dempet svingning, langsom bevegelse i fluid:  $m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = 0$   
 $\Rightarrow \ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$   $\omega_0^2 = k/m$   $\gamma = b/2m$   
 Underkritisk demping ( $\gamma < \omega_0$ )  $x(t) = Ae^{-\gamma t} \sin(\omega t + \phi)$   $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$   
 Overkritisk demping ( $\gamma > \omega_0$ )  $x(t) = Ae^{-\alpha_1 t} + Be^{-\alpha_2 t}$   $\alpha_{1,2} = \gamma \pm \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2}$   
 Kritisk demping ( $\gamma = \omega_0$ )  $x(t) = Ae^{-\gamma t} + Bte^{-\gamma t}$
- Tvungen svingning, harmonisk ytre kraft:  $m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = F_0 \cos \omega t$   
 (partikulær-)løsning:  $x(t) = A(\omega) \sin(\omega t + \phi(\omega))$   
 amplitude:  $A(\omega) = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + (2\gamma\omega)^2}}$   
 halvverdibredde:  $\Delta\omega \simeq 2\gamma$   
 Q-faktor:  $Q = \omega_0/\Delta\omega$

## BØLGEFYSIKK

- Harmonisk plan bølge (forplantning i positiv  $x$ -retning):

$$\xi(x, t) = \xi_0 \sin(kx - \omega t + \phi) \quad , \quad k = 2\pi/\lambda \quad , \quad \omega = 2\pi/T = 2\pi f$$

- Bølgeligning:

$$\frac{\partial^2 \xi(x, t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi(x, t)}{\partial t^2}$$

- Fasehastighet:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{\omega}{k}$$

- Lineær respons i elastiske, isotrope medier (Hookes lov):

mekanisk spenning = elastisk modul  $\times$  relativ tøyning

$S$  = strekk-kraft,  $B$  = bulkmodul,  $E$  = elastisitetsmodul,  $G$  = skjærmodul

- For transversale bølger på streng:

$$v = \sqrt{\frac{S}{\mu}}$$

- For longitudinale bølger (lydbølger) i fluider (gasser og væsker):

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

- For longitudinale bølger i tynn stang (fast stoff):

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

- For longitudinale ( $v_P$ ) og transversale ( $v_S$ ) bølger i faste stoffer (bulk):

$$v_P = \sqrt{\frac{B + 4G/3}{\rho}} \quad ; \quad v_S = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$$

- Gruppehastighet:

$$v_g = \frac{d\omega}{dk}$$

- Tyngdebølger på dypt vann (for  $\lambda \gg 1$  cm):

$$\omega(k) = \sqrt{gk}$$

- Tyngdebølger med vanndybde  $D$ :

$$\omega(k) = \sqrt{gk \tanh(kD)}$$

- Midlere energi pr lengdeenhet for harmonisk bølge på streng:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{2} \mu \omega^2 y_0^2$$

- Midlere energi pr volumenhet for harmonisk plan longitudinal bølge (lydbølge):

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{2} \rho \omega^2 \xi_0^2$$

- Midlere effekt transportert med harmonisk bølge på streng:

$$\bar{P} = v \bar{\varepsilon} = \frac{1}{2} v \mu \omega^2 y_0^2$$

- (Midlere) Intensitet i harmonisk plan longitudinal bølge (lydbølge):

$$I = v \bar{\varepsilon} = \frac{1}{2} v \rho \omega^2 \xi_0^2$$

- Lydhastighet i gass ( $m =$  (midlere) molekylmasse,  $\gamma = C_p/C_V$ ):

$$v = \sqrt{\frac{\gamma k_B T}{m}}$$

- Lydtrykk:

$$\Delta p = -B \frac{\partial \xi}{\partial x}$$

- Lydtrykksnivå:

$$\beta(\text{dB}) = 10 \log \frac{I}{I_0} \quad \text{med } I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$$

- Dopplereffekt:

$$f_O = \frac{v + v_m - v_O}{v + v_m - v_S} f_S$$

- Svevning ("interferens i tid"):

$$f_S = |f_1 - f_2|$$

- Interferens (romlig):

$$I_{\max} \quad \text{for } d \sin \theta = n \lambda \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

## TERMISK FYSIKK

- Utvidelseskoeffisienter, trykk-koeffisient, kompressibilitet:

$$\alpha = \frac{1}{L} \left( \frac{\partial L}{\partial T} \right)_p \quad \beta = \frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p = 3\alpha \quad \gamma = \frac{1}{p} \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_V \quad \kappa = -\frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial p} = \frac{1}{B}$$

- Første hovedsetning (Termodynamikkens første lov):

$$dQ = dU + dW$$

- Varmekapasitet  $C$ , pr masseenhet  $c$ , pr mol  $c_m$ :

$$C = \frac{dQ}{dT}, \quad c = C/M, \quad c_m = C/n$$

- $C_p$  og  $C_V$ :

$$C_p = (dQ/dT)_p, \quad C_V = (dQ/dT)_V$$

For ideell gass:  $C_p - C_V = nR$ . Atomær gass:  $C_V = \frac{3}{2}nR$ . Toatomig gass:  $C_V = \frac{5}{2}nR$

- Den termodynamiske identitet:

$$TdS = dU + pdV$$

- Ideell gass:

$$pV = Nk_B T = nRT$$

$$\langle K_{\text{trans}} \rangle = \frac{3pV}{2N} = \frac{3}{2}k_B T$$

$$U = U(T) = N\langle K \rangle$$

Atomær gass:  $U = \frac{3}{2}Nk_B T$ . Toatomig gass:  $U = \frac{5}{2}Nk_B T$

- Adiabatisk prosess ( $dQ = 0$ ) for ideell gass:

$$pV^\gamma = \text{konst} \quad TV^{\gamma-1} = \text{konst} \quad pT^{-\gamma/(\gamma-1)} = \text{konst} \quad (\gamma = C_p/C_V)$$

- Virkningsgrad for varmekraftmaskin:

$$\eta = \left| \frac{W}{Q_2} \right|$$

- Virkningsgrad for Carnot-varmekraftmaskin (Carnot-prosess:  $Q_2/T_2 + Q_1/T_1 = 0$ ):

$$\eta_C = 1 - \frac{T_1}{T_2}$$

- Kjølenskap og varmepumpe, effektfaktor:

$$\varepsilon_K = \left| \frac{Q_1}{W} \right|, \quad \varepsilon_V = \left| \frac{Q_2}{W} \right|$$

- Entropi ( $dQ$  er reversibelt tilført varme):

$$dS = \frac{dQ}{T} \quad \oint dS = 0$$

- Boltzmanns prinsipp:

$$S = k_B \ln \Omega$$

- Clapeyrons ligning:

$$\frac{dp}{dT} = \frac{L}{T\Delta V}$$

- Damptrykk-kurven:

$$p_d(T) = p_d(T_0) \exp \left[ \frac{l}{R} \left( \frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right) \right]$$

( $l$  = molar latent varme,  $T_0$  = valgt referansetemperatur)

- Stefan-Boltzmanns lov (svart legeme:  $e = 1$ ):

$$j(T) = e \sigma T^4 \quad (e = \text{emissivitet}; \sigma = 2\pi^5 k_B^4 / 15h^3 c^2 = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4)$$

- Plancks fordelingslov:

$$j(T) = \int_0^\infty \frac{dj}{df} df \quad \text{med} \quad \frac{dj}{df} = \frac{2\pi h f^3 / c^2}{\exp(hf/k_B T) - 1}$$

$$j(T) = \int_0^\infty \frac{dj}{d\lambda} d\lambda \quad \text{med} \quad \frac{dj}{d\lambda} = \frac{2\pi h c^2 / \lambda^5}{\exp(hc/\lambda k_B T) - 1}$$

- Wiens forskyvningslov:

$$\text{Maksimal } dj/d\lambda \text{ for } \lambda T = 2.90 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$$

- Varmeovergang:

$$j = \alpha \Delta T$$

- Stasjonær varmeledning i en dimensjon (Fouriers lov;  $\kappa$  = varmeledningsevne,  $L$  = tykkelse):

$$j = \kappa \Delta T / L$$

- Varmemotstand  $R$  ( $P = jA = \text{effekt}$ ):

$$\Delta T = RP = \frac{L}{\kappa A} P \quad \text{Seriekobling: } R = \sum_j R_j \quad \text{Parallellkobling: } \frac{1}{R} = \sum_j \frac{1}{R_j}$$

- U-verdi ( $T_i$ : inne,  $T_u$ : ute):

$$j = U (T_i - T_u)$$

## MIDDELVERDI OG FEIL I MÅLINGER

- Gauss' feilforplantningslov:  $(\Delta q)^2 = \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial q}{\partial a_i} \Delta a_i \right)^2$

- Med enkle potensuttrykk, f eks  $q(x, y, z) = x^a y^b z^c$ :

$$\frac{\Delta q}{q} = \sqrt{(a\Delta x/x)^2 + (b\Delta y/y)^2 + (c\Delta z/z)^2}$$

- Middelverdi (gjennomsnittsverdi):  $\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$

- Standardavvik (feil i enkeltmåling):  $\delta_x = \sqrt{\left( \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \right)}$

- Standardfeil (feil i middelverdi):  $\delta_{\bar{x}} = \delta_x / \sqrt{N}$

## DIVERSE

- Konstanter:

$$\begin{aligned} G &= 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2 & N_A &= R/k_B = 6.02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} \\ g &= 9.81 \text{ m/s}^2 & h &= 6.63 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \\ m_e &= 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} & \hbar &= h/2\pi = 1.05 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \\ m_p = m_n &= 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg} & e &= 1.60 \cdot 10^{-19} \text{ C} \\ 1u &= 1.66 \cdot 10^{-27} \text{ kg} & c &= 3.00 \cdot 10^8 \text{ m/s} \\ k_B &= 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} & \sigma &= 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4 \\ R &= 8.314 \text{ J/mol K} \end{aligned}$$

- Omregningsfaktorer:

$$\begin{aligned} 1 \text{ eV} &= 1.60 \cdot 10^{-19} \text{ J} \\ 1 \text{ \AA} &= 10^{-10} \text{ m} \\ 1 \text{ cal} &= 4.184 \text{ J} \\ 1 \text{ bar} &= 10^5 \text{ Pa} \\ 1 \text{ atm} &= 1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa} \\ 1 \text{ mmHg} &= 133.3 \text{ Pa} \end{aligned}$$

- Dekadiske prefikser:

$$\begin{aligned} \text{f} &= \text{femto} = 10^{-15}, \text{ p} = \text{piko} = 10^{-12}, \text{ n} = \text{nano} = 10^{-9}, \\ \mu &= \text{mikro} = 10^{-6}, \text{ m} = \text{milli} = 10^{-3}, \text{ c} = \text{centi} = 10^{-2}, \\ \text{k} &= \text{kilo} = 10^3, \text{ M} = \text{mega} = 10^6, \text{ G} = \text{giga} = 10^9, \text{ T} = \text{tera} = 10^{12} \end{aligned}$$

- Litt matematikk:

$$\begin{aligned} \frac{de^{\alpha x}}{dx} &= \alpha e^{\alpha x} & \sinh x &= \frac{1}{2}(e^x - e^{-x}) \\ \frac{d \sin(\alpha x)}{dx} &= \alpha \cos(\alpha x) & \cosh x &= \frac{1}{2}(e^x + e^{-x}) \\ \frac{d \cos(\alpha x)}{dx} &= -\alpha \sin(\alpha x) & \tanh x &= \frac{\sinh x}{\cosh x} \\ & & \tanh x &\simeq x \quad (|x| \ll 1) \\ & & \frac{d \tanh x}{dx} &= \frac{1}{\cosh^2 x} \end{aligned}$$

- Geometri:

$$\text{Areal, sirkulær skive: } \pi r^2. \text{ Kuleflateareal: } 4\pi r^2. \text{ Kulevolum: } 4\pi r^3/3.$$