TFY4106 Fysikk. Institutt for fysikk, NTNU.
Løsningsforslag til øving 10.

Oppgave 1. Dopplereffekt. Svevning. Interferens.

a) Så lenge $v_O = v_S = 0$, spiller det ingen rolle om det blåser. Observatøren vil måle samme frekvens som kilden (S) sender ut. Riktig svar: B.

b) Veggen står i ro og "observerer" bølgen som sendes ut av flaggermusen. Frekvensen f_V mottatt av veggen er

$$f_V = \frac{v}{v - v_F} f_F = \frac{340}{340 - 10} \cdot 100\,\text{kHz} = 103.03\,\text{kHz}.$$

Veggen reflekterer, dvs sender tilbake mot flaggermusen, en bølge med denne frekvensen. Nå er veggen en bølgekilde i ro, mens flaggermusen er en observatør i bevegelse, *mot* kilden (veggen). Dermed hører flaggermusen et ekko med frekvens

$$f_E = \frac{v + v_F}{v} f_V = \frac{350}{340} \cdot 103.03\,\text{kHz} \simeq 106\,\text{kHz}.$$

Riktig svar: B.

c) Her er sveveperioden $T_s = 1$ s. Dermed er svevefrekvensen $f_s = 1/T_s = 1$ Hz. Dette tilsvarer frekvensforskjellen mellom de to lydbølgene fra hhv stemmegaffelen (440 Hz) og pianoets A-streng. Du kan imidlertid ikke vite om A-strengen svinger med frekvens 439 Hz eller 441 Hz. Riktig svar: D.

d) To lydkilder som svinger i fase med samme frekvens gir konstruktiv interferens (max intensitet) dersom bølgene har en veilengdeforskjell lik et helt antall bølgelengder λ. Med avstand d mellom lydkildene og vinkel θ mellom senterlinjen (med lengde 20 m; se figuren i oppgaven) og en linje fra (midtpunktet mellom) høyttalerne til observatøren, blir veilengdeforskjellen, med god tilnærmelse, lik $d \sin\theta$. Max intensitet høres derfor av dem som sitter slik til at $\theta = 0$ eller

$$\theta = \arcsin(n\lambda/d),$$

med $n = 1, 2, \ldots$. Destruktiv interferens (min intensitet) oppnås med veilengdeforskjell $(n+1/2)\lambda$, og dermed av dem som sitter slik til at

$$\theta = \arcsin((n + 1/2)\lambda/d).$$

Med $d = 1$ m og $\lambda = v/f = 340/3400 = 0.1$ m har vi max intensitet i retningene $\theta_{\text{max}} = 0, \pm 5.7^\circ, \pm 11.5^\circ, \pm 17.5^\circ$ osv. Minimal intensitet har vi i retningene $\theta_{\text{min}} = \pm 2.9^\circ, \pm 8.6^\circ, \pm 14.5^\circ$ osv. Bjarne sitter ved $\theta_B = 0$ og hører dermed max intensitet. Anne sitter ved $\theta_A = \arctan(5.2/20) = 14.6^\circ$, som er tilstrekkelig nær 14.5° til å fastslå at hun hører minimal intensitet. Camilla sitter ved $\theta_C = \arctan(-3.0/20) = -8.5^\circ$, så hun hører også minimal intensitet. Endelig har vi Dag som sitter ved $\theta_D = \arctan(-6.3/20) = 17.5^\circ$, så Dag hører max intensitet. Riktig svar: B.

Oppgave 2. Termisk fysikk: Ideell gass. Volumutvidelse.

a) Hvis du vet, eller finner ut, at luft har massetetthet ca 1.2 - 1.3 kg/m^3 (mindre tetthet ved høyere temperatur), er det bare å gange med volumet på ca 10 m^2 $\times$ 2.4 m, dvs ca 24 m^3. Dette gir en masse omkring 30 kg.

Med ideell gass: $pV = Nk_BT$ gir antall molekyler pr volumenhet (ved 300 K)

$$\rho = N/V = p/k_BT = 1.013 \cdot 10^5/(1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 300) \simeq 2.45 \cdot 10^{25}\ \text{m}^{-3}.$$

Vi trenger midlere masse pr molekyl. Med ca 20 prosent oksygen og resten nitrogen blir dette ca 29 g/mol, som er ca $4.8 \cdot 10^{-26}$ kg pr molekyl. Dermed

$$\mu = \langle m \rangle \rho \simeq 1.18\,\mathrm{kg/m^3}.$$

Riktig svar: C.

b) En høydeendring på 1 cm, som gir en temperaturendring på 1 grad, krever en volumendring

$$\Delta V = A \cdot h = \pi r^2 \cdot h \simeq 0.4\pi\,\mathrm{mm^3}.$$

Totalt volum sprit må da være

$$V = \frac{\Delta V}{\beta \Delta T} = 400\pi\,\mathrm{mm^3} \simeq 1.3\,\mathrm{mL}.$$

Riktig svar: A.

c) Trykket i 1 mol ideell gass ved 20°C og volum 24.0 L:

$$p = \frac{RT}{V} = \frac{8.314 \cdot 293}{24.0 \cdot 10^{-3}}\,\mathrm{Pa} = 1.015 \cdot 10^5\,\mathrm{Pa} = 1\,\mathrm{atm}.$$

Riktig svar: A.

Oppgave 3. Atmosfæren på Mars

a) Vi ser på en luftsøyle med tverrsnitt A og høyde dz, og dermed masse $dM = \mu A dz$ når massen pr volumenhet er μ. Vekten av denne luftsøylen er $dM\,g = \mu A dz\,g$, som må tilsvare forskjellen dF i kraften (nedover) på luftsøylens nedre og øvre flate. Siden trykket pr definisjon er kraft pr flateenhet, må $dp = -dF/A = -\mu dz\,g$ bli endringen i trykket hvis vi forflytter oss fra høyde z til høyde $z + dz$. Av dette følger det oppgitte uttrykket $dp/dz = -\mu g$.

b) Hvis m er gassens masse pr mol, er nm massen til n mol gass. Og hvis n mol gass okkuperer volumet V, blir da masse pr volumenhet $\mu = nm/V$. Dermed: $pV = nRT \quad \Rightarrow \quad p/RT = n/V = \mu/m$, i samsvar med oppgitt uttrykk for μ.

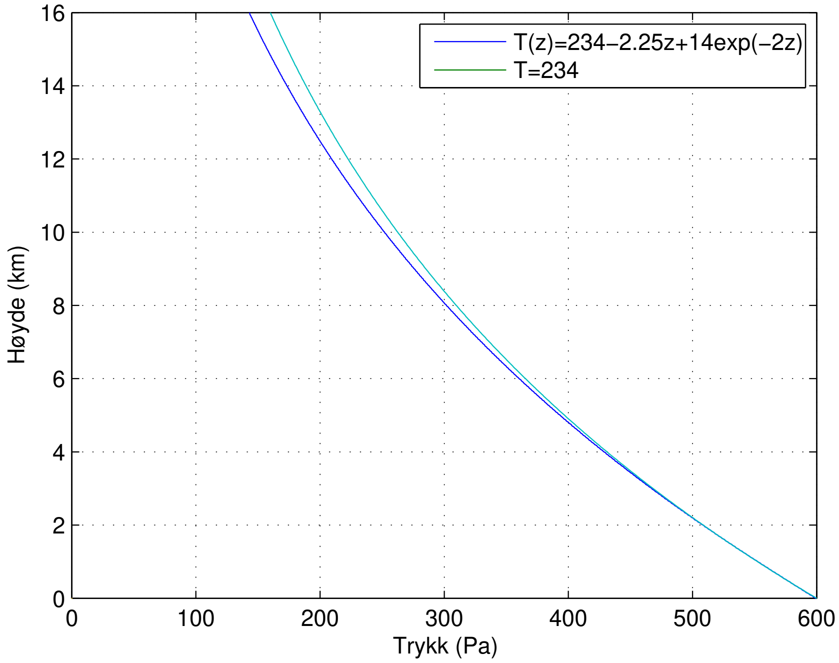
c) Fra *a*) har vi $dp/dz = -\mu g$, og med resultatet i *b*) betyr det at $dp/p = -mgdz/RT$. Integrasjon på begge sider, på venstre side fra $p(0) = p_0$ til $p(z)$ og på høyre side fra $z = 0$ til z, gir $\ln[p(z)/p_0] = -\int_0^{z'} mg(z')dz'/RT(z')$, som etter eksponentiering på begge sider gir det oppgitte uttrykket for $p(z)$ med oppgitt skalahøyde $H(z)$.

d) Innsetting av oppgitte tallverdier for R, T, m og g gir $H = 12.1$ km. Integralet i *c*) blir da lik 1, slik at $p(H)/p_0 = 1/e$.

e) og *f*) Se martian_atmosphere.m. Figuren nedenfor viser at trykkprofilen blir ganske riktig ved å bruke konstant temperatur 234 K, med økende feil ved store høyder.
Merknad: Numerisk løsning av integralet

$$\int_0^z \frac{dz'}{T(z')}$$

med Simpsons metode fordrer at intervallet fra 0 til z deles inn i et like antall intervaller, dvs med et odde antall diskretiserte høydeverdier, endepunktene 0 og z inkludert. Dette skyldes at metoden er basert på å trekke parabler mellom nest nærmeste nabo høydeverdier. Denne begrensningen har vi ikke med trapesmetoden, der rette linjer trekkes mellom nærmeste nabo høydeverdier.



Figur 1: Trykk som funksjon av høyde over bakken på planeten Mars, beregnet med utgangspunkt i en realistisk temperaturprofil og med bruk av konstant temperatur.

I programmet martian_atmosphere.m brukes Simpsons metode for å bestemme annenhver verdi for $p(z)$, dvs for de høydeverdiene som tilsvarer at antall intervaller er et partall. For de resterende høydeverdiene brukes trapesmetoden. Det ville selvsagt ha vært enklere å bruke trapesmetoden for alle verdier av z.
Merk at de to første høydene, $z = 0$ og $z = h$, må behandles separat, ettersom iterasjonsprosessen først kan startes med to verdier på plass, en for iterasjon med trapesmetoden og en for iterasjon med Simpsons metode.