

**TFY4106 Fysikk. Institutt for fysikk, NTNU.**  
**Løsningsforslag til øving 13.**

- 1) Tilført varme:  $Q_2 = 8$  kJ pr syklus. Netto utført arbeid:  $W = 2$  kJ pr syklus. Virkningsgrad:  $\eta = W/Q_2 = 2/8 = 0.25$ . Riktig svar: B.
- 2) Avgitt varme pr syklus:  $|Q_1| = |W - Q_2| = |2 - 8| = 6$  kJ. Riktig svar: C.
- 3) Forbrent mengde bensin pr syklus:  $8 \text{ kJ}/46 \text{ kJ/g} = 0.17$  g. Riktig svar: A.
- 4) Motorens effekt (med  $t =$  perioden):  $P = W/t = 2 \text{ kJ}/(1/120) \text{ s} = 240 \text{ kJ/s} = 240 \text{ kW}$ . Riktig svar: C.
- 5) For adiabatisk prosesser er  $TV^{\gamma-1} =$  konstant. Dermed:  $T_2 = T_1 \cdot (V_1/V_2)^{\gamma-1} = 295 \text{ K} \cdot 8^{0.4} = 678 \text{ K} = 405^\circ\text{C}$ . Riktig svar: C.
- 6) For adiabatisk prosesser er  $pV^\gamma =$  konstant. Dermed:  $p_2 = p_1 \cdot (V_1/V_2)^\gamma = 85 \text{ kPa} \cdot 8^{1.4} \simeq 1560 \text{ kPa} = 1.56 \text{ MPa}$ . Riktig svar: C.
- 7) I forelesningene utledet vi virkningsgraden for en reversibel Otto-syklus:

$$\eta = |W/Q_{\text{inn}}| = \dots = 1 - (V_1/V_2)^{1-\gamma} = 1 - 8^{-0.4} = 0.56.$$

Riktig svar: C.

- 8) Carnot-prosessen består av to isotermer (konstant  $T$ ) og to adiabater (konstant  $S$ ). I et  $ST$ -diagram blir derfor Carnot-prosessen et rektangel. Riktig svar: B. (Strengt tatt er vel et rektangel et spesialtilfelle av både rombe, parallelogram og trapes, slik at alle fire alternativ kan hevdes å være riktige.)
- 9) I en adiabatisk, reversibel prosess er  $dS = dQ/T = 0$  langs hele prosessen, dvs  $\Delta S = S_B - S_A = 0$ . Entropien  $S$  er en tilstandsfunksjon. Da spiller det ingen rolle hvordan vi bringer systemet fra tilstand A til tilstand B, endringen  $\Delta S$  er den samme uansett. Riktig svar: A.
- 10) Smelting av isen skjer ved den konstante temperaturen  $T_s = 273 \text{ K}$ , og systemet tilføres varme (den såkalt latente varmen, eller rett og slett smeltevarmen  $L_s$ ). Da øker entropien i 1 kg is/vann, med mengden  $\Delta S = L_s/T_s = 335 \text{ kJ}/273 \text{ K} = 1.23 \text{ kJ/K}$ . Riktig svar: A.

11) Ved kondensasjon avgir vannet varme til omgivelsene, ved konstant temperatur  $T_f = 373 \text{ K}$  ( $f$  for fordampning, siden vi vel har benyttet indeksen  $k$  for koking). Da avtar entropien i 1 kg vanddamp/vann, med mengden  $\Delta S = -L_f/T_f = -2272 \text{ kJ}/373 \text{ K} = -6.09 \text{ kJ/K}$ . Riktig svar: B.

12) Hvis jorda er i termisk likevekt, mottas like mye varme  $Q$  via strålingen fra sola som jorda selv stråler ut. Da mottar jorda entropien  $S_{\text{inn}} = Q/T_{\text{sol}}$ , og avgir entropien  $S_{\text{ut}} = Q/T_{\text{jord}}$ . Forholdet mellom avgitt og mottatt entropi er  $S_{\text{ut}}/S_{\text{inn}} = T_{\text{sol}}/T_{\text{jord}} = 5800/290 = 20$ . Med andre ord, jordas samlede entropi avtar (betraktelig) som følge av varmestrålingen inn og ut. Riktig svar: C. I tillegg til dette kommer all verdens irreversible prosesser på jorda, og disse medfører alle en netto entropiøkning. Det totale entropiregnskapet for jorda er det dermed ikke så lett å si noe sikkert om. Til tross for termodynamikkens 2. lov er det ikke sikkert at vi går mot en tilstand med stadig større entropi, og dermed stadig større grad av uorden og kaos. Jorda er ikke et termisk isolert system.

13) Den varmen som den varmeste klossen avgir absorberes i sin helhet av den kaldeste klossen. Siden de to klossene har like stor varmekapasitet  $C$ , må det bety at temperaturøkningen  $\Delta T$  i den kalde klossen er like stor som temperaturreduksjonen i den varme klossen. Felles slutt-temperatur blir dermed  $T_s = (T_1 + T_2)/2$ . Riktig svar: B.

14) Fra den termodynamiske identitet (1. hovedsetning) har vi generelt  $dS = dU/T + (p/T)dV$ . Her er  $dV = 0$ , og med  $dU = C_V dT$  og  $C_V = C_p = C$  er  $dS = C dT/T$  for en "tenkt" reversibel varmeutjevning, for hver av de to klossene. Total entropiendring blir:

$$\begin{aligned}\Delta S &= S_f - S_i = \int_i^f (dS_1 + dS_2) \\ &= C \int_{T_1}^{(T_1+T_2)/2} \frac{dT}{T} + C \int_{T_2}^{(T_1+T_2)/2} \frac{dT}{T} \\ &= C \ln \frac{T_1 + T_2}{2T_1} + C \ln \frac{T_1 + T_2}{2T_2} \\ &= C \ln \frac{(T_1 + T_2)^2}{4T_1 T_2} \\ &= C \ln \left( 1 + \frac{(T_1 - T_2)^2}{4T_1 T_2} \right)\end{aligned}$$

Her skrev vi om argumentet til logaritmefunksjonen for å se klart at den totale entropien øker. ( $\ln(1+x) > 0$  når  $x > 0$ .) Riktig svar: D.

15) Reversibel utvidelse ved konstant trykk  $p$  innebærer tilførsel av varme, og  $dQ = C_p dT$ , med  $C_p = 7Nk_B/2$  for ideell toatomig gass. Dermed er  $dS = dQ/T = C_p dT/T$ , og  $\Delta S = S_f - S_i = C_p \ln(T_f/T_i)$ . Her angir  $f$  slutt-tilstanden og  $i$  angir start-tilstanden (som i forrige oppgave). Hvis trykket er konstant og volumet dobles, dobles også temperaturen:  $T_f = 2T_i$ . Entropiendringen pr molekyl er dermed  $\Delta s = \Delta S/N = (7/2)k_B \ln 2 \simeq 2.43k_B$ . Riktig svar: D.

16) Med de gitte antagelsene blir Clapeyrons ligning (med  $pV_g = RT$ )

$$\frac{dp}{dT} = \frac{l}{T(V_g - V_v)} \simeq \frac{l}{TV_g} = \frac{lp}{RT^2},$$

som integrert gir (med  $l \simeq$  konstant)

$$p = \text{konst} \cdot e^{-l/RT}.$$

Integrasjonskonstanten bestemmes ved at  $p = p_0 = 4.58$  mm Hg ved  $T = T_0 = 273$  K. Dette gir

$$p = p_0 \exp \left[ \frac{l}{R} \left( \frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right) \right].$$

Løsning mhp  $T$  gir, for  $p = 760$  mm Hg:

$$T = T_0 \left[ 1 - \frac{RT_0}{l} \ln(p/p_0) \right]^{-1} = 273 \left[ 1 - \frac{8.314 \cdot 273}{40.7 \cdot 10^3} \ln(760/4.58) \right]^{-1} \simeq 382,$$

dvs 382 K, eller 109°C. Grunnen til at beregnet kokepunkt blir for høyt er at molar fordampningsvarme  $l$  ikke er konstant, men øker med avtagende temperatur. Riktig svar: C

17) Med antagelsene om konstant fordampningsvarme  $l$ , neglisjerbart væskevolum, og at dampen er ideell gass, følger det av Clapeyrons ligning at damptrykket blir

$$p = C \exp(-l/RT),$$

der  $C$  er en konstant. Med oppgitte data får en ligningene

$$\begin{aligned}p_1 &= C \exp(-l/RT_1) \\p_2 &= C \exp(-l/RT_2).\end{aligned}$$

Divisjon gir

$$\frac{p_2}{p_1} = \exp \left[ \frac{l}{R} \left( \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) \right],$$

som løst mhp  $l$  gir

$$l = R \frac{\ln(p_2/p_1)}{1/T_1 - 1/T_2} = 8.314 \frac{\ln(12139/4402)}{1/273 - 1/293} \text{ J/mol} = 33.7 \text{ kJ/mol}.$$

Riktig svar: B

18) Med  $C = p_2 \exp(l/RT_2)$  blir damptrykket ved  $T = 30^\circ \text{C} = 303 \text{ K}$ :

$$p = p_2 \exp \left[ \frac{l}{R} \left( \frac{1}{T_2} - \frac{1}{T} \right) \right] = 12139 \text{ Pa} \exp \left[ \frac{33.7 \cdot 10^3}{8.314} \left( \frac{1}{293} - \frac{1}{303} \right) \right] = 19.2 \text{ kPa}.$$

Den eksperimentelle verdien ved denne temperaturen er litt mindre, 18676 Pa. Dette henger sammen med at  $l$  avtar med økende  $T$ , som også påpekt i oppgave 1. Riktig svar: D