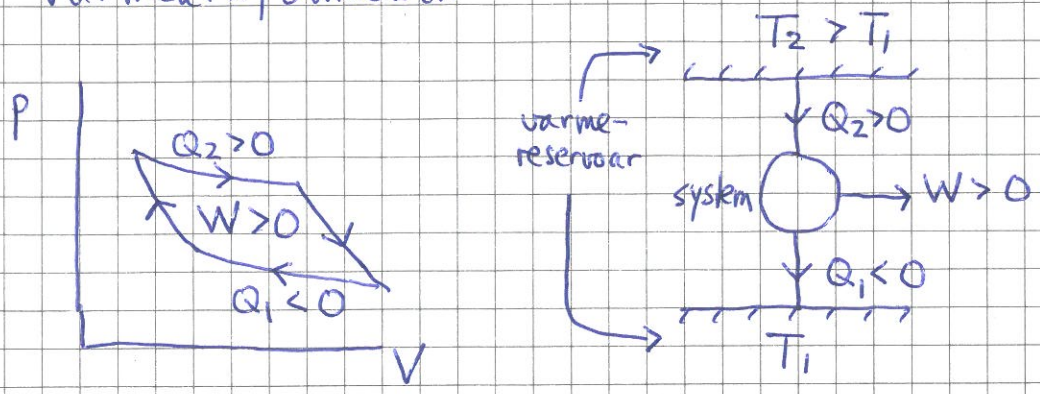


Varmekraft- og kjølemaskiner

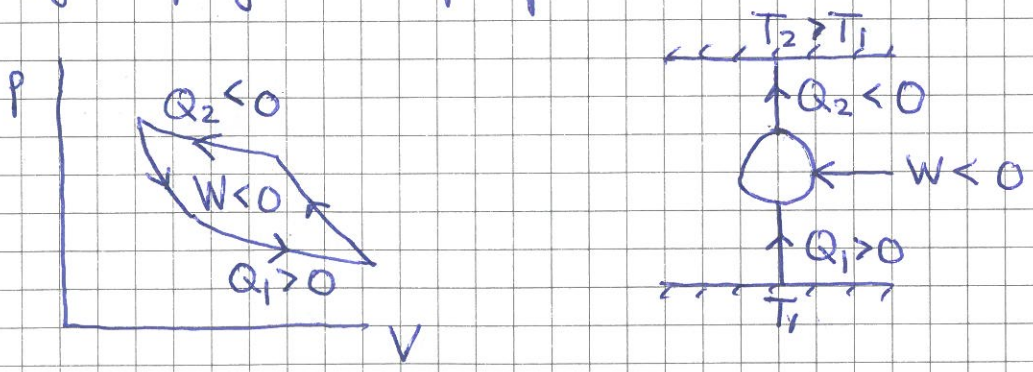
[YF 20.2-20.4 (20.6); LHL 16.3-16.4]

Varmekraftmaskin



- Tilfører varme Q_2 ; får utført arbeid W
- Virkegrad: $\eta = Q_2/W$; $\eta < \eta_c = 1 - T_1/T_2 < 1$
- Varmereservoar: $C \rightarrow \infty \Rightarrow \Delta T = |Q/C| = 0$

Kjøleskap og varmepumpe



- Gjør arbeid $|W|$ på systemet; får tatt varme Q_1 ut av lavtemp.reservoar (kjøleskap), evt. får tilført varme $|Q_2|$ til høyttemp.res. (stua)
- Kostnad: $|W|$ Nytte: Q_1 (kjøleskap), evt $|Q_2|$ (varmepumpe)
- Effektivitet: $\epsilon_K = |Q_1/W|$ (kjøleskap)
 $\epsilon_V = |Q_2/W|$ (varmepumpe)

- Carnot-prosessen gir teoretiske max-verdier:

$$\varepsilon_K^c = \left| \frac{Q_1}{W} \right| = \left| \frac{Q_1}{Q_1 + Q_2} \right| = \left| \frac{1}{1 + Q_2/Q_1} \right| = \left| \frac{1}{1 - T_2/T_1} \right| = \frac{T_1}{T_2 - T_1}$$

$$\varepsilon_V^c = \left| \frac{Q_2}{W} \right| = \left| \frac{Q_2}{Q_2 + Q_1} \right| = \left| \frac{1}{1 + Q_1/Q_2} \right| = \left| \frac{1}{1 - T_1/T_2} \right| = \frac{T_2}{T_2 - T_1}$$

Eks 1: Finn $P_w = |dW/dt|$, nødvendig elektrisk effekt, for Carnot-kjøleskap ($T_1 = 4^\circ\text{C}$, $T_2 = 22^\circ\text{C}$) som krever

$P_Q = |dQ_1/dt| = 3.0 \text{ kW}$ for å holde stabil T_1 .

(Varme kommer inn pga varmeledning, varm mat/drikke og åpning av dør.)

Løsn 1: $\varepsilon_K^c = 277\text{K} / (295\text{K} - 277\text{K}) = 277/18 \approx 15$

$$\Rightarrow P_w = P_Q / \varepsilon_K^c = 3.0 \text{ kW} / 15 = \underline{0.2 \text{ kW}}$$

Eks 2: Finn $T_1(t)$ hvis "strømmen går" ($P_w = 0$); anta kubisk kjøleskap, $V = (0.5\text{m})^3$, $L = 5\text{cm}$ (veggtykkelse), $\lambda = 0.035 \text{ W/m}\cdot\text{K}$ (veggens varmeledn. evne) og $C_1 = 20 \text{ kJ/K}$ (ca 10 kg mat og drikke).

Løsn 2: $j = + (dQ/dt) / A = + (C_1 dT_1/dt) / A$; $A = 6 \cdot 0.25\text{m}^2 = 1.5\text{m}^2$

Fouriers lov: $j = \lambda (T_2 - T_1) / L$ ($j =$ varmestrøm inn)

$$\Rightarrow \frac{dT_1}{dt} = - \frac{\lambda A}{C_1 L} (T_1 - T_2) = -\alpha (T_1 - T_2); \quad \alpha = \frac{\lambda A}{C_1 L}$$

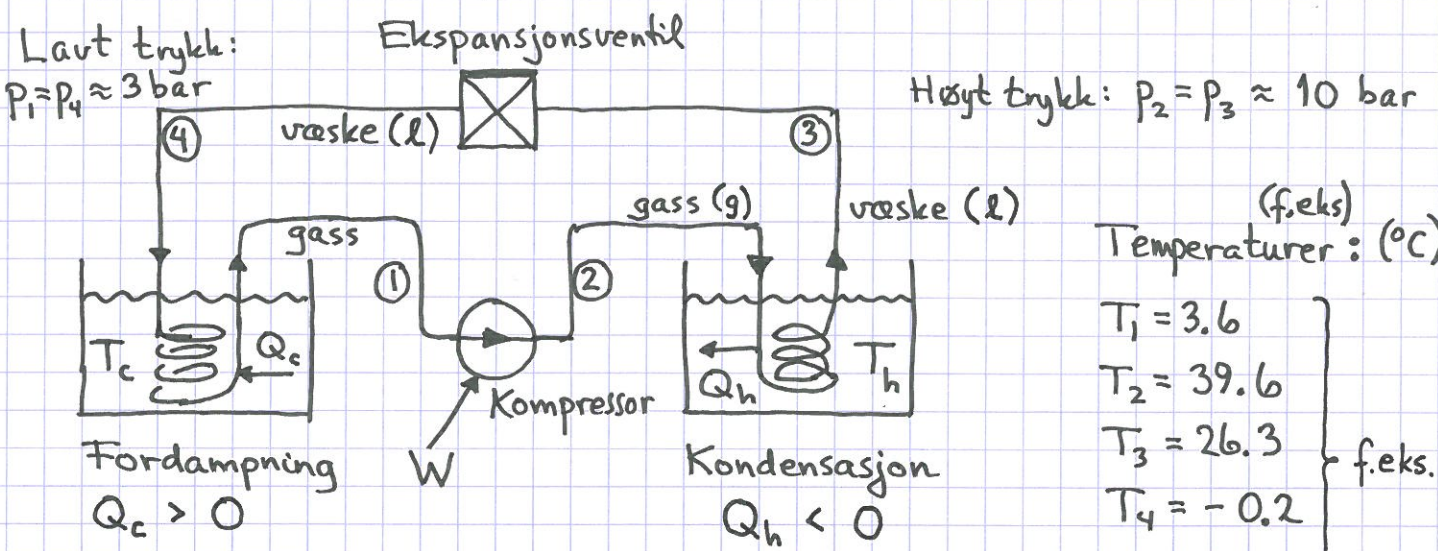
$$\Rightarrow \frac{dT_1}{T_1 - T_2} = -\alpha dt \Rightarrow \ln |T_1 - T_2| = -\alpha t + \text{konst.}$$

$$\Rightarrow \underline{|T_1 - T_2| = |T_1(0) - T_2| e^{-\alpha t}} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Newtons} \\ \text{avkjølingslov} \end{array} \right. \quad \ln |T_1(0) - T_2|$$

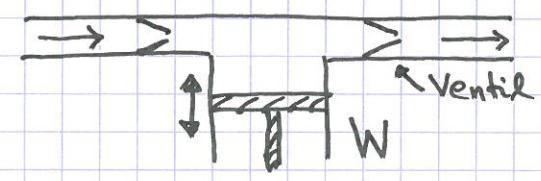
med $\alpha = 0.035 \cdot 1.5 / (20 \cdot 10^3 \cdot 0.05) \text{ s}^{-1} = 5.25 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1} = 0.189 \text{ h}^{-1}$

dvs $1/\alpha \approx 5.3 \text{ h}$, dvs det tar drøyt 5 timer for $\Delta T = T_2 - T_1$ er redusert fra 18°C til ca 7°C , dvs T_1 økt fra 4°C til 15°C .

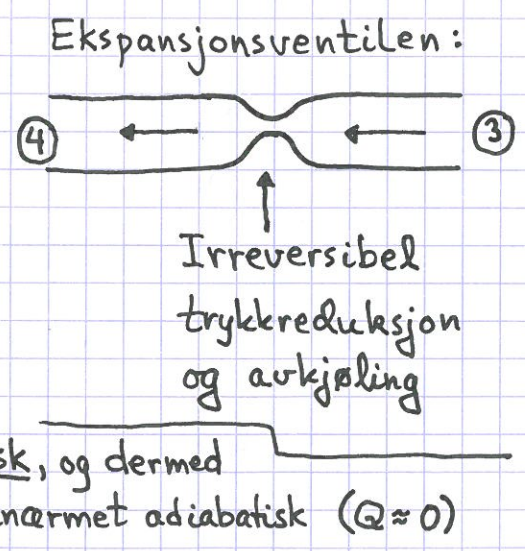
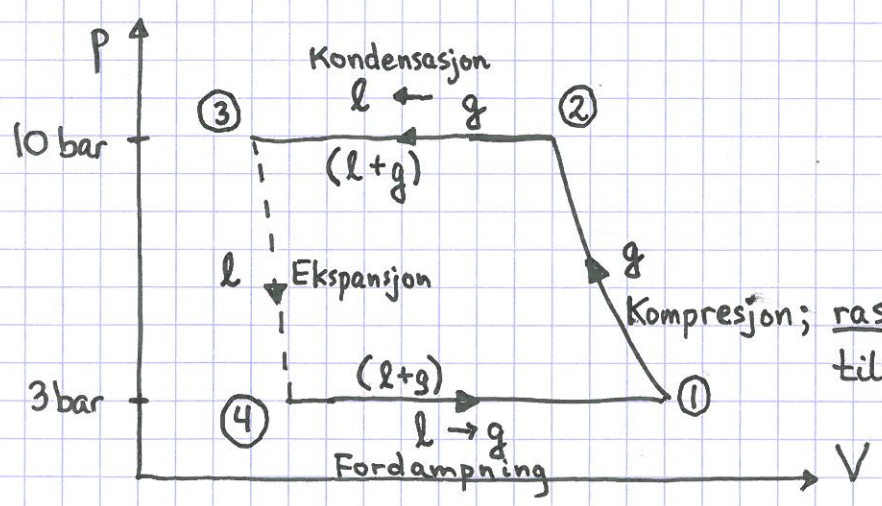
Demo: Varmepumpe / Kjøleskap



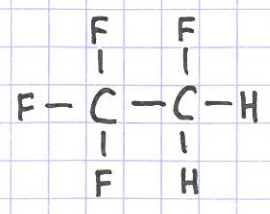
System: Sirkulerende kjølevæske; pumpes av kompressoren:

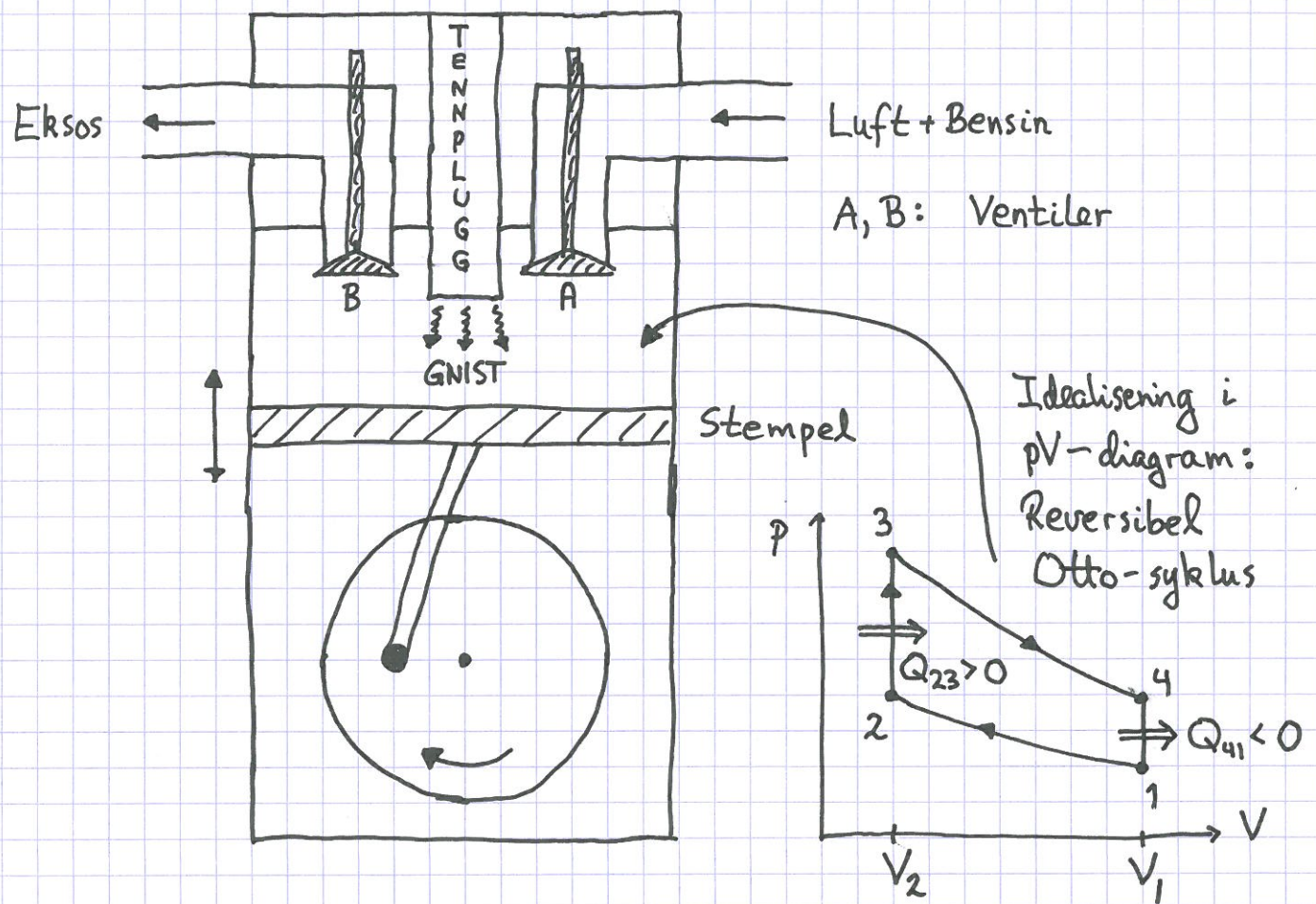


I et pV-diagram:



Kjølemediet: R134a $\hat{=}$ $\text{C}_2\text{H}_2\text{F}_4$, (1,1,1,2)-tetrafluoretan





1. A åpen, B lukket, luft+bensin inn

1→2. A og B lukket, adiabatisk kompresjon,
 $\Delta V < 0$, $\Delta p > 0$, $\Delta T > 0$, $W_{12} < 0$, $Q_{12} = 0$

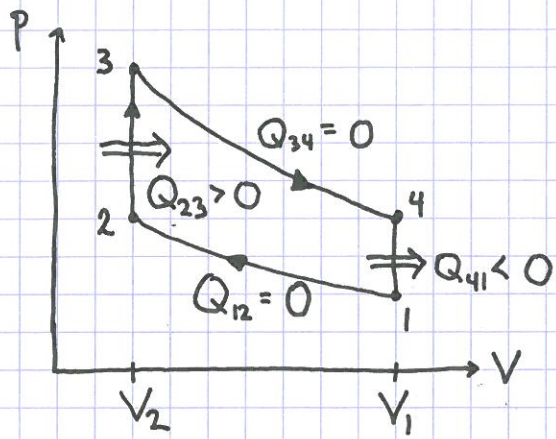
2→3. A og B lukket, antenning med gnist fra tennplugg,
 $\Delta V = 0$, $\Delta p > 0$, $\Delta T > 0$, $W_{23} = 0$, $Q_{23} > 0$

3→4. A og B lukket, adiabatisk utvidelse,
 $\Delta V > 0$, $\Delta p < 0$, $\Delta T < 0$, $W_{34} > 0$, $Q_{34} = 0$

4→1. A lukket, B åpen, eksos ut,
 $\Delta V = 0$ (for "systemet", som nå er forbrent luft/bensin-blanding)
 $\Delta T < 0$, $\Delta p < 0$, $Q_{41} < 0$, $W_{41} = 0$

"1→1". A åpen, B lukket, luft+bensin inn (nytt system!)

osv. osv.



Virkningsgrad for Otto-syklusen:
 $\eta_o = \frac{W}{Q_{23}} = \frac{Q_{23} + Q_{41}}{Q_{23}} = 1 - \frac{|Q_{41}|}{Q_{23}}$
 $Q_{23} = C_V(T_3 - T_2) ; |Q_{41}| = C_V(T_4 - T_1)$

$$\Rightarrow \eta_o = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = 1 - \frac{T_4(1 - T_1/T_4)}{T_3(1 - T_2/T_3)}$$

1-2 og 3-4 er adiabatere $\Rightarrow T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1} ; T_4 V_1^{\gamma-1} = T_3 V_2^{\gamma-1}$

$$\Rightarrow \frac{T_1}{T_4} = \frac{T_2}{T_3} ; \text{ dessuten er } \frac{T_4}{T_3} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1} \text{ med } \gamma \approx 1.4 \text{ (mest luft!)}$$

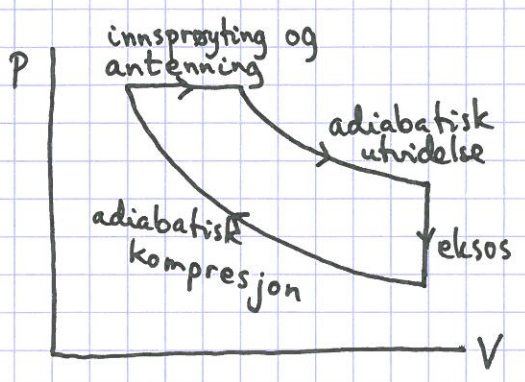
Dermed:

$$\eta_o = 1 - \frac{T_4}{T_3} = 1 - \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1} = 1 - \varepsilon^{1-\gamma}$$

der $\varepsilon = V_1/V_2 =$ kompresjonsforholdet

Her er $T_4 > T_1 = T_{\min}$, $T_3 = T_{\max}$, slik at $\eta_o < \eta_c = 1 - \frac{T_{\min}}{T_{\max}}$

Idealisert Diesel-syklus:

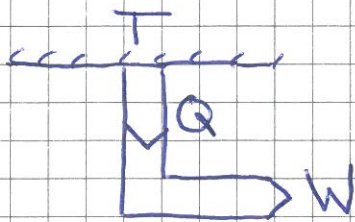


dvs 2 adiabatere, 1 isokor og 1 isobar

Termodynamikkens 2. lov [YF 20; LHL 16,17]

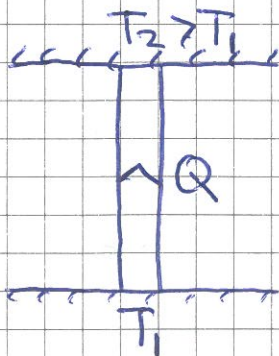
Empirisk lov; setter begrensninger på hva som er mulige prosesser (selv om 1. lov, energibevarelse, er oppfylt):

Kelvin: "Umulig å lage kretsprosess som tar varme Q fra et varmereservoar og omsetter dette i sin helhet i arbeid W ."



"K" er ikke mulig!

Clausius: "Umulig å lage kretsprosess som tar varme Q fra varmeres. med temp. T_1 og avgir dette i sin helhet til varmeres. med temp. $T_2 > T_1$."



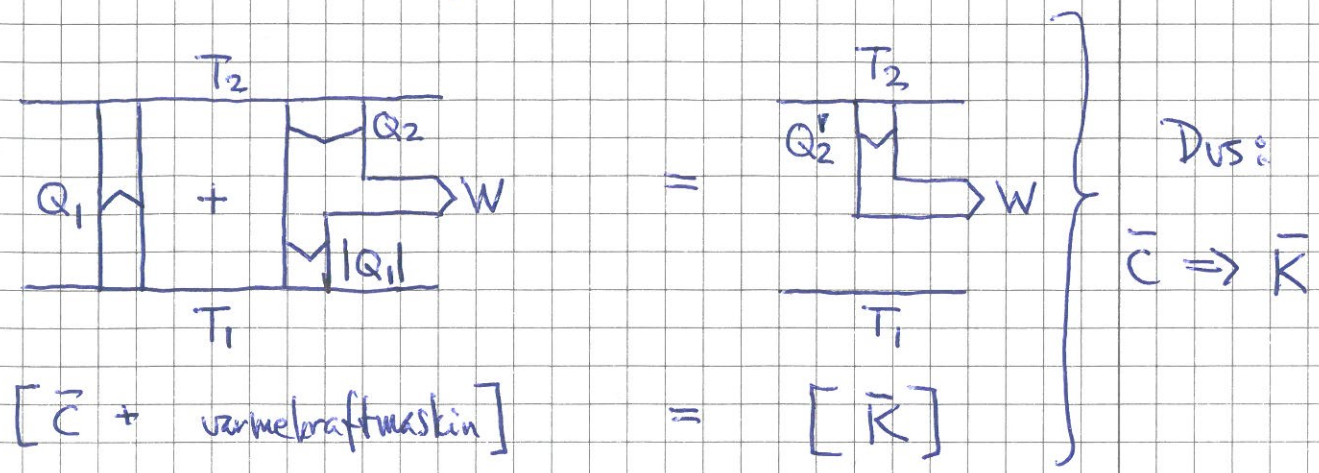
"C" er ikke mulig!

K og C er ekvivalente formuleringer av 2. lov.

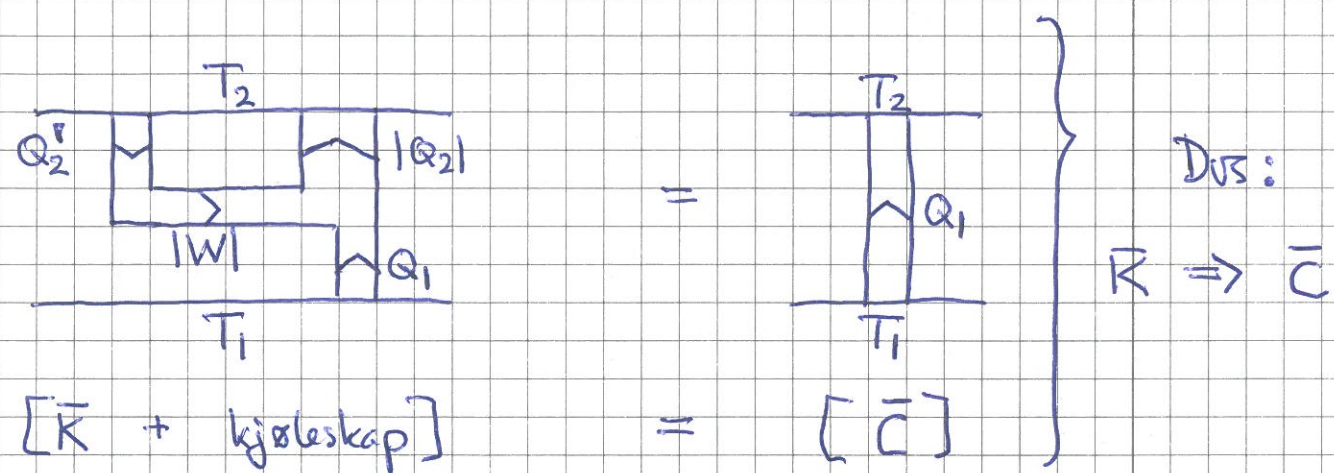
Bevises ved å vise at $\bar{K} \Leftrightarrow \bar{C}$,

dvs: Hvis Kelvin tar feil, tar også Clausius feil ($\bar{K} \Rightarrow \bar{C}$) og omvendt ($\bar{C} \Rightarrow \bar{K}$).

Anta at Clausius tar feil:



Anta at Kelvin tar feil:



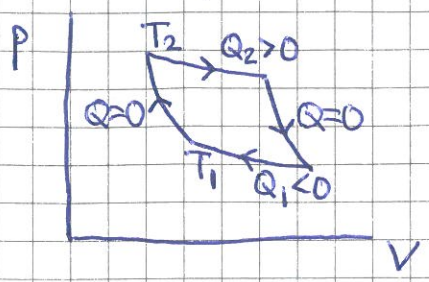
Dermed: $\bar{K} \Leftrightarrow \bar{C}$

Men da har vi også: $K \Leftrightarrow C$

(Hvis Kelvin har rett, har også Clausius rett.
Hvis Clausius har rett, har også Kelvin rett.)

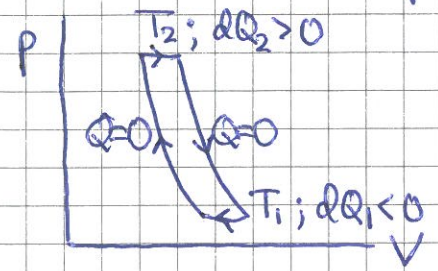
Entropi [YF 20.7; LHL 17.1]

Carnot-prosess:



$$Q_1 = -Q_2 \cdot \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0$$

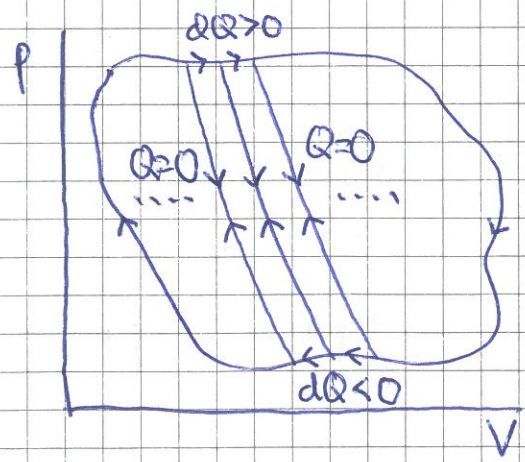
"Liten" Carnot-prosess:



$$\frac{dQ_1}{T_1} + \frac{dQ_2}{T_2} = 0$$

des: $\oint \frac{dQ}{T} = 0$

Vilkårlig reversibel kretsprosess:



\Rightarrow Den vilkårlige kretsprosessen (ytre kurve) = sum av mange små rev. Carnot-prosesser, fordi alle "indre adiabater" da kjøres både opp og ned

$\Rightarrow \boxed{\oint \frac{dQ}{T} = 0}$ for vilkårlig reversibel kretsprosess

$\Rightarrow \boxed{dS = \frac{dQ}{T}}$ må da være endring i en tilstandsfunk., entropien S. Des: $\boxed{\oint dS = 0}$

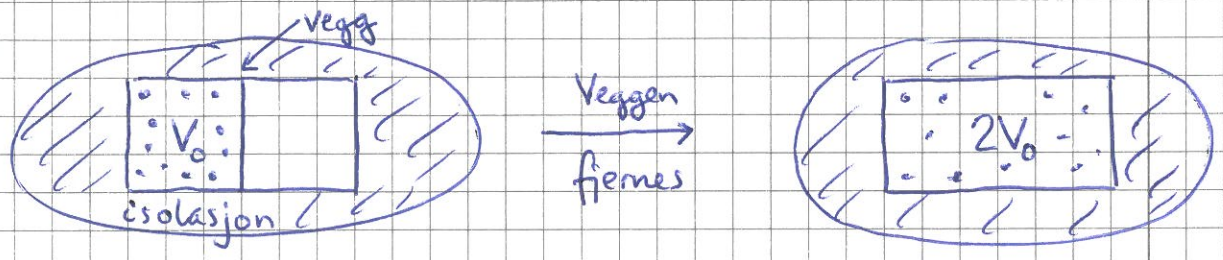
Enhet: $[S] = J/K$

"Den termodynamiske identitet": 1. lov uttrykt kun med tilstandsfunksjoner.

$dQ = dU + dW$; $dW = p dV$ (reversibelt arbeid)
 $dQ = T dS$ (rev. varme)

\Rightarrow $T dS = dU + p dV$

Eks: ΔS ved utvidelse av ideell gass; varmeisoleret.



Løsning: Dersom $V_0 \rightarrow 2V_0$ i reversibel adiabatisk prosess, blir $dQ = T dS = 0$, dvs $dS = 0$, for alle deler av prosessen; dvs $\Delta S = 0$ for rev. adiabatisk prosess (= isentropisk prosess).

Nå er $\Delta Q = 0$, men $\Delta S \neq \Delta Q/T$ fordi prosessen er irreversibel. Veggen fjernes uten at gassen gjør arbeid, $\Delta W = 0$. 1. lov gir da $\Delta U = 0$, og dermed $\Delta T = 0$, siden $U = U(T)$ for ideell gass.

$\Rightarrow dS = dU/T + p dV/T = N k_B dV/V$ ($dU=0$)

$\Rightarrow \Delta S = \int dS = N k_B \int_{V_0}^{2V_0} \frac{dV}{V} = N k_B \ln \frac{2V_0}{V_0} = \underline{\underline{N k_B \ln 2}}$

Merk:

- Vi kan beregne ΔS for irreversibel prosess ved å regne på en reversibel prosess, fordi S er en tilstandsfunksjon.

Nok å kjenne start- og slutt-tilstandene.

- Vi fant $\Delta S > 0$ for irrev. pros. i termisk isolert system. Dette prinsippet om entropiens økning holder alltid:

$$\Delta S \geq 0 \text{ for alle prosesser i et termisk isolert system}$$

[$\Delta S = 0$ for alle reversible prosesser i term. isolert system]

Mikroskopisk beskrivelse av entropi [YF 20.8; LHL 17.11]

Boltzmann: " $S = k \log W$ ". I vår notasjon:

$k \rightarrow k_B$; $\log \rightarrow \ln$; $W \rightarrow \Omega = \#$ ulike mikrotilstander som er konsistente med den gitte makrotilstanden.

$$\Rightarrow S = k_B \ln \Omega$$

Ekst: Spontan utvidelse ($V_0 \rightarrow 2V_0$) av ideell gass (som s. 137) (139)

Løsning: Tenker oss V_0 inndelt i M svært små delvolum Δ , slik at hver partikkel har M mulige posisjoner før og $2M$ mulige posisjoner etter utvidelsen.

$$\Rightarrow \Omega_{\text{før}} = M^N; \quad \Omega_{\text{etter}} = (2M)^N$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \Delta S &= S_{\text{etter}} - S_{\text{før}} = k_B \ln (2M)^N - k_B \ln M^N \\ &= k_B \ln 2^N = \underline{\underline{Nk_B \ln 2}} \end{aligned}$$

- Samme som med termodynamikk, s 137!
- "Økt volumen betyr økt entropi"
- Naturlige (spontane) prosesser går i en bestemt retning, som tilsvarende at entropien øker.
- Oppsummering, termodyn. 1. og 2. lov:
Energien er bevart. Entropien øker.