

Stråling [YF 17.7; LHL 18.4]

109

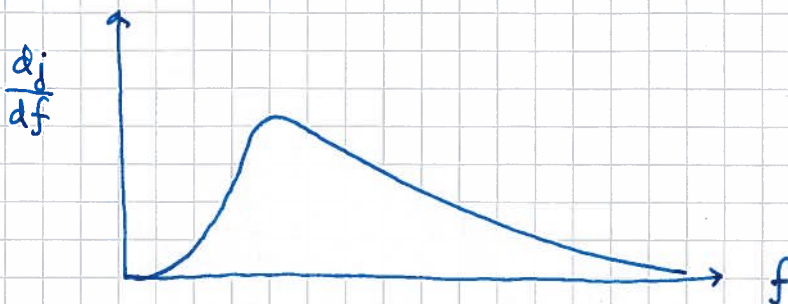
- Legeme ved temp. T har akseleererte ladninger, og emitterer dermed elektromagnetiske bølger, dvs EM stråling.
- Når disse bølgeene treffer et annet legeme, vil de enten absorberes, reflekteres eller transmitteres. Hvis a , r og t er andelen stråling som blir hhv abs, refl og trans, er selvsagt $a + r + t = 1$
- Vi definerer et idealisert legeme som absorberer all innkommende stråling; $a=1$. Kalles et svart legeme.
- Hvis et legeme er i termisk likevekt med konstant temp. T , må emittert og absorbert strålingsenergi være like store, for enhver bølgelengde λ : $e(\lambda) = a(\lambda)$
Dvs: $e = a = 1$ for svart legeme.

- >
- For svarte legemer gjelder Stefan-Boltzmanns lov:

$$j = \sigma T^4; \quad \sigma = \frac{2\pi^5 k_B^4}{15h^3 c^2} \approx 5.67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4}$$

[For reelle legemer med $e = a < 1$: $j = e \cdot \sigma T^4$,
 $e =$ legemets emissivitet]

- Exp. omkring 1900 viste at strålingsenergien fordelte seg på ulike frekvenser omdrent slik:



Max Planck (1900) foreslo - motvillig - at stråling med frekvens f bare kunne inneholde en krantisert mengde energi, (110)

$$E_n = n \cdot hf ; \quad n = 0, 1, 2, \dots ; \quad h \approx 6.6 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$$

og utledet herfra en frekvensfordeling i strålingsenergien,

$$j(T) = \int_0^{\infty} \frac{dj}{df} df \quad \text{med} \quad \frac{dj}{df} = \frac{2\pi h f^3 / c^2}{\exp(hf/k_B T) - 1} \left(\frac{W}{m^2 Hz} \right)$$

som stemte utmerket med eksperimentene.

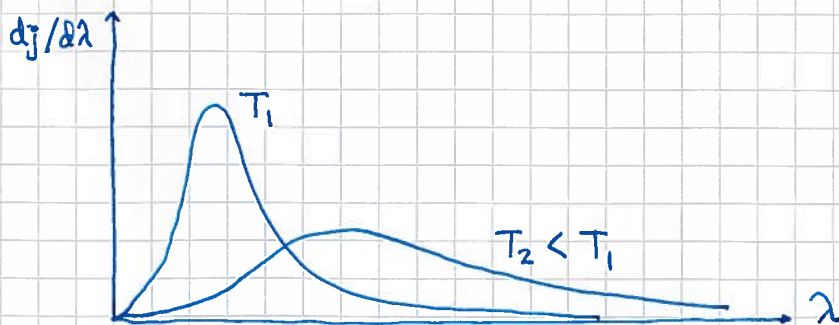
Dette var starten på krantemekanikken.

Fra dj/df og sammenhengen $c = \lambda f$ finner en nå bølglengdefordelingen

$$j(T) = \int_0^{\infty} \frac{dj}{d\lambda} d\lambda \quad \text{med} \quad \frac{dj}{d\lambda} = \frac{2\pi hc / \lambda^5}{\exp(hc/\lambda k_B T) - 1} \left(\frac{W}{m^3} \right)$$

- Wiens forskyvningslov: $\frac{dj}{d\lambda}$ har sin max-verdi når $\lambda \cdot T \approx 2.90 \cdot 10^{-3} \text{ K} \cdot \text{m}$ (Finnes ved å løse

$$\frac{d}{d\lambda} \left(\frac{dj}{d\lambda} \right) = 0 ; \quad \text{tilsv. har } \frac{dj}{df} \text{ maxverdi når } \frac{f}{T} \approx 5.88 \cdot 10^{10} \frac{\text{Hz}}{\text{K}}.)$$



Noen viktige eksempler:

- Solas overflate: $T \approx 6 \cdot 10^3 \text{ K}$
 $\Rightarrow \text{max } (dj/d\lambda) \text{ for } \lambda \approx 480 \text{ nm}$ (blågrønt; synlig lys: 400-700 nm) (Blå) (Rød)
- Kroppens overflate: $T \approx 303 \text{ K}$
 $\Rightarrow \text{max } (dj/d\lambda) \text{ for } \lambda \approx 10 \mu\text{m}$ (infrarødt, IR)
- Mørk, skyfri nattehimmel: $T \approx 240 \text{ til } 260 \text{ K}$
 $\Rightarrow \text{max } (dj/d\lambda) \text{ for } \lambda \approx 12 \mu\text{m}$ (IR)
 \Rightarrow kan gi ising på bakkenivå, selv med noen plussgrader i lufta!
- CMB: Cosmic Background Radiation $T \approx 2.73 \text{ K}$
 $\Rightarrow \text{max } (dj/d\lambda) \text{ for } \lambda = 1.87 \text{ mm}$

U-verdier i byggebransjen

Def. ved: $j = U \cdot (T_i - T_u)$

dvs: $U =$ varmetap pr m^2 og pr grad temp. forskjell mellom inne og ute.

Eks: Lagdelt vegg, s. 108, $j = 4.83 \text{ W/m}^2$ når $T_i - T_u = 30 \text{ K}$

\Rightarrow Da er veggens U-verdi: $U = 4.83/30 \approx 0.16 \text{ W/m}^2\text{K}$

Tek 10 (Krav i Byggeforskriftene):

Yttervegg $U < 0.18$

Tak $U < 0.13$

Gulv $U < 0.15$

Vindu $U < 1.2$

Termodynamikkens 1. lov [YF 19,20 ; LHL 15, 13]

(112)

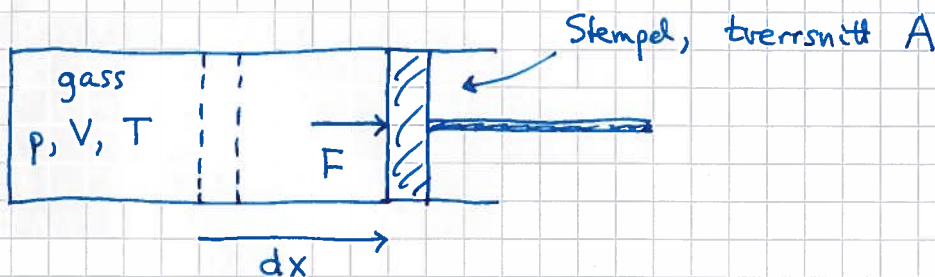
Vi antar ofte reversible prosesser. Dette er idealisererte "uendelig langsomme" prosesser, uten friksjon, og med "ørsmå" temperaturdifferanser ($\Delta T \approx 0$) når varme utveksles mellom to systemer.

Alle reelle prosesser er (mer eller mindre) irreversible, pga friksjon, turbulens, og endelige $\Delta T > 0$ ved varmeutveksling.

Arbeid [YF 19.2 ; LHL 13.5]

= alle former for energitveksling som ikke skyldes ΔT

Typisk scenario: Gass som utvider seg ved trykk p .

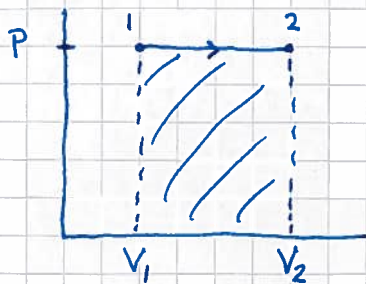


Arbeidet utført av gassen ("systemet") på omgivelsene ved utvidelse fra volum V til $V+dV$, ved trykk p :

$$\boxed{dW = F \cdot dx = p \cdot A \cdot \frac{dV}{A} = p \cdot dV}$$

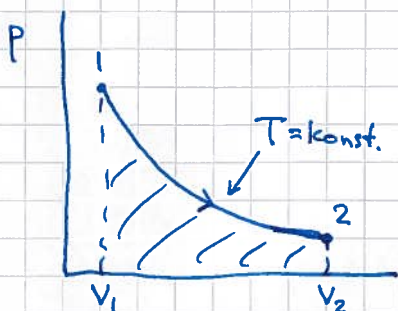
Fortegn: $dW > 0$ når $dV > 0$, dvs når systemet gjør et positivt arbeid på omgivelsene

Eks 1: Isobar utvidelse



$$W = \int_1^2 dW = p \int_{V_1}^{V_2} dV = \underline{p \cdot (V_2 - V_1)}$$

Eks 2: Isoterm utvidelse av ideell gass



$$p(V) = Nk_B T / V$$

$$\Downarrow$$

$$W = Nk_B T \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \underline{Nk_B T \ln \frac{V_2}{V_1}}$$

Vi ser at: $W = \text{areal under kurven } p(V)$ $\left(\begin{array}{l} \rightarrow w > 0 \\ \leftarrow w < 0 \end{array} \right)$

Indre energi [YF 19.4, 19.6; LHL 13.6]

U = systemets indre energi

= summen av kin. og pot. energi til partiklene i systemet

Ideell gass: Kun kinetisk energi.

Ingen vekselvirkn. mellom molekylene,

dermed ingen pot. energi.

Anta $\langle K \rangle$ = midlere kin. energi pr molekyl

$$\Rightarrow \boxed{U = U(T) = N \cdot \langle K \rangle}$$

Indre energi for
ideell gass.

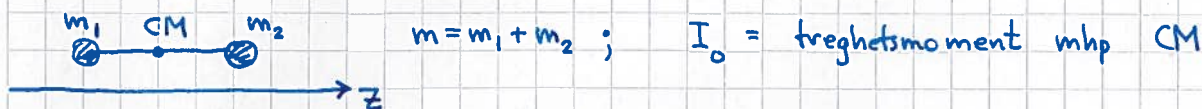
Eks 1: Atomære gasser (f.eks. edalgassene He, Ne, Ar, ...)

$$\langle K \rangle = \langle K_{trans} \rangle = \frac{3}{2} k_B T \quad (\text{pr atom}) \quad (\text{se s. 90-91})$$

$$\Rightarrow U(T) = \underline{\underline{\frac{3}{2} N k_B T}}$$

Eks 2: Toatomige gasser (N₂, O₂, H₂, ...)

[YF 18.4
LHL 14.2]



Ekvipartisjonsprinsippet sier: Hvert kvadratiske ledd i energifunksjonen bidrar med $\frac{1}{2} k_B T$ til indre energi pr partikkel.

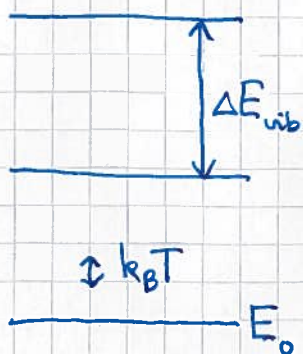
$$\Rightarrow \langle K_{trans} \rangle = \frac{1}{2} m \langle v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 \rangle = \frac{3}{2} k_B T$$

$$\langle K_{rot} \rangle = \frac{1}{2} I_0 \langle \omega_x^2 + \omega_y^2 \rangle = \frac{2}{2} k_B T$$

(I_0 mhp z-aksen er praktisk talt lik null)

Hva med $\langle K_{vib} \rangle$? I utgangspunktet to kvadratiske ledd i energifunksjonen, ett ^{pga} kinetisk og ett ^{pga} potensiell energi.

Men: Krantemekanikken viser at vibrasjonsenergien er kvantisert, med avstand $\Delta E_{vib} \gg k_B T$ mellom energinivåene. Da er det ikke nok "termisk energi" til stede til å eksitere molekylene opp i vibrasjonstilstander med høyere energi:

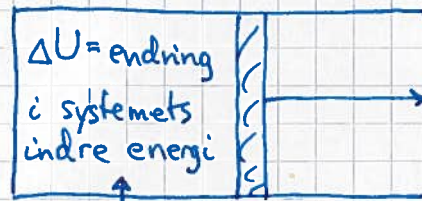


\Rightarrow Alle molekylene har samme vibr.energi E_0 , en "uinteressant konstant energi".

Total indre energi for N molekylar blir:

$$U = \frac{5}{2} N k_B T + N \cdot E_0$$

Nå kan vi formulere termodynamikkens 1. lov,
som ikke uttrykker annet enn energibevarelse :
(samt at varme er en form for energi)



$\Delta Q =$ varme tilført systemet

$\Delta W =$ arbeid utført av systemet på omgivelsene

$$\Rightarrow \boxed{\Delta Q = \Delta U + \Delta W} \quad \text{1. lov}$$

På differensiell form: $dQ = dU + dW$

Men merk: Her er det bare U som er en tilstandsfunksjon.
 Q og W er prosessvariable.

Varmekapasitet for ideell gass [YF 18.4; LHL 15.2, 14.2]

Fra s. 94: $C_V = \left(\frac{dQ}{dT}\right)_V$, $C_P = \left(\frac{dQ}{dT}\right)_P$

Hvis $V = \text{konst.}$, er $dW = p dV = 0$, og $dQ = dU$

$$\Rightarrow C_V = \left(\frac{dU}{dT}\right)_V = \frac{dU}{dT} \quad (\text{siden } U \text{ bare avh. av } T)$$

Videre har vi

$$C_P = \left(\frac{dU}{dT}\right)_P + p \left(\frac{dV}{dT}\right)_P = \frac{dU}{dT} + p \left(\frac{d(Nk_B T/p)}{dT}\right)_P$$

$$= C_V + Nk_B = C_V + nR$$

[Siden entalpi er $H \stackrel{\text{def}}{=} U + pV$, blir $C_P = (dH/dT)_P$]

- Kvalitativt opplagt at $C_p > C_v$: Med $V = \text{konst.}$ går all tilført ΔQ med til økningen ΔU , og dermed ΔT . Med $p = \text{konst.}$ går noe av ΔQ med til å gjøre arbeidet $\Delta W = p \cdot \Delta V$; dette gir mindre ΔU og ΔT , og dermed $C_p = (\Delta Q / \Delta T)_p > (\Delta Q / \Delta T)_v = C_v$.

- Atomære gasser: $C_v = \frac{3}{2} Nk_B = \frac{3}{2} nR$, $C_p = \frac{5}{2} nR$ } se s. 114
- Toatomige gasser: $C_v = \frac{5}{2} nR$, $C_p = \frac{7}{2} nR$

Exp, edelgasser: $c_{pm} = C_p/n = 20.78 - 21.01 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$
 $= 2.50 - 2.53 R$

Exp, tørr luft: $c_{pm} = 29.07 \text{ J/mol}\cdot\text{K} = 3.50 R$
 $c_{vm} = 20.76 \text{ — " — } = 2.50 R$

Adiabatiske prosesser [YF 19.8 ; LHL 15.3]

= prosesser uten tilførsel/avgivelse av varme

$\Rightarrow \Delta Q = 0 \xrightarrow{\text{1. lov}} \Delta U = -\Delta W$

Varmeoverføring tar tid, så alle tilstrekkelig raske prosesser er tilnærmet adiabatisk.

Eks: • Rask kompresjon av lufta i sykkelpumpe.
 Da gjøres arbeid på lufta $\Rightarrow \Delta W < 0$
 $\Rightarrow \Delta U > 0 \Rightarrow \Delta T > 0$

- Lydbølger i luft. Små, men raske trykkendringer \Rightarrow adiabatisk forhold (ikke isoterme)

~~Adiabatiske prosesser~~

Anta ideell gass: $pV = nRT$, $nR = C_p - C_v$

Adiabatisk prosess: $dW = -dU$
 $\Rightarrow p dV = -C_v dT$

Dermed:

$$p dV = \frac{nRT}{V} dV = (C_p - C_v) T \frac{dV}{V}$$

$$\Rightarrow -C_v dT = C_v \left(\frac{C_p}{C_v} - 1 \right) T \frac{dV}{V}$$

Vi innfører adiabatkonstanten $\gamma \equiv C_p / C_v > 1$

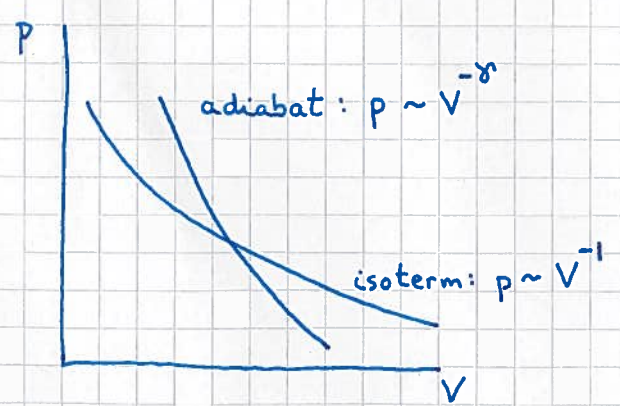
$$\Rightarrow \frac{dT}{T} = -(\gamma - 1) \frac{dV}{V} \Rightarrow \ln T = -(\gamma - 1) \ln V + \text{konst.}$$

$$\Rightarrow \ln T + \ln V^{\gamma - 1} = \text{konst.} \Rightarrow \ln \{ T \cdot V^{\gamma - 1} \} = \text{konst.}$$

$$\Rightarrow \boxed{T \cdot V^{\gamma - 1} = \text{konst.}}$$

$$T = \frac{pV}{nR} \Rightarrow \boxed{p \cdot V^{\gamma} = \text{konst.}}$$

$$V = \frac{nRT}{p} \Rightarrow \boxed{p \cdot T^{-\frac{\gamma}{\gamma - 1}} = \text{konst.}}$$



$\gamma > 1$, slik at adiabater er brattere enn isotermer i et pV-diagram for ideell gass

Edelgasser: $\gamma = 5/3 \approx 1.7$

Toatomige gasser (inkl. luft): $\gamma = 7/5 = 1.4$

} Dus: $\gamma = \frac{f+2}{f}$, der $f =$ antall frihetsgrader (ved den aktuelle temperatur)

Øving 12: Lydfarten i luft. $v = \sqrt{B/\rho} = \dots$ adiabatisk $\dots = \sqrt{\gamma k_B T / m}$ (der $m =$ midlere masse pr molekyl)

Kretsprosesser [YF 19.4 ; LHL 15.1]



Indre energi U er en tilstandsfunksjon.

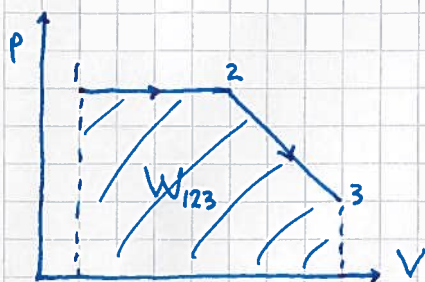
I en kretsprosess er start-tilstand

lik slutt-tilstand $\Rightarrow \Delta U = 0$

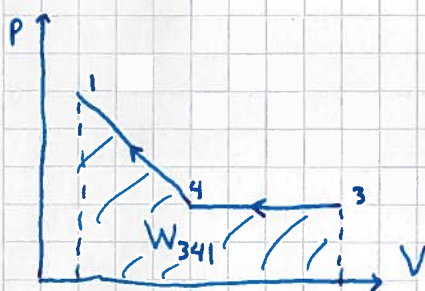
Da gir 1. lov: $\Delta Q = \Delta W$

$\Delta Q =$ netto tilført varme

$\Delta W =$ netto utført arbeid



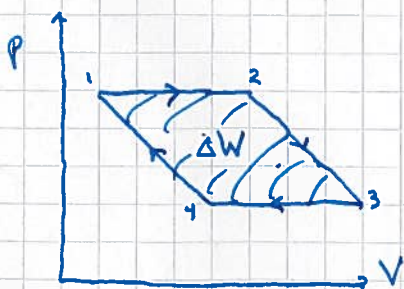
$W_{123} =$ arbeid utført av systemet ved utvidelsen $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$



$W_{341} =$ arbeid utført på systemet ved kompresjonen $3 \rightarrow 4 \rightarrow 1$

\Rightarrow Netto arbeid utført pr syklus:

$\Delta W =$ omsluttet areal i pV-diagrammet



Med klokka $\Rightarrow \Delta W > 0$

Mot klokka $\Rightarrow \Delta W < 0$