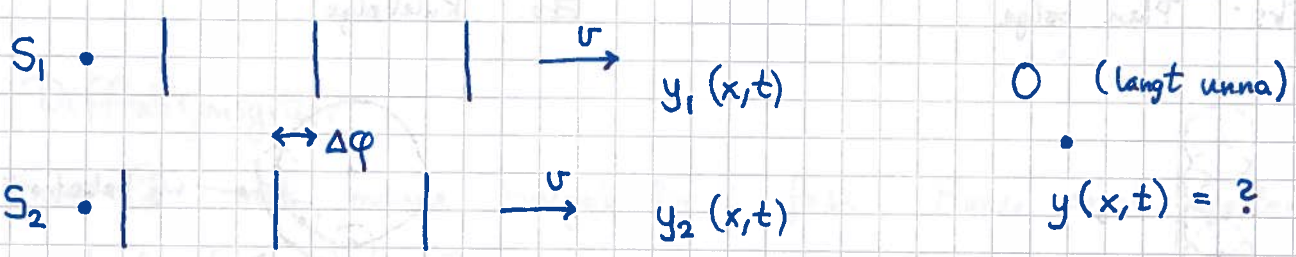
Interferensfenomener [YF 15.6, 16.6 ; LL 10.7]

Skyldes overlagring av to eller flere bølger på gitt sted til gitt tid.

) To bølger, samme retning og frekvens, faseforskjell $\Delta\varphi$



Total bølge ved O:

$$y(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t) = y_0 \cos(kx - \omega t) + y_0 \cos(kx - \omega t + \Delta\varphi)$$

Bruker $\cos a + \cos b = 2 \cos \frac{a-b}{2} \cos \frac{a+b}{2}$

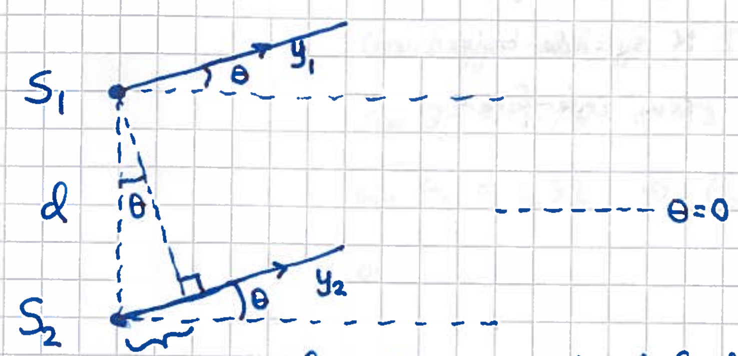
$$\Rightarrow y(x,t) = \underbrace{2y_0 \cos \frac{\Delta\varphi}{2}}_{\text{amplitude som avhenger av } \Delta\varphi} \cos\left(kx - \omega t + \frac{\Delta\varphi}{2}\right)$$

Konstruktiv interferens: $\Delta\varphi = 0$, dvs y_1 og y_2 i fase ved O

Hvis y_1 alene gir intensitet I_1, gir $y_1 + y_2$ intensitet $4I_1$

Destruktiv interferens: $\Delta\varphi = \pi$, dvs y_1 og y_2 i motfase ; $I = 0$

) Retningsavhengig interferens (S_1 og S_2 i fase)



d = avstanden mellom S_1 og S_2

$\Delta r = d \sin\theta$ = veilengdeforskjellen mellom y_1 og y_2

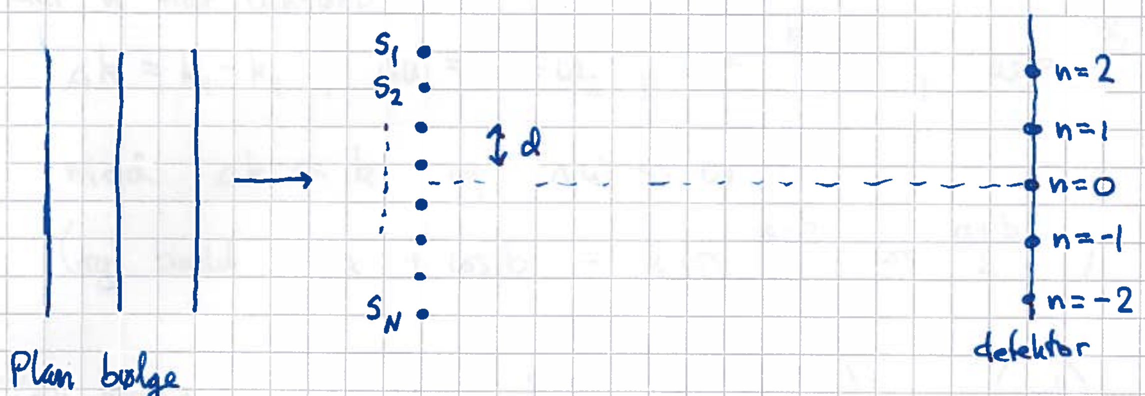
Vi antar at de to bølgene observeres / detekteres i stor avstand L fra kildene (dvs $L \gg d$).

2) Konstruktiv interferens : $\Delta r = d \sin\theta = n\lambda$

Destruktiv —"— : $\Delta r = d \sin\theta = (n + \frac{1}{2})\lambda$ $(n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots)$

3) Diffraksjonsgitter

Som ②, med mange bølgekilder i fase. Mange smale spalter med avstand d mellom. Får sylinderbølger på vei mot detektoren. [se s. 83B]
Konstruktiv interferens hvis veilengdeforskjell $\Delta r = d \sin\theta = n\lambda$ mellom nabospalter, og max intensitet. Andre retninger: Delbølgene interfererer med tilfeldige faser $\Rightarrow$ $I \approx 0$.



Laserlys: EM-bølger med skarpt definert λ

Rød: 650 nm Grønn: 532 nm Blå: 405 nm

Eks: 300 spalter pr mm $\Rightarrow$ $d = \frac{1}{300}$ mm $= \frac{1}{3} \cdot 10^{-5}$ m

Grønt lys med $\lambda = 532 \cdot 10^{-9}$ m gir da

$\sin\theta_1 = \lambda / d = 532 \cdot 3 \cdot 10^{-4} = 0.16$ $\Rightarrow$ $\theta_1 = 9.2°$

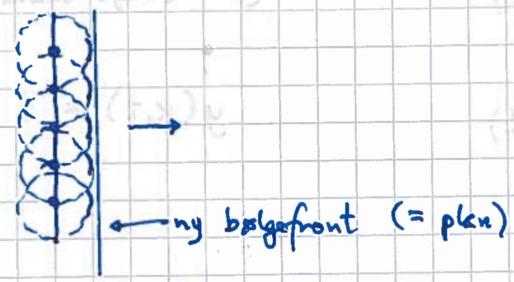
$\sin\theta_2 = 0.32$ $\Rightarrow$ $\theta_2 = 18.6°$

osv

Huygens' prinsipp:

Alle punkter på en bølgefront er kilde til en "liten" kulebølge. Neste bølgefront blir tangent til småbølgene

Eks: Plan bølge

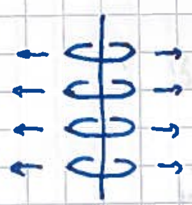


Eks: Kulebølge

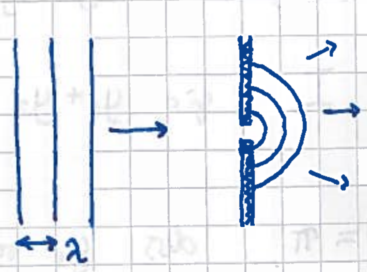
Eks: Diffraksjonsgitter

= mange tettliggende smale spalter

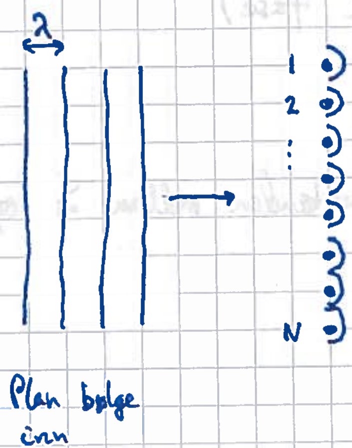
1 spalte er kilde til en sylinderbølge:



Sett ovenfra, med plan bølge inn fra venstre:



Mange spalter $(1, 2, \cdots, N)$:

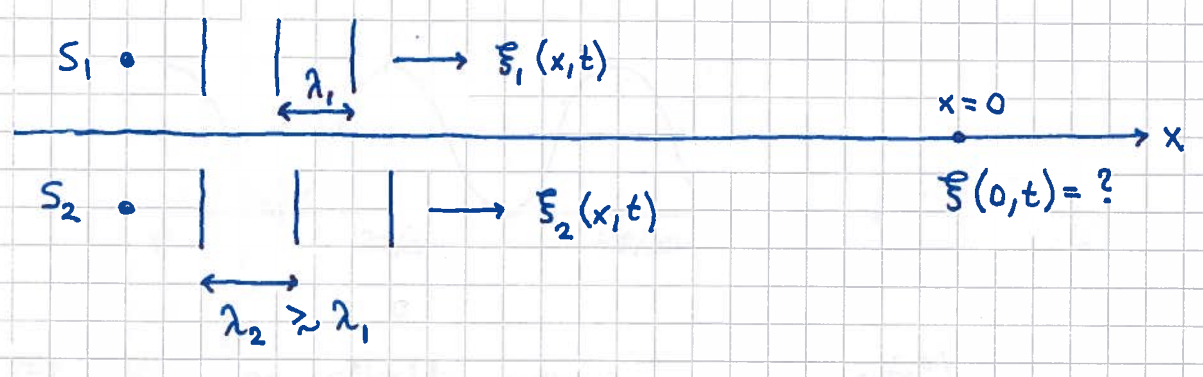


Til høyre for spaltene:

N sylinderbølger som interfererer

4 Svevning ; interferens i tid [YF 16.7 ; LL 10.7]

2 bølgekilder (f.eks lyd) med litt forskjellig frekvens



$$\begin{aligned} \xi(x,t) &= \xi_1(x,t) + \xi_2(x,t) \\ &= \xi_0 \cos(k_1 x - \omega_1 t) + \xi_0 \cos(k_2 x - \omega_2 t) \\ &= 2\xi_0 \cos\left(\frac{\Delta k}{2} x - \frac{\Delta\omega}{2} t\right) \cdot \cos(kx - \omega t) \end{aligned}$$

der vi har innført

$$\Delta k = k_1 - k_2 \,, \quad \Delta\omega = \omega_1 - \omega_2 \,, \quad k = \frac{k_1 + k_2}{2} \,, \quad \omega = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$$

med $\Delta k \ll k$ og $\Delta\omega \ll \omega$

(og brukt $\cos a + \cos b = 2\cos\frac{a-b}{2} \cdot \cos\frac{a+b}{2}$)

Ved $x = 0$: $\xi(0,t) = 2\xi_0 \cos\left(\frac{\Delta\omega}{2} t\right) \cdot \cos(\omega t)$

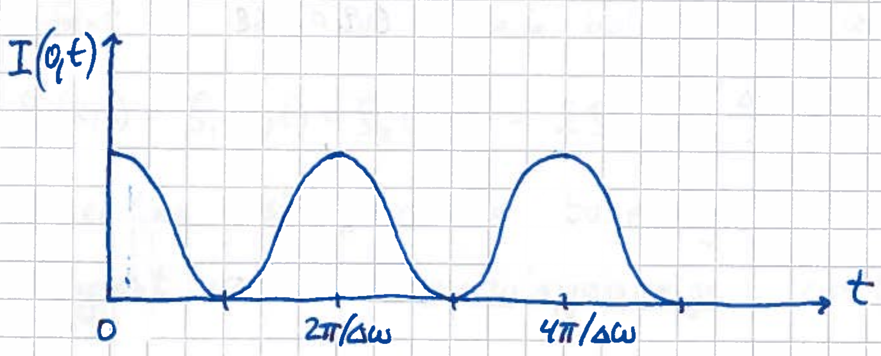
Intensiteten ved $x = 0$: (se s. 75)

$$\begin{aligned} I(0,t) = \langle \varepsilon \rangle \cdot v &= \frac{1}{2} \rho\, \omega^2 (2\xi_0)^2 v \cdot \cos^2\left(\frac{\Delta\omega}{2} t\right) \\ &= \rho\, \omega^2 \xi_0^2\, v \left\{ 1 + \cos(\Delta\omega \cdot t) \right\} \end{aligned}$$

Her har vi midlet energitettheten ε over en periode av den raske svingningen, med $T = 2\pi/\omega$. Det er denne som gir tonen, $f = (f_1 + f_2)/2$.

(og vi brukte $\cos^2(a/2) = \frac{1}{2}(1 + \cos a)$)

$\{1 + \cos(\Delta\omega \cdot t)\}$ $\Rightarrow$ langsom variasjon i intensiteten:



$\Rightarrow$ Vi hører såkalt <u>svevning</u> ("beats").

Tid mellom påfølgende I_{max}:

$$T_s = \frac{2\pi}{\Delta\omega} = \text{sveveperioden}$$

$$f_s = \frac{1}{T_s} = \frac{\Delta\omega}{2\pi} = \Delta f = f_1 - f_2 = \text{svevefrekvensen}$$

Eks: To stemmegafler, den ene med litt tape, slik at egenfrekvensen senkes, fra 440 Hz ("kammertonen") til ca 437 Hz.

$\Rightarrow$ Vi hører svevning, med ca 3 svingninger i intensitet pr sekund.

Gruppehastighet. Dispersjon [YF 33.4 ; LL 10.7, 10.10]

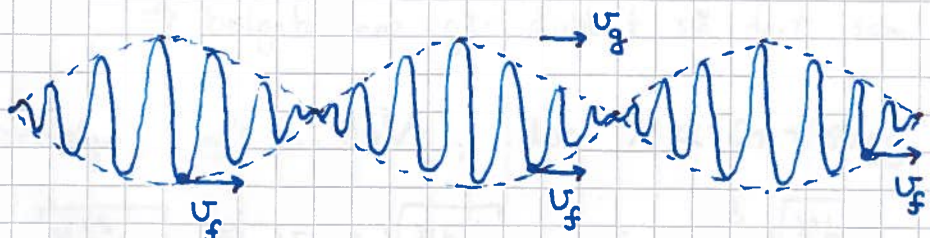
Vi fant at sum av to harm. bølger med litt forskjellig bølgelengde er

$$\xi(x,t) = \xi_1(x,t) + \xi_2(x,t) = 2\xi_0 \cos\left(\frac{\Delta k}{2} x - \frac{\Delta \omega}{2} t\right) \cdot \cos(kx - \omega t)$$

Dette er en raskt varierende bærebølge $\cos(kx - \omega t)$ "modulert" med en langsomt varierende modulasjonsbølge $\cos(\frac{1}{2}\Delta k\, x - \frac{1}{2}\Delta\omega\, t)$.

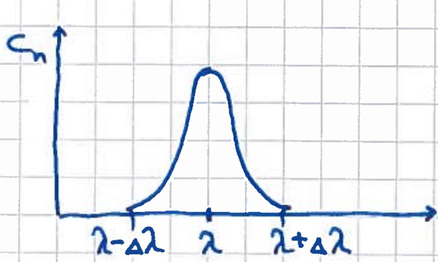
Bærebølgens hastighet: $v = v_f = \frac{\omega}{k}$ = fasehastigheten

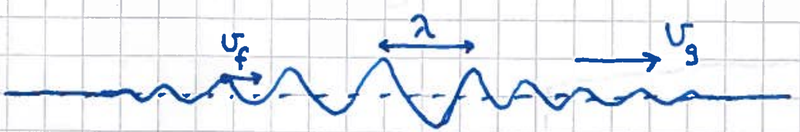
Modulasjonsbølgens hastighet: $v_g = \frac{\Delta\omega}{\Delta k} = \frac{d\omega}{dk}$ = gruppehastigheten



En romlig avgrenset bølgepakke med typisk, evt. midlere, bølgelengde λ kan beskrives som en sum av mange harmoniske bølger med bølgelengder omkring λ:

$$\xi(x,t) = \sum_n c_n \cdot \sin(k_n x - \omega_n t)$$





- Bølgepakken og energien forplanter seg med gruppefarten $v_g = d\omega/dk$
- Funksjonen $\omega(k)$ kalles dispersjonsrelasjonen.
- Bølger på streng ($v_f = \sqrt{S/\mu}$), lydbølger i fluid ($v_f = \sqrt{B/\rho}$) og EM bølger i vakuum ($v_f = c$) har fasefart uavhengig av k. Da er $\omega = v_f \cdot k$ lineær i k, og $v_g = d\omega/dk = v_f$.
- Bølger med ikke-lineær dispersjon: EM bølger i materialer som glass og vann. Overflatebølger på vann.

- Overflatebølger på vann:

"Styres" av tyngdekraft og overflatespenning, som på dypt vann (dvs $kD = 2\pi D/\lambda \gg 1$; D = dybden) gir

$$\omega(k) = \sqrt{g \cdot k + \gamma \cdot k^3/\rho}$$

med $g = 9.8$ m/s^2, $\rho = 10^3$ kg/m^3 og $\gamma = 0.073$ N/m = overflatespenning.

Tyngdebølger, $gk \gg \gamma k^3/\rho$, dvs $\lambda \gg 2\pi\sqrt{\gamma/\rho g} \approx 17$ mm :

$$\omega \approx \sqrt{gk} \Rightarrow v_f \approx \sqrt{g/k}, \quad v_g \approx \frac{1}{2}\sqrt{g/k} = v_f/2$$

$\Rightarrow$ bølgetoppene går dobbelt så fort som bølgepakken

Kapillærbølger, $gk \ll \gamma k^3/\rho$, dvs $\lambda \ll 2\pi\sqrt{\gamma/\rho g} = 17$ mm :

$$\omega \approx \sqrt{\gamma k^3/\rho} \Rightarrow v_f \approx \sqrt{\gamma k/\rho}, \quad v_g \approx \frac{3}{2}\sqrt{\gamma k/\rho} = \frac{3}{2} v_f$$

$\Rightarrow$ bølgetoppene går langsommere enn bølgepakken

Se notat og filmer på hjemmesiden.

Matlab-animasjoner:

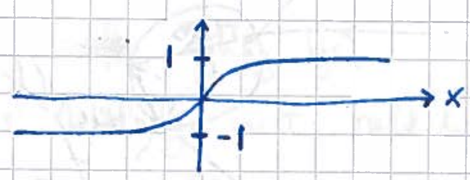
bolgepakke2.m

bolgepakkemange.m

- Tyngdebølger, på dypt og grunt vann:

$$\omega(k\,;\,D) = \sqrt{gk \tanh(kD)} \quad ; \quad D = \text{dybden}$$

$$\tanh x = \frac{\sinh x}{\cosh x} = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$



$|x| \ll 1$: $\tanh x \approx x$

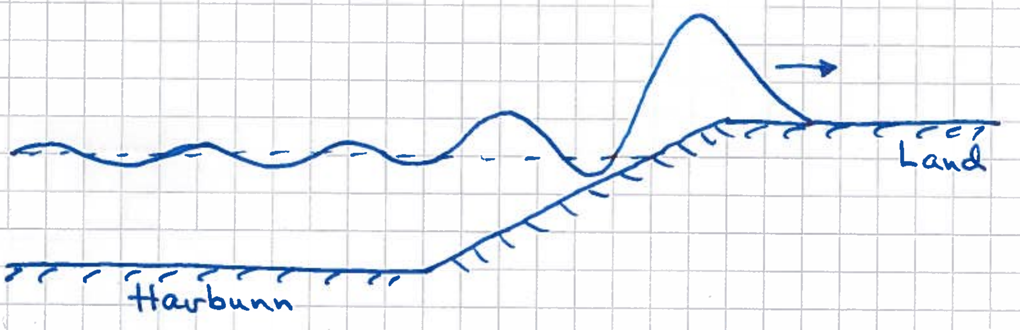
$x \gg 1$: $\tanh x \approx 1$

Dypt vann : $kD = 2\pi D/\lambda \gg 1 \quad \Rightarrow \quad \omega(k) \approx \sqrt{gk}$

Grunt vann : $kD = 2\pi D/\lambda \ll 1$

$$\Rightarrow \omega(k) = \sqrt{gk \cdot kD} = \sqrt{gD} \cdot k \quad \Rightarrow \quad \underline{v_g \; (= v_f) = \sqrt{gD}}$$

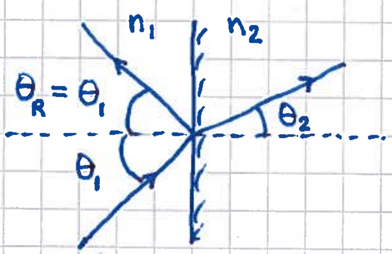
Tsunami : Jordskjelv på havbunnen gir overflatebølger med λ opp mot 100 km og mer. Da er $D \ll \lambda$ overalt, og vi har $v_g = \sqrt{gD}$, som avtar med dybden D inn mot land. Med plane bølger og konstant intensitet $I = \bar{\varepsilon} \cdot v_g$ vil energitettheten $\bar{\varepsilon}$, og dermed amplituden ξ_0, øke, siden bølgefarten v_g avtar :



EM-bølger : $v = c/n$; n = brytningsindeksen ; $c \approx 3 \cdot 10^8$ m/s

Luft ($\approx$ vakuum) : $n \approx 1.0$ Vann : $n \approx 1.34$ Glass : $n \approx 1.52$

Geometrisk optikk :

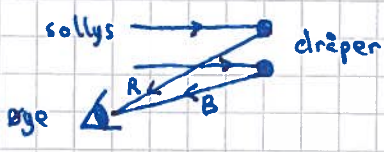


Reflektert stråle : $\theta_R = \theta_1$

Snells lov : $\dfrac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \dfrac{v_1}{v_2} = \dfrac{n_2}{n_1}$

For vann, glass osv øker n med frekvensen for synlig lys, dvs n (blått) > n (rødt). Dermed brytes blått lys mest, rødt lys minst, når hvitt lys (f.eks. sollys) går fra luft inn i (f.eks) vanndråper.

Gir regnbue!



$\Rightarrow$ Rødt øverst
Blått nederst