H_2O, i nærheten av trippelpunktet:

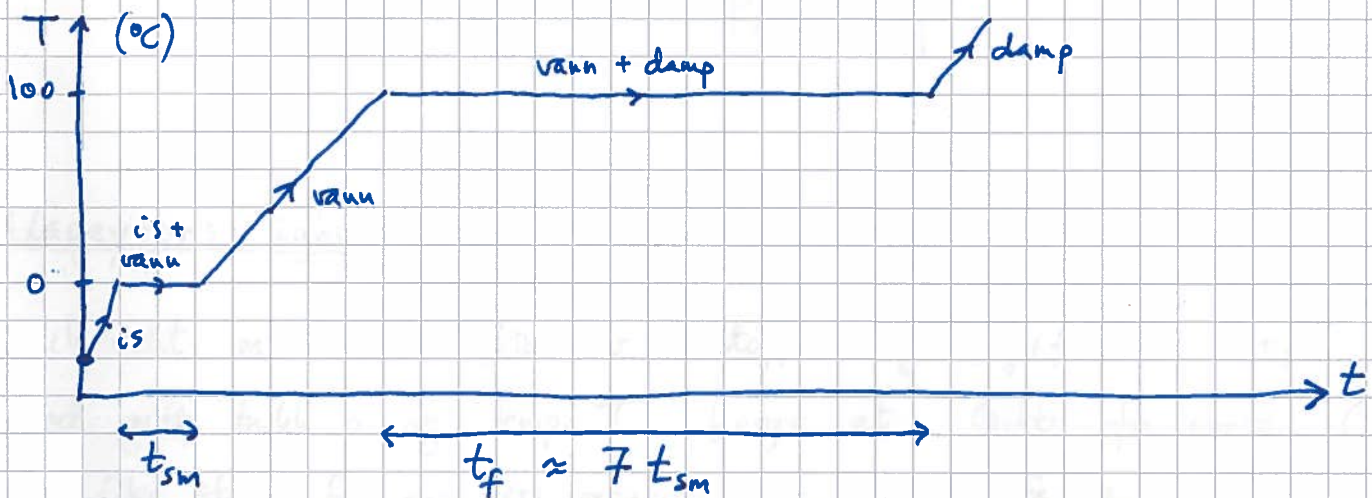
$L_{sm} \approx 80$ cal/g, $L_f \approx 600$ cal/g, $L_{sub} \approx 680$ cal/g

dvs $L_{sub} \approx L_{sm} + L_f$; ikke urimelig!

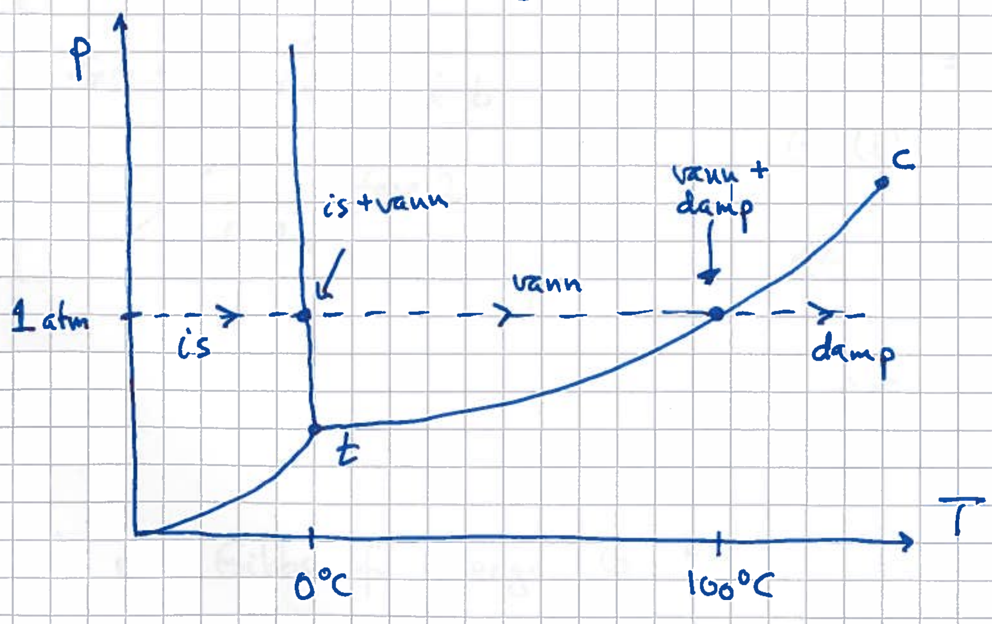
Ved 1 atm: $L_f \approx 540$ cal/g

Når $T \to T_c$: $L_f \to 0$ (fordi væske og gass er "det samme" når vi passerer kritisk punkt)

Med konstant tilførsel av varmeeffekt:



Prosessen i et pT-diagram:



Luftfuktighet [LHL 17.10]

Damptrykk: p_d = partialtrykket til H_2O i termodynamisk likevekt med vann ($T > T_t = 0.01\,°C$) eller snø/is ($T < T_t$), dvs på $v+g$ eller $f+g$ koeksistenslinjen.

Dvs p_d = max partialtrykk av H_2O ved aktuell T

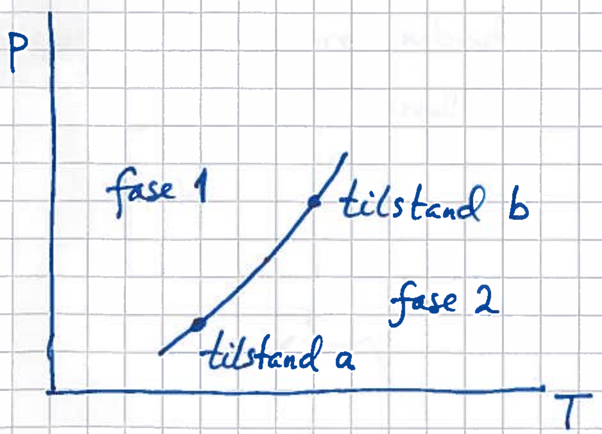
= metningstrykket; lufta er mettet med vanndamp

Hvis $p_{H_2O} < p_d$ har lufta relativ luftfuktighet

$$\boxed{\phi = 100\% \cdot p_{H_2O} / p_d}$$

Clapeyrons ligning og damptrykk-kurven

Likevekt mellom to faser av et stoff ($g+v$, $g+f$ eller $v+f$) ved gitt trykk p og temp. T betyr at Gibbs fri energi G er like stor for en viss mengde av de to fasene.



$$G_1(a) = G_2(a)$$
$$G_1(b) = G_2(b)$$

$$dG = G(b) - G(a)$$

$$\Rightarrow \quad dG_1 = dG_2$$

Hva er Gibbs fri energi G?

$$G = U + pV - TS$$

Her er

U = indre energi = molekylenes totale kinetiske og potensielle energi (hvis ideell gass: kun kinetisk energi)

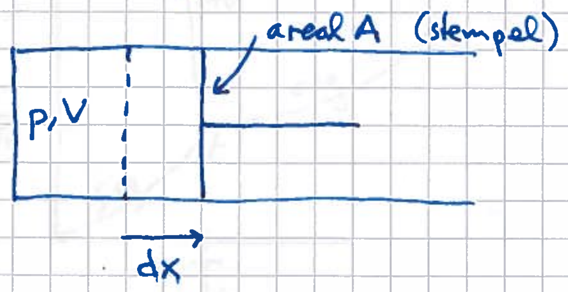
S = stoffets entropi ; $\Delta S \stackrel{\text{def}}{=} \Delta Q / T$, dvs systemets entropi øker når varme tilføres $(\Delta Q > 0)$; ved en faseovergang er $\Delta Q = L$ = latent varme

Forskjellen i G mellom de to tilstandene a og b (på koeksistenslinjen) kan uttrykkes ved forskjellene i U, p, V, T og S:

$$dG = dU + p\,dV + V\,dp - T\,dS - S\,dT$$

Energibevarelse: $dQ = dU + dW$, dvs varmen tilført et system, dQ, går med til å øke systemets indre energi, dU, samt til arbeidet dW som systemet utfører på omgivelsene. (Dette er termodyn. 1. lov!)

En gass kan utføre arbeid ved å utvide seg:



$$dW = F\,dx = pA\,\frac{dV}{A} = p\,dV$$

Fra $dS = dQ/T$ følger $dQ = T\,dS$, slik at energibevarelse kan uttrykkes

$$T\,dS = dU + p\,dV$$

Dermed:

$$dG = V\,dp - S\,dT$$

Langs en koeksistenslinje endrer G seg like mye for de to fasene : $dG_1 = dG_2$

$$\Rightarrow \quad V_1\, dp - S_1\, dT = V_2\, dp - S_2\, dT$$

$$\Rightarrow \quad (V_1 - V_2)\, dp = (S_1 - S_2)\, dT$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\frac{dp}{dT} = \frac{S_1 - S_2}{V_1 - V_2} = \frac{\Delta S}{\Delta V} = \frac{L}{T\Delta V}}$$ Clapeyrons ligning

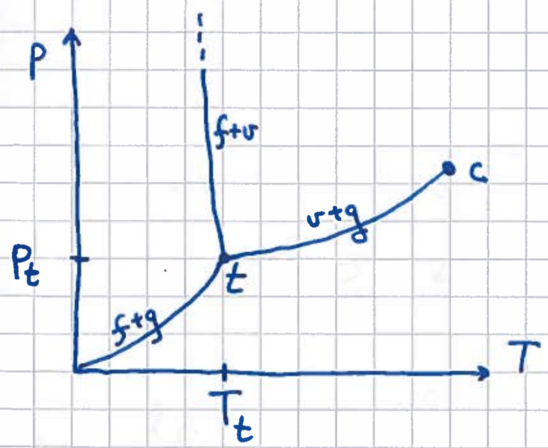
Dvs : Stigningstallet, dp/dT, til koeksistenslinjene er bestemt av den latente varmen L i faseovergangen og volumendringen ΔV i faseovergangen. (og temp. T)

Når is smelter : $\Delta V = V_v - V_f < 0$

$T > 0$

$L = L_{sm} > 0$

$\Rightarrow \quad dp/dT < 0$ for is/vann – koeksistenslinjen



På is/damp og vann/damp koeks.linjene :

$$\Delta V = V_g - V \approx V_g \quad (\text{da } V_f \ll V_g \text{ og } V_v \ll V_g)$$

Anta videre ideell gass for vanndampen: $V_g = nRT/p_d$

Anta også at $L = n \cdot \ell$ ~~er~~ uavh. av T (ℓ = molar latent varme)

Kan vi beregne damptrykk-kurvene $p_d(T)$:

$$\frac{dp_d}{dT} = \frac{L}{T\Delta V} = \frac{n\ell}{T \cdot nRT/p_d} = p_d \cdot \frac{\ell}{RT^2}$$

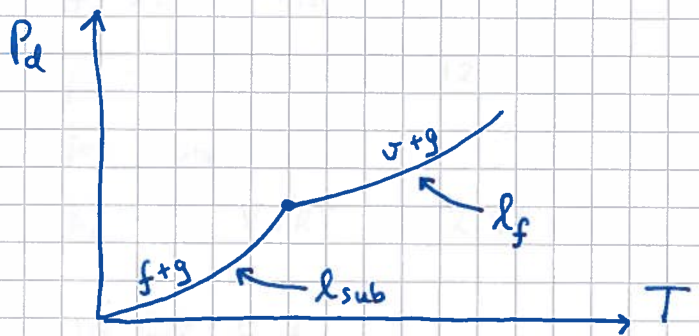
$$\Rightarrow \int_{p_t}^{p_d} \frac{dp_d}{p_d} = \frac{\ell}{R}\int_{T_t}^{T} \frac{dT}{T^2};$$

der vi velger trippelpunktet som referanse, $T_t = 273.16\,K$, $p_t = 612\,Pa$

$$\Rightarrow \ln\left\{ p_d/p_t \right\} = \frac{\ell}{R}\left\{\frac{1}{T_t} - \frac{1}{T}\right\}$$

$$\Rightarrow \boxed{p_d(T) = p_t \cdot \exp\left\{\frac{\ell}{R}\left(\frac{1}{T_t} - \frac{1}{T}\right)\right\}}$$

Damptrykk-kurven(e)



$$T < T_t: \quad \ell_{sub} = 678\,\frac{cal}{g} = 0.678\,\frac{kcal}{g} \cdot 4.184\,\frac{kJ}{kcal} \cdot 18\,\frac{g}{mol}$$

$$\approx 51\ kJ/mol$$

$$T > T_t: \quad \ell_f = 598\,\frac{cal}{g} = \ldots = 45\ kJ/mol$$

Eks: Bestem relativ luftfuktighet i luft som er mettet med vanndamp ved $-5°C$, etter oppvarming til $+22°C$. Hvor mye vann må nå fordampe for å oppnå $\phi = 50\%$ i et rom på $10\,m^2$?

Løsn:
$$p_{H_2O} = p_d(268\,K) = p_t \exp\left\{\frac{l_{sub}}{R}\left(\frac{1}{T_t} - \frac{1}{268}\right)\right\} = 0.649\,p_t$$

$$p_d(295\,K) = p_t \exp\left\{\frac{l_f}{R}\left(\frac{1}{T_t} - \frac{1}{295}\right)\right\} = 4.336\,p_t$$

$$\Rightarrow \phi = 100\% \cdot 0.649/4.336 = \underline{\underline{15\%}}$$

mol H_2O nå $(V = 10m^2 \cdot 2.40m = 24\,m^3)$:

$$n_0 = p_{H_2O} V/RT = 0.649 \cdot 612\,Pa \cdot 24\,m^3 / 8.314\,\frac{J}{mol\,K} \cdot 295\,K = 3.89\,mol$$

$\phi = 50\%$ tilsvarer partialtrykk

$$p_1 = 0.50 \cdot 4.336 \cdot 612\,Pa = 1327\,Pa$$

som tilsvarer

$$n_1 = p_1 V/RT = 12.98\,mol$$

Vi må fordampe

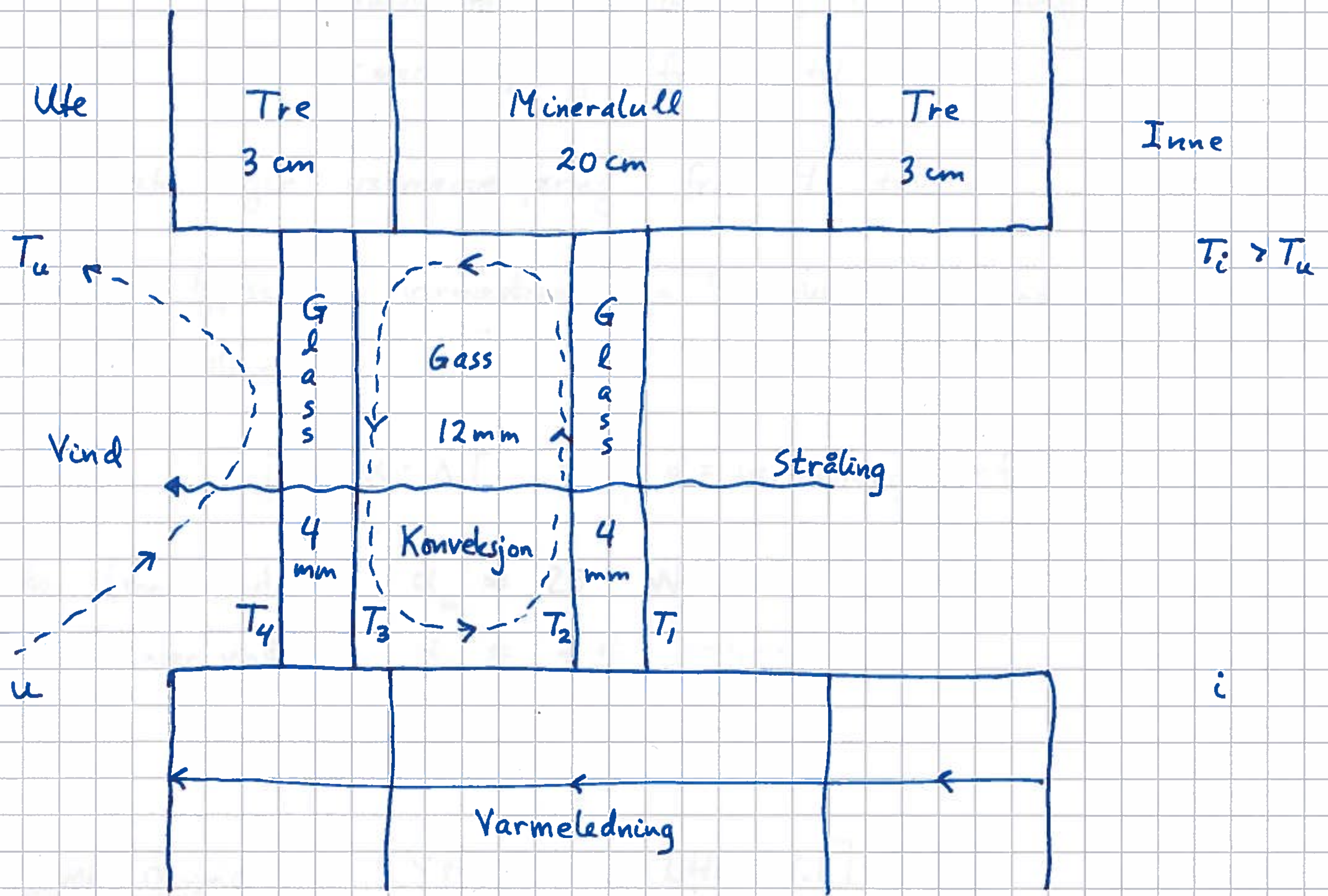
$$\Delta n = n_1 - n_0 = 9.09\,mol$$

dvs

$$m = 9.09\,mol \cdot 18\,g/mol = 164\,g \simeq \underline{\underline{1.6\,dL}}$$

Varmetransport [YF 17 ; LHL 18]

Husvegg med dobbeltvindu :



Mekanismer for varmeoverføring :

- Konveksjon : Strømning av luft gir varmeoverføring
- Varmeledning : Forplantning av kinetisk energi på mikroskopisk nivå
- Stråling : Objekt med temp. T sender ut energi i form av elektromagnetiske bølger

Varmestrømtetthet = overført varme pr tidsenhet og flateenhet

$$[j] = W/m^2$$

Konveksjon [YF 17.7 ; LHL 18.2]

$T_2 > T_3 \Rightarrow$ gassen utvider seg og stiger ved 2; avkjøles og trekker seg sammen og faller ved 3 ; dvs sirkulasjon og netto varmeoverføring fra 2 til 3

Vind ute gir varmeoverføring fra 4 til u.

En antar typisk at varmestrøm pga konveksjon er prop. med temp. forskjellen:

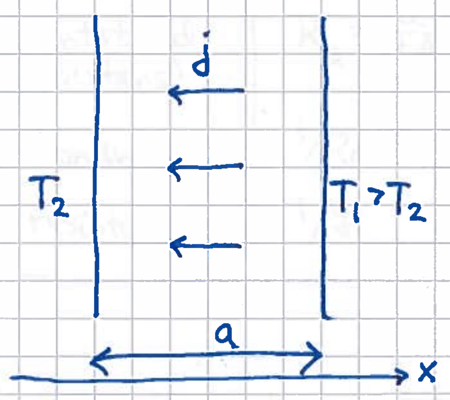
$$j = \alpha \cdot \Delta T \quad ; \quad \alpha = \text{varmeovergangstall}$$

Ute (med vind) : $\alpha_u \approx 25$ W/m²·K (5–6 m/s)

Inne (uten vind) : $\alpha_i \approx 7.5$ —"—

Varmeledning [YF 17.7 ; LHL 18.1]

Ser på stasjonære (tidsuavhengige) forhold i en dimensjon:



- Materiale med tykkelse a (glass, tre, "glava" etc)
- Faste temperaturer T_2 og $T_1 > T_2$ på hver side
- Exp. gir $j \sim \frac{(-)\Delta T}{a}$, som ventet

- Må ha j uavh. av x : I motsatt fall blir det en netto varmestrøm inn i eller ut av tynn skive mellom x og x+dx, og T endres der.
- Med j uavh. av x blir $\Delta T / a = dT/dx$, slik at

$$\boxed{j = -\kappa \frac{\Delta T}{a} = -\kappa \frac{dT}{dx}}$$

Fouriers lov ; κ = materialets varmeledningsevne

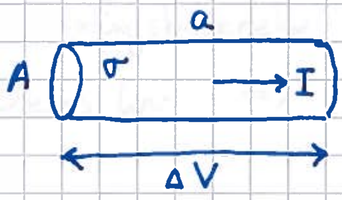
$[\kappa] = \text{W/K·m}$ (3D: $\vec{j} = -\kappa \nabla T$)

Stoff	Luft	Glava	Vann	Is	Glass	Tre	Stål
κ (W/K·m)	0.026	0.035	0.61	2.2	0.7–1.1	0.1–0.2	43

(Nysnø: 0.06–0.11. Grovkornet snø: 0.4–0.5)

Har perfekt analogi mellom Fouriers lov og Ohms lov:

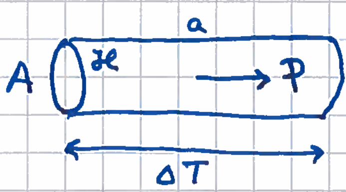
Elektrisk motstand: $j = I/A$, $j = \sigma E$ (Ohms lov), $E = \Delta V/a$



$$\Rightarrow \quad \Delta V = I \cdot R \; ; \quad R = \frac{a}{\sigma A} \; ; \quad [R] = \frac{V}{A} = \Omega$$

(σ = elektrisk ledningsevne = konduktivitet)

Varmemotstand: $j = P/A$, $j = \kappa \, \Delta T/a$



$$\Rightarrow \quad \Delta T = P \cdot R_Q \; ; \quad R_Q = \frac{a}{\kappa A} \; ; \quad [R_Q] = \frac{K}{W}$$

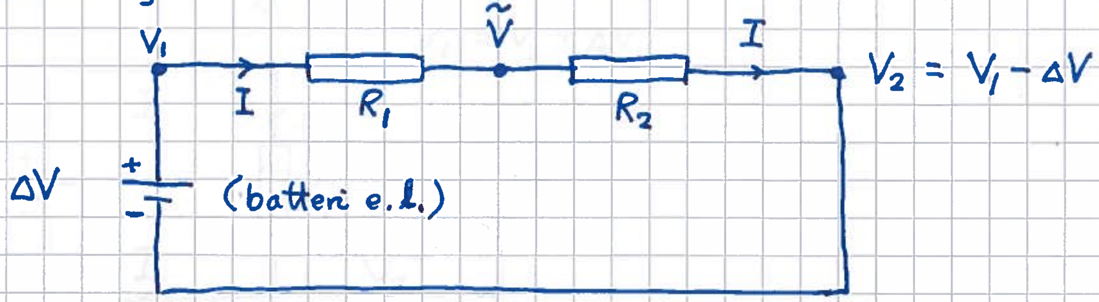
	Fouriers lov		Ohms lov	
årsak	ΔT	(K)	ΔV	(V)
strøm	P	(J/s = W)	I	(C/s = A)
motstand (resistans)	$R_Q = \frac{a}{\kappa A}$	(K/W)	$R = \frac{a}{\sigma A}$	(V/A = Ω)
konduktans	$1/R_Q = \frac{\kappa A}{a}$	(W/K)	$1/R = \frac{\sigma A}{a}$	(A/V = Ω^{-1} = S)
resistivitet	$1/\kappa$	(K·m/W)	$1/\sigma = \rho$	($\Omega^{-1} m^{-1}$ = S/m)

(V = volt, A = ampere, Ω = ohm, S = siemens)

(E = elektrisk feltstyrke, ΔV = spenning)

Vi må ha samme regler for serie- og parallellkobling av varmemotstander som av elektriske motstander.

Seriekobling:

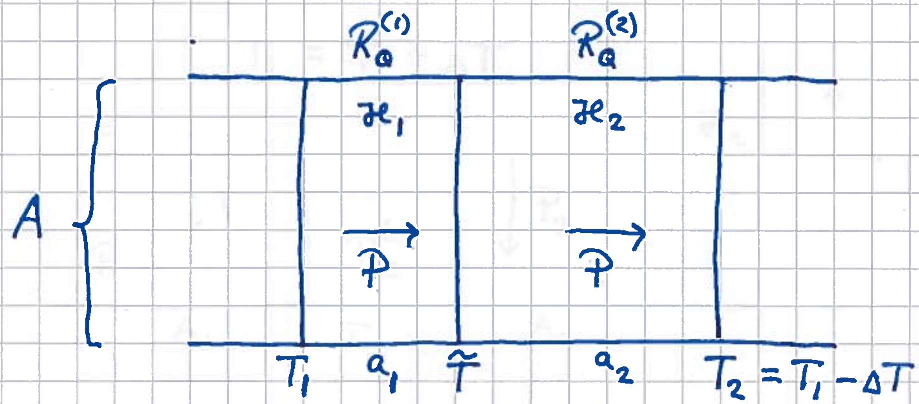


Ladningsbevarelse $\Rightarrow$ samme strøm I gjennom R_1 og R_2

Ohms lov $\Rightarrow$ $V_1 - \tilde{V} = R_1 I$

$$\tilde{V} - V_2 = R_2 I$$

$$\Rightarrow \Delta V = V_1 - V_2 = (R_1 + R_2) I \quad \Rightarrow R = R_1 + R_2$$



Energibevarelse $\Rightarrow$ samme varmestrøm P gjennom begge lag

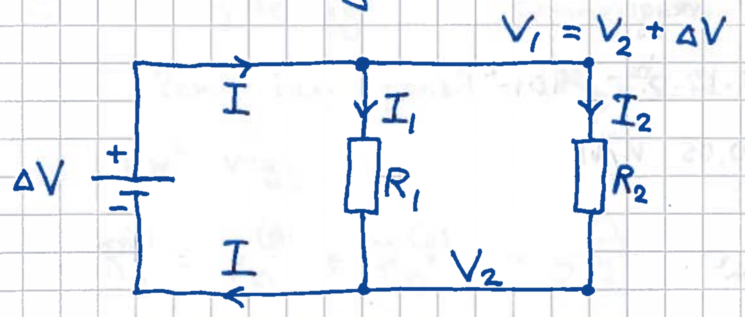
Fouriers lov $\Rightarrow$ $T_1 - \tilde{T} = R_Q^{(1)} P$

$$\tilde{T} - T_2 = R_Q^{(2)} P$$

$$\Rightarrow \Delta T = T_1 - T_2 = \left(R_Q^{(1)} + R_Q^{(2)}\right) P$$

$$\Rightarrow R_Q = R_Q^{(1)} + R_Q^{(2)}$$

Parallellkobling:

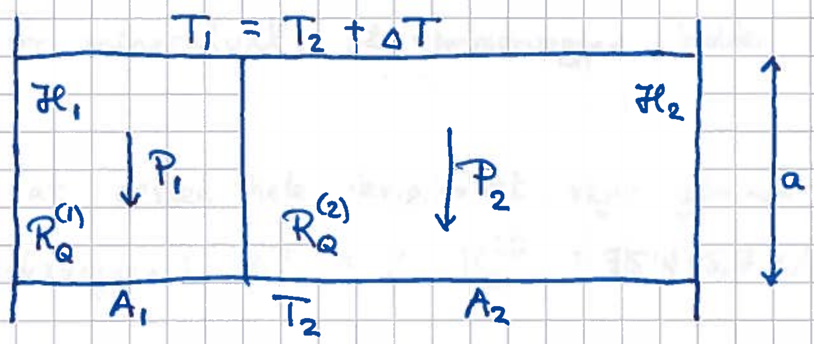


Samme spenning ΔV over R_1 og R_2 og Ohms lov

$$\Rightarrow \quad \Delta V = R_1 I_1 = R_2 I_2$$

Ladningsbevarelse $\Rightarrow \quad I = I_1 + I_2 = \dfrac{\Delta V}{R_1} + \dfrac{\Delta V}{R_2} = \dfrac{\Delta V}{R}$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad ; \quad R = \text{total motstand}$$



Samme ΔT over begge lag og Fouriers lov

$$\Rightarrow \quad \Delta T = R_Q^{(1)} P_1 = R_Q^{(2)} P_2$$

Energibevarelse $\Rightarrow P = P_1 + P_2 = \dfrac{\Delta T}{R_Q^{(1)}} + \dfrac{\Delta T}{R_Q^{(2)}} = \dfrac{\Delta T}{R_Q}$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{R_Q} = \frac{1}{R_Q^{(1)}} + \frac{1}{R_Q^{(2)}} \quad ; \quad R_Q = \text{total varmemotstand}$$

Eks: Hyttevegg 10-tommers tømmer vs reisverk og glava

Anta 2cm + 2cm panel ($\kappa_p = 0.12$ W/Km) + 20cm glava ($\kappa_g = 0.035$)

og 1 m² vegg

$$\Rightarrow R_Q^{(r)} = R_Q^{(p)} + R_Q^{(g)} = \frac{0.04}{0.12 \cdot 1}\,\frac{K}{W} + \frac{0.20}{0.035 \cdot 1}\,\frac{K}{W} \approx \left(\frac{1}{3} + 5.7\right) = 6.0\,\frac{K}{W}$$

$$24 \text{ cm tre: } R_Q^{(t)} = \frac{0.24}{0.12 \cdot 1}\,\frac{K}{W} = 2\,\frac{K}{W}$$

Effekttap pr m² vegg med $\Delta T = 30K$ (20°C inne, −10°C ute)

$$P_r = \Delta T / R_Q^{(r)} \approx \underline{5\,W} \quad ; \quad P_t = \Delta T / R_Q^{(t)} = \underline{15\,W}$$

(En fordel med tømmer vs reisverk: Større varmekapasitet for tre enn for mineralull, så tømmerveggen holder lengst på varmen.)

- Merk at nesten hele temp.fallet skjer gjennom isolasjonslaget i reisverksveggen: $\Delta T_g = P_r \cdot R_Q^{(g)} = 5\,W \cdot 5.7\,K/W \approx \underline{28.5\,K}$

- Hvorfor ikke bare luft i stedet for glava? ($\kappa_{luft} < \kappa_{glava}$!)

Får da økt varmetap pga <u>konveksjon</u> og <u>stråling</u>: