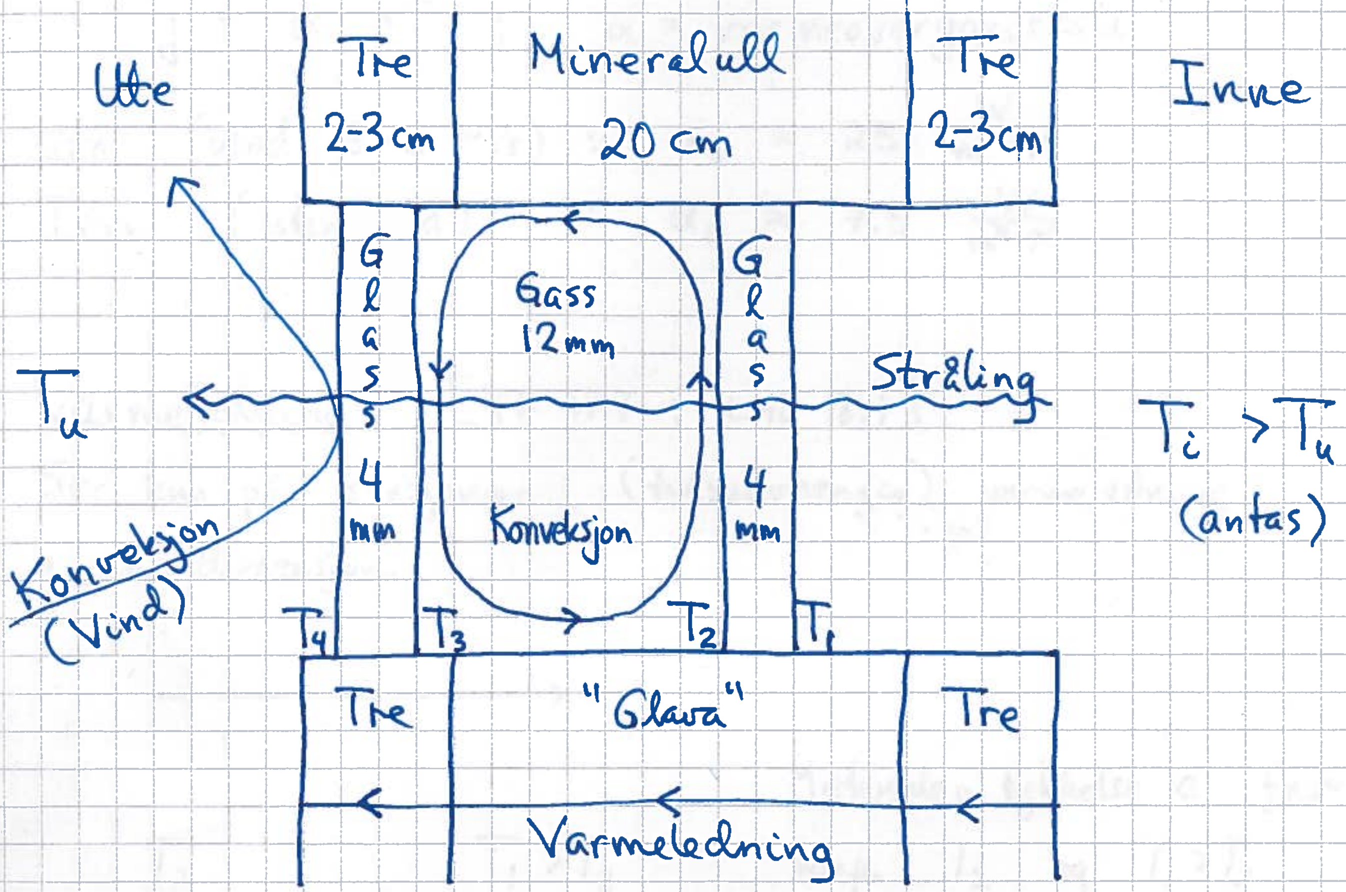
(132)

Varmetransport [YF 17; LHL 18]

Dobbeltvindu i husvegg illustrerer tre ulike mekanismer: konveksjon, varmeledning, stråling.



- Konveksjon: Strømning av fluid kan gi varmeoverføring
- Varmeledning: Forplantning av kinetisk energi på mikroskopisk nivå
- Stråling: Legeme med temp. T sender ut energi i form av elektromagnetiske bølger

---

Varmestrømtetthet = Overført varme pr tids- og flateenhet

$$[j] = W/m^2$$

Konveksjon og varmeovergangstall [YF 17.7 ; LHL 18.2]

Varmeoverføring pga strømning av fluid mellom områder med ulik temperatur. Komplisert å beskrive i detalj, men kan anta at varmestrømtettheten er prop. med ΔT:

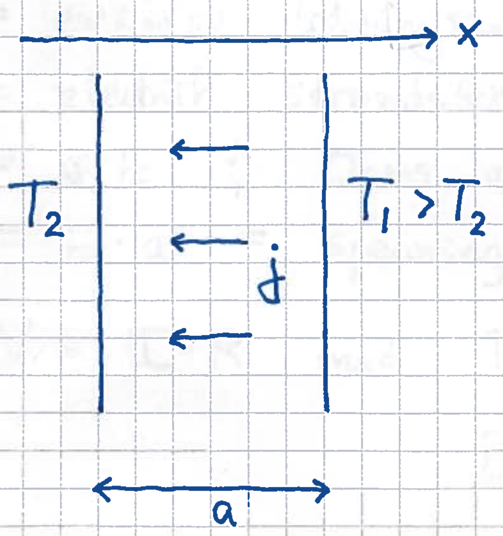
$$j = \alpha \cdot \Delta T \quad ; \quad \alpha = \text{varmeovergangstall}$$

Ute (vind 5–6 m/s) : $\alpha_u \approx 25 \ \frac{W}{m^2 \cdot K}$

Inne (uten vind) : $\alpha_i \approx 7.5 \ \frac{W}{m^2 \cdot K}$

Varmeledning [YF 17.7 ; LHL 18.1]

Ser kun på stasjonær (tidsuavhengig) varmeledning i en dimensjon.



Materiale, tykkelse a, faste temp. T_2 og $T_1 > T_2$ på hver side.

Exp. gir j prop. med $\frac{\Delta T}{a}$

Med stasjonære forhold er j uavh. av x ; i motsatt fall fås netto varmestrøm inn i eller ut av tynn skive mellom x og x + dx, slik at T(x) endres med tiden.

Med j uavh. av x : $\Delta T / a = dT/dx$

$$\Rightarrow \quad \boxed{j = -\varkappa \frac{\Delta T}{a} = -\varkappa \frac{dT}{dx}} \quad \text{Fouriers lov}$$

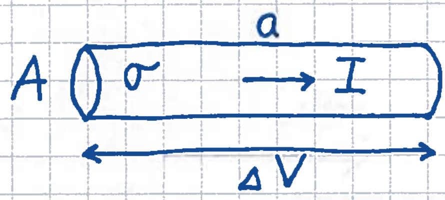
$\varkappa$ = materialets varmeledningsevne ; $[\varkappa] = \frac{W}{K \cdot m}$

Tallverdier :

	Luft	Glava	Vann	Is	Glass	Tre	Stål
$\varkappa$	0.026	0.035	0.61	2.2	0.7-1.1	0.1-0.2	43

Analogi mellom Fouriers lov og Ohms lov :

Elektrisk motstand :



σ = elektrisk ledningsevne

j = elektrisk strømtetthet (A/m^2)

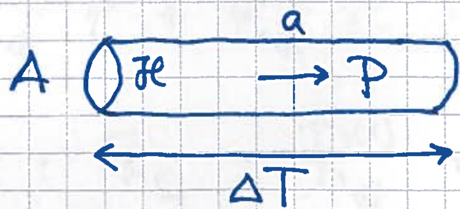
$j = \sigma E$; Ohms lov ; E = elektrisk felt (V/m)

$\Delta V = E \cdot a$ = spenning (potensialforskjell) (V)

$\Rightarrow \Delta V = I \cdot R$ med $R = \frac{a}{\sigma A}$ = elektrisk motstand

$[R] = V/A = \Omega$ (ohm)

Varmemotstand :



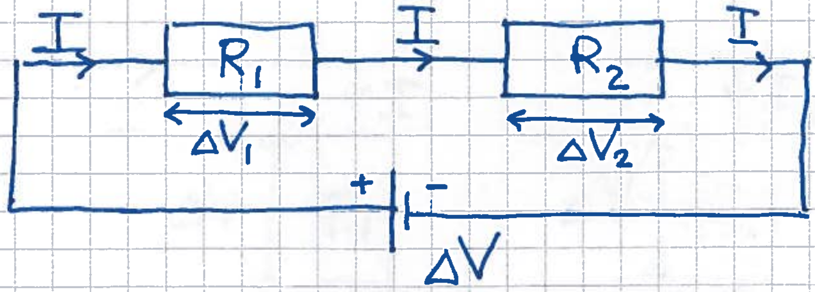
$\varkappa$ = varmeledningsevne

$j = P/A$ = varmestrømtetthet (W/m^2)

$j = \varkappa \Delta T / a$; Fouriers lov

$\Rightarrow \Delta T = P \cdot R_Q$ med $R_Q = \frac{a}{\varkappa A}$ = varmemotstand ; $[R_Q] = \frac{K}{W}$

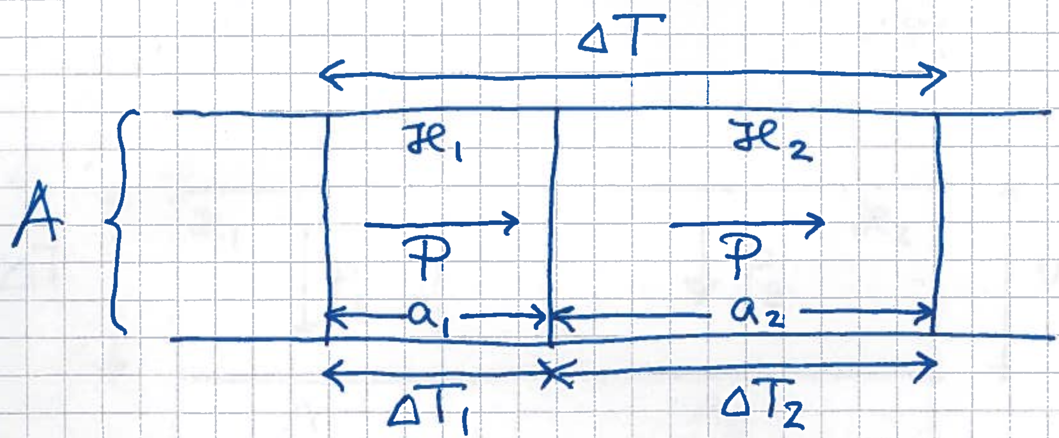
Seriekobling av motstander:



Ladningsbevarelse $\Rightarrow$ Lik elektrisk strøm I gjennom R_1 og R_2

$$\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2 = R_1 I + R_2 I = R I$$

$\Rightarrow$ Total motstand: $\quad R = R_1 + R_2$

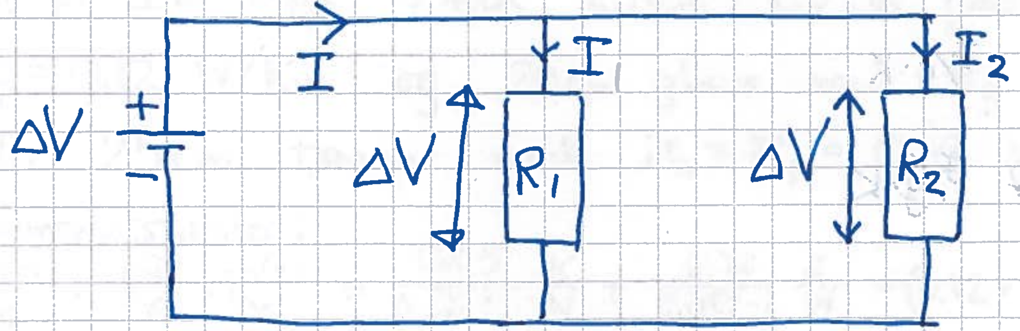


Energibevarelse $\Rightarrow$ Lik varmestrøm (effekt) P gjennom begge lag

$$\Delta T = \Delta T_1 + \Delta T_2 = R_Q^{(1)} P + R_Q^{(2)} P = R_Q P$$

$\Rightarrow$ Total varmemotstand: $\quad R_Q = R_Q^{(1)} + R_Q^{(2)}$

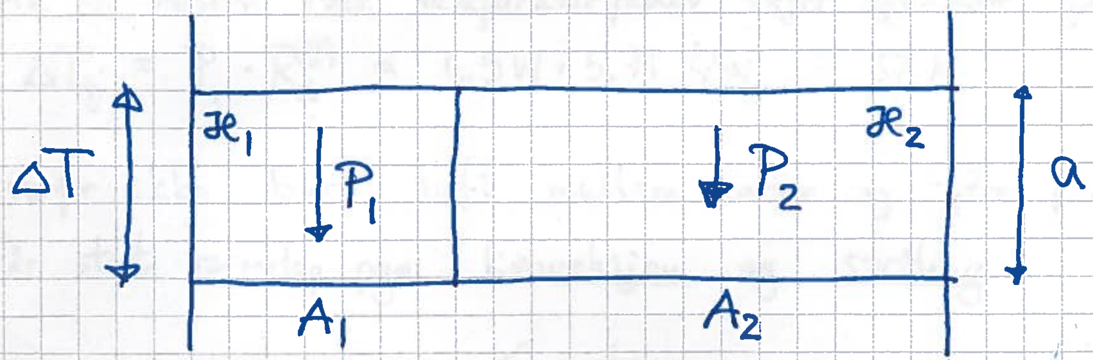
Parallellkobling av motstander:



Lik spenning ΔV over R_1 og R_2

Ladningsbevarelse $\Rightarrow I = I_1 + I_2 = \frac{\Delta V}{R_1} + \frac{\Delta V}{R_2} = \frac{\Delta V}{R}$

$\Rightarrow$ Total motstand R gitt ved: $1/R = 1/R_1 + 1/R_2$



Lik temperaturforskjell over begge lag

Energibevarelse $\Rightarrow P = P_1 + P_2 = \frac{\Delta T}{R_Q^{(1)}} + \frac{\Delta T}{R_Q^{(2)}} = \frac{\Delta T}{R_Q}$

$\Rightarrow$ Total varmemotstand R_Q gitt ved:

$$\frac{1}{R_Q} = \frac{1}{R_Q^{(1)}} + \frac{1}{R_Q^{(2)}}$$

Eks: Tømmervegg eller reisverk og glava?

Ser på $1\,m^2$ vegg. Anta 2.5cm + 2.5cm panel med $\kappa_p = 0.12$ W/Km og 20cm glava med $\kappa_g = 0.035$ W/Km; eller 25cm tømmer med $\kappa_t = \kappa_p = 0.12$ W/Km.

Varmemotstander:

$$R_Q^{(r)} = R_Q^{(p)} + R_Q^{(g)} = \frac{0.05}{0.12 \cdot 1}\,\frac{K}{W} + \frac{0.20}{0.035 \cdot 1}\,\frac{K}{W} = (0.42 + 5.71)\frac{K}{W} = \underline{6.13\,\frac{K}{W}}$$

$$R_Q^{(t)} = \frac{0.25}{0.12 \cdot 1}\,\frac{K}{W} = \underline{2.08\ K/W}$$

Effekttap pr m^2 vegg med $\Delta T = 40K$:

$$P_r = \Delta T / R_Q^{(r)} = \underline{6.5\,W} \quad ; \quad P_t = \Delta T / R_Q^{(t)} = \underline{19.2\,W}$$

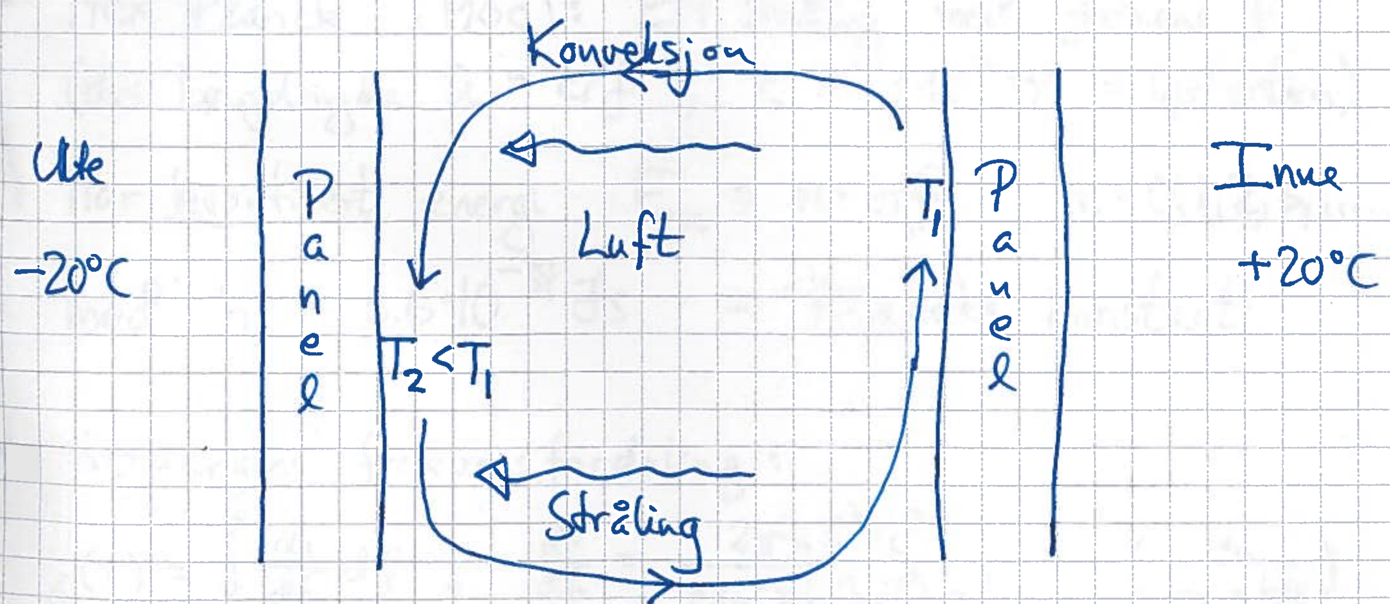
Tre har større varmekapasitet enn mineralull; tar dermed lenger tid å varme opp, men holder lenger på varmen.

Merk at nesten hele temperaturfallet skjer gjennom glavalaget:

$$\Delta T_g = P_r \cdot R_Q^{(g)} = 6.5\,W \cdot 5.71\,K/W \simeq \underline{37\,K}.$$

Hvorfor ikke bare luft mellom indre og ytre panel?

Får stort varmetap pga <u>konveksjon</u> og <u>stråling</u>:



Stråling [YF 17.7 ; LHL 18.4]

- Et legeme med temp. T har ladninger i akselerert bevegelse, som i følge Maxwells ligninger sender ut elektromagnetiske bølger, dvs E.M. stråling.

- EM stråling som treffer et legeme, vil absorberes, reflekteres eller transmitteres, med andeler hhv a, r og t

$$\Rightarrow \quad a + r + t = 1$$

- Et svart legeme er en idealisering med $a = 1$, dvs all innkommende stråling absorberes.

- Et legeme i termisk likevekt ved temp. T må absorbere og emittere like mye strålingsenergi (for alle bølgelengder).

Dermed, for et svart legeme : $a = e = 1$.

- Max Planck (1900): EM stråling med frekvens f (dvs bølgelengde $\lambda = c/f$; $c \approx 3 \cdot 10^8$ m/s = lysfarten) har kvantisert energi $E_n = n \cdot hf$; $n = 0, 1, 2, 3, \ldots$ med $h \approx 6.6 \cdot 10^{-34}$ Js = Plancks konstant.

- Strålingens frekvensfordeling :

$$j(T) = \int_0^\infty \frac{dj}{df}\, df \quad ; \quad \frac{dj}{df} = \frac{2\pi h f^3/c^2}{\exp(hf/k_B T) - 1} \quad \left(\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{Hz}}\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{j(T) = \sigma T^4} \quad \text{med} \quad \sigma = \frac{2\pi^5 k_B^4}{15 h^3 c^2} \approx 5.67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}^4}$$

Stefan-Boltzmanns lov (for svart legeme)

For reelle legemer med emissivitet $e < 1$:

$$j(T) = e \cdot \sigma T^4$$

Eks: Asfalt, Murstein $e = 0.93$
Polert rustfritt stål $e = 0.075$

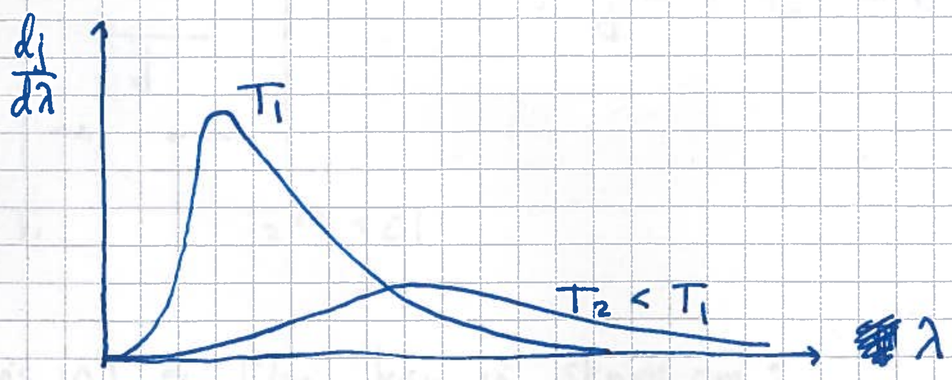
- Bølgelengdefordelingen:

$$f = \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \frac{df}{d\lambda} = -\frac{c}{\lambda^2} \Rightarrow df = -\frac{c}{\lambda^2}\, d\lambda$$

$$\Rightarrow j(T) = \int_{\infty}^{0} \frac{2\pi h (c/\lambda)^3/c^2}{\exp(hc/\lambda k_B T) - 1} \cdot \left(-\frac{c}{\lambda^2}\right) d\lambda = \int_0^{\infty} \frac{dj}{d\lambda}\, d\lambda$$

$$\Rightarrow \quad dj/d\lambda = \frac{2\pi h c^2/\lambda^5}{\exp(hc/\lambda k_B T) - 1} \qquad \left(\frac{W/m^2}{m}\right)$$

- Wiens forskyvningslov: $\frac{d}{d\lambda}\left(\frac{dj}{d\lambda}\right) = 0$ gir maxverdi for $dj/d\lambda$ når $\lambda \cdot T = 2.90 \cdot 10^{-3}$ K·m



[Tilsv. gir $\frac{d}{df}(dj/df) = 0$ at $\frac{dj}{df}$ er max. for $\frac{f}{T} = 5.88 \cdot 10^{10}\ \frac{Hz}{K}$]

Eks: • Mørk skyfri himmel har $T \approx 250$ K og max $dj/d\lambda$ ved $\lambda \approx 12\ \mu m$. Gir netto varmetap fra veibanen og isdannelse selv med $T > 0°C$ i lufta.

• Solas overflate har $T \approx 6 \cdot 10^3$ K og max $dj/d\lambda$ ved 480 nm (blå-grønt lys).

U-verdier i byggebransjen

$U \overset{\text{def}}{=}$ varmetap pr m^2 og pr grad temp. forskjell mellom ute og inne

dvs $\quad j = U \cdot (T_i - T_u) \quad ; \quad [U] = \dfrac{W}{m^2 \cdot K}$

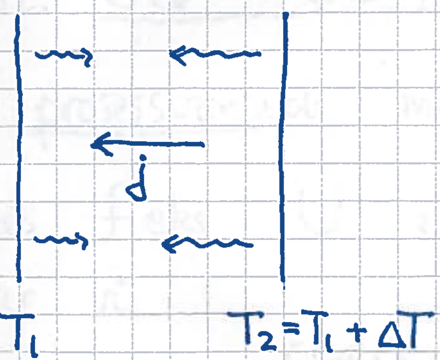
Tek 10 (byggeforskrifter):

Yttervegg: $U < 0.18$; Tak: $U < 0.13$; Gulv: $U < 0.15$; Vindu: $U < 1.2$

Eks 1: Reisverksveggen s 137, $j = 6.5\ W/m^2$ når $\Delta T = 40K$

$\Rightarrow U = 6.5/40 = \underline{0.16\ W/m^2 \cdot K}$

Eks 2: Stråling mellom to plane flater



$$j = \sigma T_2^4 - \sigma T_1^4$$

Hvis ΔT er liten, kan vi skrive om:

$$T_2^4 - T_1^4 = (T_2^2 + T_1^2)(T_2 + T_1)(T_2 - T_1) \approx 4T^3 \Delta T$$

der $T_1 \approx T_2 \approx T$

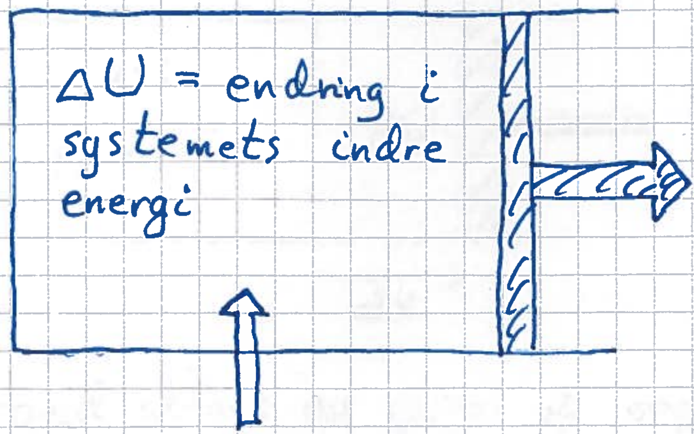
Dermed: $j = 4\sigma T^3 \Delta T$, slik at med f.eks $T = 300K$ er

$$U = 4\sigma T^3 \approx \underline{6.1 \ \frac{W}{m^2 K}}$$

(så "smarte" 3-lags vinduer nødvendig mht Tek 10....!)

Termodynamikkens 1. lov [YF 19,20 ; LHL 15,13]

Fastslår at varme er en form for energi og uttrykker energibevaring:



ΔW = arbeid utført av systemet på omgivelsene

ΔQ = varme tilført systemet

$$\Longrightarrow \quad \boxed{\Delta Q = \Delta U + \Delta W}$$

Evt. $dQ = dU + dW$, men merk at Q og W er prosessvariable mens U er en tilstandsfunksjon.

Hvis f.eks U er en funksjon av T og V, har vi

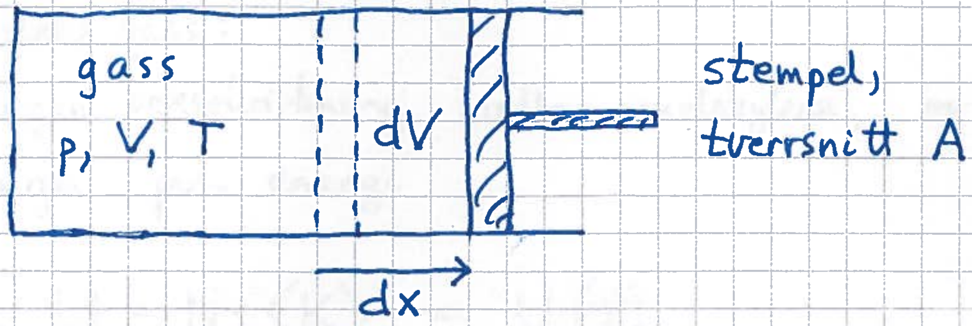
$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T dV$$

Men Q og W er ikke funksjoner, så

$\dfrac{\partial Q}{\partial T}$, $\dfrac{\partial W}{\partial V}$ osv gir ikke mening.

Arbeid [YF 19.2 ; LHL 13.5]

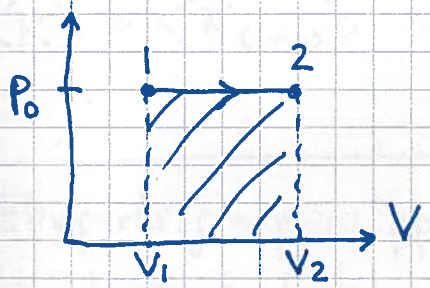
Gass som utvider seg mot ytre trykk p :



Arbeid utført av gassen på omgivelsene :

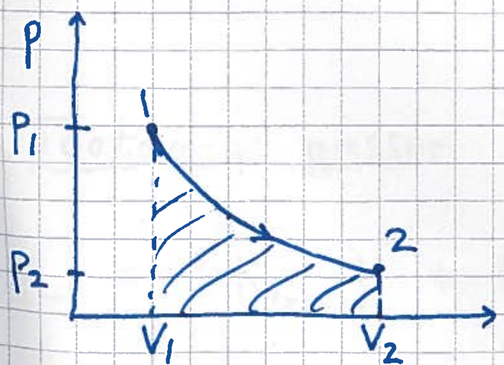
$$\underline{dW} = F \cdot dx = p \cdot A \cdot dV/A = \underline{p \cdot dV}$$

Eks 1 : Isobar prosess



$$W = \int_1^2 dW = p_0 \int_{V_1}^{V_2} dV = \underline{\underline{p_0 (V_2 - V_1)}}$$

Eks 2 : Isoterm prosess, med ideell gass

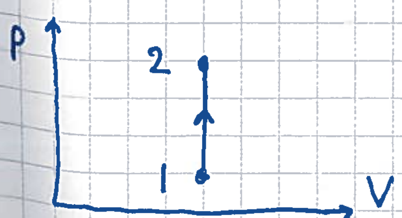


$$p(V) = Nk_BT/V$$

$$\Rightarrow W = Nk_BT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V}$$

$$= \underline{\underline{Nk_BT \ln (V_2/V_1)}}$$

Eks 3 : Isokor prosess



$$\underline{\underline{W = 0}}$$

Generelt :

W = areal under kurven $p(V)$

Utvidelse : $W > 0$

Kompresjon : $W < 0$

Indre energi [YF 19.4, 19.6 ; LHL 13.6]

U = sum av partiklenes kinetiske og potensielle energi

Ideell gass:
Ingen vekselvirkning mellom molekylene, og dermed ingen pot. energi

$$\Rightarrow \quad U = N \cdot \langle K \rangle = U(T)$$

$\langle K \rangle$ = midlere kin. energi pr molekyl, kun avh. av T

Atomære gasser (edelgassene He, Ne, Ar, Xe, Kr):

$$\langle K \rangle = \langle K_{trans} \rangle = \frac{3}{2} k_B T \quad \Rightarrow \quad \underline{U = \frac{3}{2} N k_B T}$$

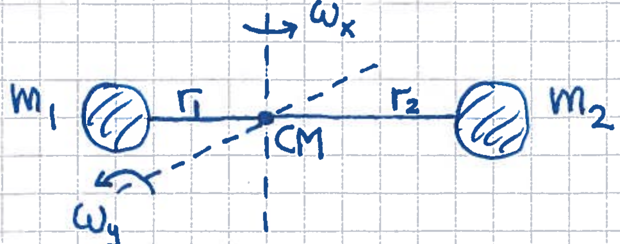
> **Ekvipartisjonsprinsippet:**
> Hvert kvadratiske ledd i energifunksjonen bidrar med $\frac{1}{2} k_B T$ til indre energi pr partikkel.

Toatomige gasser [YF 18.4 ; LHL 14.2]

$$U = \langle K_{trans} \rangle + \langle K_{rot} \rangle + \langle K_{vib} \rangle + \langle E^{pot}_{vib} \rangle$$

$$\langle K_{trans} \rangle = N \cdot \frac{1}{2} m \langle v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 \rangle = \frac{3}{2} N k_B T$$

Rotasjon:

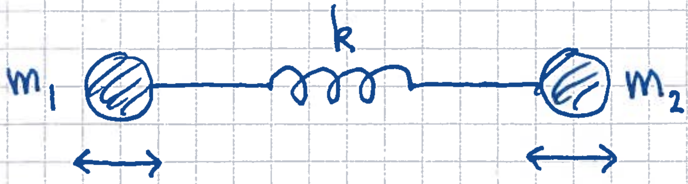


$$I_x = I_y = I_0 = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2$$

$$I_z \approx 0$$

$$\Rightarrow \quad \langle K_{rot} \rangle = N \cdot \tfrac{1}{2} I_0 \langle \omega_x^2 + \omega_y^2 \rangle = N \cdot 2 \cdot \tfrac{1}{2} k_B T = N k_B T$$

Vibrasjon:

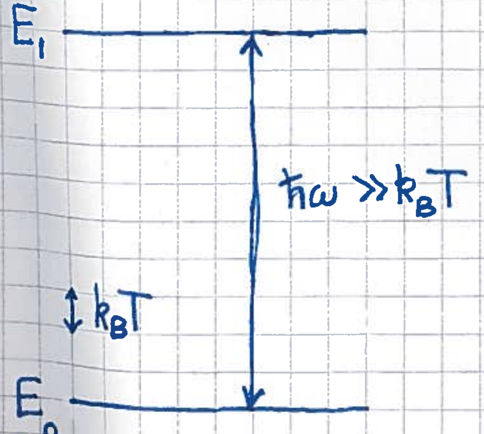


Tilnærmet harmonisk oscillator:

$$K_{vib} = \tfrac{1}{2} m \dot{x}^2 \; ; \; E_{vib}^{pot} = \tfrac{1}{2} k x^2$$

$\Rightarrow$ <u>Forventer</u> $\langle K_{vib} \rangle + \langle E_{vib}^{pot} \rangle = k_B T$ pr molekyl.

<u>Men</u>: Kvantemekanikk viser at vibrasjonsenergien er kvantisert, $E_n = (n + \tfrac{1}{2}) \hbar\omega$, med $n = 0, 1, 2, 3, \ldots$ og $\hbar = h/2\pi \approx 1.05 \cdot 10^{-34}$ Js, og med avstand $\hbar\omega$ mellom energinivåene som er mye større enn tilgjengelig termisk energi $k_B T$ ved normale temperaturer:



Praktisk talt alle molekylene har vibrasjonsenergi $E_0 = \tfrac{1}{2}\hbar\omega$, <u>uavhengig av temperaturen</u>.

Dermed, for toatomig gass: $\quad \underline{U = \tfrac{5}{2} N k_B T + N E_0}$