

TFY4106 Fysikk. Institutt for fysikk, NTNU.
Øving 8.

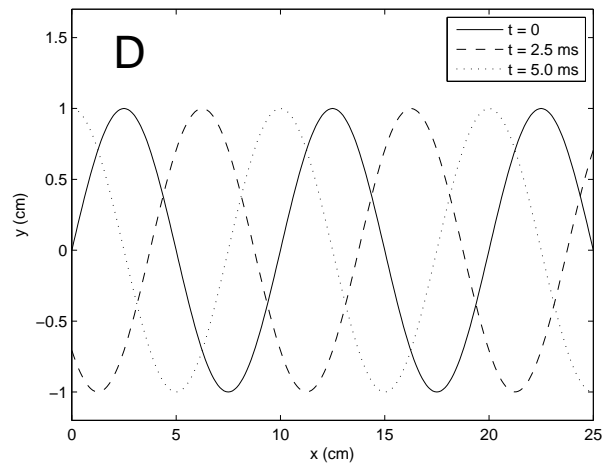
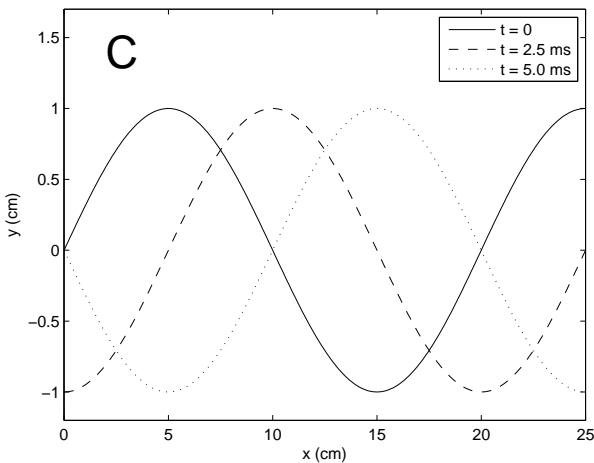
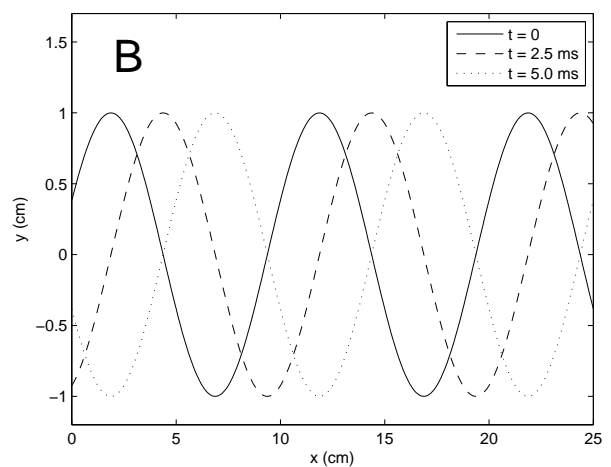
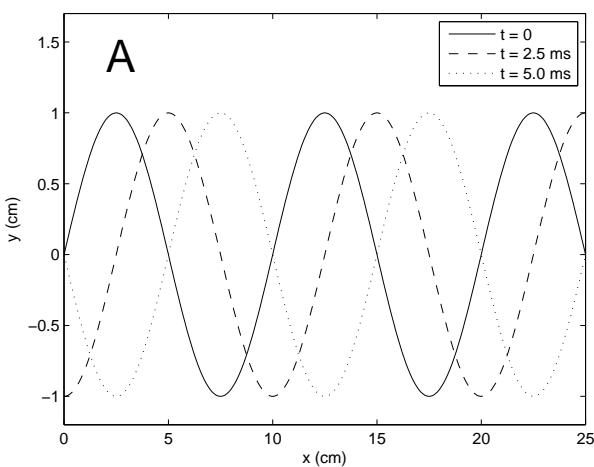
Oppgave 1

En bølge forplanter seg på en streng utstrakt horisontalt (i x -retning). Strengen har kun vertikale utsving (i y -retning). Vi antar at strengen er uendelig lang og at utsvinget til strengen (overalt og til alle tider) er beskrevet ved:

$$y = A \sin(kx - \omega t)$$

der $A = 1.0 \text{ cm}$, $k = 2\pi/10 \text{ cm}^{-1}$ og $\omega = 200\pi \text{ s}^{-1}$.

a) Hvilken figur viser utsvinget y som funksjon av x for $0 \leq x \leq 25 \text{ cm}$, for $t = 0$, $t = 2.5$ og $t = 5.0 \text{ ms}$?



b) I hvilken retning forplanter bølgen seg?

- A) I positiv x -retning. B) I negativ x -retning. C) I positiv y -retning. D) I negativ y -retning.

c) For hvilke tider t vil utslaget y (for alle verdier av x) være det samme som for $t = 0$?

- A) $t = 2.5n \text{ ms}$ B) $t = 5.0n \text{ ms}$ C) $t = 7.5n \text{ ms}$ D) $t = 10n \text{ ms}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)

d) Hva er perioden T for denne bølgen?

- A) $T = 2.5$ ms B) $T = 5.0$ ms C) $T = 7.5$ ms D) $T = 10$ ms

e) Hva er bølgelengden λ for denne bølgen?

- A) $\lambda = 1$ cm B) $\lambda = 2$ cm C) $\lambda = 10$ cm D) $\lambda = 25$ cm

f) Hva er bølgehastigheten v ? (Kalles også fasehastigheten.)

- A) $v = 5$ cm/s B) $v = 10$ cm/s C) $v = 5$ m/s D) $v = 10$ m/s

g) Hva er maksimal hastighet v_p^{\max} til et strengement? (Hastigheten v_p kalles ofte partikkelhastighet.)

- A) 2.2 cm/s B) 6.3 cm/s C) 2.2 m/s D) 6.3 m/s

h) Hva er maksimal akselerasjon a^{\max} til et strengement?

- A) 3.9 km/s² B) 3.9 m/s² C) 3.9 cm/s² D) 3.9 mm/s²

i) Dersom $y = A \cos(kx - \omega t + \phi)$ skal beskrive *eksakt* den samme bølgen som $y = A \sin(kx - \omega t)$, hvilken verdi må ϕ ha?

- A) $\phi = \pi$ B) $\phi = -\pi$ C) $\phi = \pi/2$ D) $\phi = -\pi/2$

Oppgave 2

a) Summen $y_3 = y_1 + y_2$ av to harmoniske bølger med samme amplitude, frekvens og bølgelengde beskrevet ved $y_1 = A \cos(kx - \omega t + \phi_1)$ og $y_2 = A \cos(kx - \omega t + \phi_2)$ er også en harmonisk bølge beskrevet ved $y_3 = A_3 \cos(kx - \omega t + \phi_3)$. Hva er A_3 og ϕ_3 uttrykt ved A , ϕ_1 og ϕ_2 ? (Hint: $\cos u + \cos v = 2 \cos \frac{u+v}{2} \cos \frac{u-v}{2}$)

- A) $A_3 = 2A \cos \frac{\phi_1 + \phi_2}{2}$, $\phi_3 = \frac{\phi_1 - \phi_2}{2}$ B) $A_3 = 2A \cos \frac{\phi_1 - \phi_2}{2}$, $\phi_3 = \frac{\phi_1 + \phi_2}{2}$

- C) $A_3 = A \cos \frac{\phi_1 + \phi_2}{2}$, $\phi_3 = \frac{\phi_1 - \phi_2}{2}$ D) $A_3 = A \cos \frac{\phi_1 - \phi_2}{2}$, $\phi_3 = \frac{\phi_1 + \phi_2}{2}$

b) Vi lar nå faseforskjellen mellom de to bølgene y_1 og y_2 , dvs $\Delta\phi \equiv \phi_1 - \phi_2$, variere. Hvilke verdier av $\Delta\phi$ gir henholdsvis maksimalverdi og minimalverdi for $|A_3|$?

- A) $|A_3|^{\max}$ for $\Delta\phi = n\pi/2$, $|A_3|^{\min}$ for $\Delta\phi = (2n + 1)\pi$
B) $|A_3|^{\max}$ for $\Delta\phi = 2\pi n$, $|A_3|^{\min}$ for $\Delta\phi = (2n + 1)\pi$
C) $|A_3|^{\max}$ for $\Delta\phi = n\pi/2$, $|A_3|^{\min}$ for $\Delta\phi = (n/3 + 1)\pi$
D) $|A_3|^{\max}$ for $\Delta\phi = 2\pi n$, $|A_3|^{\min}$ for $\Delta\phi = (n/3 + 1)\pi$
($n = 0, 1, 2, \dots$)

c) Hva blir $|A_3|^{\max}$ og $|A_3|^{\min}$?

- A) $|A_3|^{\max} = 2A$, $|A_3|^{\min} = 0$ B) $|A_3|^{\max} = 2A$, $|A_3|^{\min} = A/2$
C) $|A_3|^{\max} = A$, $|A_3|^{\min} = 0$ D) $|A_3|^{\max} = A$, $|A_3|^{\min} = A/4$

Oppgave 3

Den venstre enden av en (lang) streng strukket i x -retning tvinges til å vibrere normalt på strengens utstrekning (dvs såkalt transversalt) med et utsving gitt ved

$$y = A \cos \omega t$$

der $A = 0.10$ m og $\omega = 2\pi f$ med $f = 1.0$ Hz. Strekket i strengen er $S = 8.5$ N, og masse pr lengdeenhet er $\mu = 28$ g/m. Anta at svingningen gitt ovenfor resulterer i at en rent harmonisk transversal bølge forplanter seg i positiv x -retning på strengen. Velg $x = 0$ ved strengens venstre ende, og anta at strengen er så lang at du ikke får noen reflektert bølge mens du gjør eksperimentet.)

a) Hva er bølgehastigheten v på strengen?

- A) 17 m/s B) 49 cm/s C) 6 cm/s D) 5.8 m/s

b) Hva er bølgelengden til bølgen som forplanter seg langs strengen?

- A) 17 m B) 49 cm C) 6 cm D) 5.8 m

c) Hva blir bølgehastigheten dersom strengens venstre ende svinger tre ganger så fort (dvs med $f = 3.0$ Hz)?

- A) 17 m/s B) 49 cm/s C) 6 cm/s D) 5.8 m/s

d) Hva blir bølgelengden dersom strengens venstre ende svinger tre ganger så fort?

- A) 17 m B) 49 cm C) 6 cm D) 5.8 m

e) Med frekvensen 1.0 Hz, hva blir utsvinget y til et punkt på strengen som ligger i posisjonen $x = 1.0$ m? (Målt i meter, som funksjon av tiden t , målt i sekunder.)

- A) $y(1.0, t) = 0.10 \cos(0.37 + 6.28t)$ B) $y(1.0, t) = 0.10 \cos(0.37 - 6.28t)$
C) $y(1.0, t) = 0.10 \cos(0.37 + 1.57t)$ D) $y(1.0, t) = 0.10 \cos(0.37 - 1.57t)$

f) Med frekvensen 1.0 Hz, hva blir utsvinget y til et punkt på strengen som ligger i posisjonen $x = 5.0$ m? (Målt i meter, som funksjon av tiden t , målt i sekunder.)

- A) $y(5.0, t) = 0.10 \cos(1.85 + 6.28t)$ B) $y(5.0, t) = 0.10 \cos(1.85 - 6.28t)$
C) $y(5.0, t) = 0.10 \cos(1.85 + 1.57t)$ D) $y(5.0, t) = 0.10 \cos(1.85 - 1.57t)$

g) Hvor stor er faseforskjellen mellom utsvinget i disse to posisjonene (dvs 1.0 og 5.0 m fra svingekilden)?

- A) 12° B) 49° C) 83° D) 117°

Oppgave 4

En gaussformet bølgepuls

$$\xi(x, t) = \xi_0 \exp \left[-\frac{(x - vt)^2}{a^2} \right]$$

vandrer med hastighet v langs en (uendelig lang) streng med massetetthet μ [kg/m] og strekk-kraft S [N]. Størrelsen $\xi(x, t)$ representerer det transversale utsvinget (i forhold til likevekt) ved tidspunkt t for den biten av strengen som befinner seg i posisjon x . Bølgens maksimale utsving ξ_0 er lite (dvs: i forhold til bølgens utstrekning, som er av størrelsesorden a).

a) Hvorfor kan vi være sikre på at $\xi(x, t)$ virkelig *er* en mulig bølgepuls langs en slik streng?

- A) $\xi(x, t)$ er to ganger deriverbar og har riktig avhengighet av x og t .
- B) $\xi(x, t)$ har endelig utstrekning i rommet.
- C) $\xi(x, t)$ er symmetrisk.
- D) $\xi(x, t)$ avtar tilstrekkelig raskt mot null for store verdier av x og t .

b) I hvilken retning propagerer bølgen?

- A) I positiv x -retning.
- B) I negativ x -retning.
- C) I positiv y -retning.
- D) I negativ y -retning.

c) Hva er bølgepulsens hastighet v ?

- A) $v = a \cdot t$
- B) $v = \sqrt{S/\mu}$
- C) $v = \xi_0/t$
- D) $v = a/t$

d) Hva blir (den totale) energien E assosiert med bølgepulsens?

- A) $E = \pi\mu v^2 \xi_0^2 / \sqrt{2a}$
- B) $E = \mu v^2 a / 2$
- C) $E = \sqrt{\pi} \mu v^2 \xi_0^2 / \sqrt{2a}$
- D) $E = 42$

Tips til d): Ta utgangspunkt i at bølgens energi pr lengdeenhet er

$$\varepsilon(x, t) = \mu v^2 \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right)^2$$

som utledet i forelesningene. Dermed er $\varepsilon(x, t) dx$ bølgens energiinnhold mellom x og $x + dx$. Det oppgis her følgende integral:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \beta^2 e^{-\beta^2} d\beta = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$