

**Oppgave 1**

CO<sub>2</sub>-molekylet er lineært, O = C = O, med CO bindingslengde (ca) 1.16 Å. (1 Å = 10<sup>-10</sup> m.) Praktisk talt hele massen til hvert atom er samlet i den bittelille kjernen, så fordelingen av masse i molekylet kan beskrives med tre punktmasser, der  $m = 12.01u$  for karbon og  $M = 16.00u$  for oksygen. ( $1u = 1.66 \cdot 10^{-27}$  kg.) Vi legger molekylet på  $z$ -aksen, med karbonatomet i origo. Hva er da molekylets treghetsmoment  $I_z$  (dvs med hensyn på  $z$ -aksen)?

- A Null
- B  $16.2u\text{Å}^2$
- C  $21.5u\text{Å}^2$
- D  $43.1u\text{Å}^2$
- E  $59.2u\text{Å}^2$

**Oppgave 2**

Med plassering som i forrige oppgave, hva er  $I_x$ , dvs CO<sub>2</sub>-molekylets treghetsmoment mhp  $x$ -aksen? (Og av symmetrigrunner er selvsagt  $I_y = I_x$ .)

- A Null
- B  $16.2u\text{Å}^2$
- C  $21.5u\text{Å}^2$
- D  $43.1u\text{Å}^2$
- E  $59.2u\text{Å}^2$

**Oppgave 3**

Ozonmolekylet, O<sub>3</sub>, er ikke lineært. (Og heller ikke med form som en likesidet trekant.) Bindingsvinkelen O-O-O er ca 116.8 grader, og bindingslengden O-O er ca 1.28 Å. Med det sentrale oksygenatomet og molekylets massesenter (CM) plassert på  $x$ -aksen, hva er molekylets treghetsmoment  $I_x$ , dvs med hensyn på  $x$ -aksen?

- A Null
- B  $26.2u\text{Å}^2$
- C  $38.0u\text{Å}^2$
- D  $52.4u\text{Å}^2$
- E  $78.6u\text{Å}^2$

#### Oppgave 4

Hva er treghetsmomentet til ei kvadratisk plate med masse  $M$  (uniformt fordelt - underforstått med mindre noe annet er opplyst) og sidekanter  $L$ , med hensyn på en akse gjennom CM, normalt på plata? (Tips:  $\rho^2 = x^2 + y^2$ ,  $dm = M dx dy / L^2$ .)

- A  $ML^2/12$
- B  $ML^2/8$
- C  $ML^2/6$
- D  $ML^2/4$
- E  $ML^2/3$

#### Oppgave 5

Hva er treghetsmomentet til ei kvadratisk plate med masse  $M$  og sidekanter  $L$ , mhp en akse gjennom CM, i platas plan, normalt på to av platas sidekanter? (Tips:  $\rho^2 = y^2$ ,  $dm = M dy / L$ .)

- A  $ML^2/12$
- B  $ML^2/8$
- C  $ML^2/6$
- D  $ML^2/4$
- E  $ML^2/3$

#### Oppgave 6

Hva er treghetsmomentet til ei kvadratisk plate med masse  $M$  og sidekanter  $L$ , mhp en akse gjennom CM, i platas plan, langs platas diagonal? (Tips: Legg diagonalen langs  $x$ -aksen, i  $xy$ -planet. Tegn figur! Regn først ut  $I_x$  for den fjerdedelen som ligger i kvadranten der  $x > 0$  og  $y > 0$ . Del denne inn i tynne striper med høyde  $L/\sqrt{2} - y$ , bredde  $dy$ , avstand  $\rho = y$  til  $x$ -aksen, og dermed masse  $dm = M dy(L/\sqrt{2} - y)/L^2$ .)

- A  $ML^2/12$
- B  $ML^2/8$
- C  $ML^2/6$
- D  $ML^2/4$
- E  $ML^2/3$

#### Oppgave 7

Snooker spilles på en bordflate med lengde 3569 mm og bredde 1778 mm. Det er hull – der kulene skal senkes – i de fire hjørnene og midt på hver langside. Snookerkuler har diameter 52.5 mm. De er kompakte, med uniform massefordeling, og dermed et treghetsmoment  $2MR^2/5$  mhp akser gjennom CM. Kulenes masse er ca 130 g. (Offisielle regler foreskriver ikke en bestemt masse.) Etter et forsiktig støt ruller den svarte kula uten å gli (slure) mot et av hjørnehullene med hastighet 50 cm/s. Hva er kulas kinetiske energi?

- A 7.0 mJ
- B 16 mJ
- C 23 mJ
- D 29 mJ
- E 46 mJ

### Oppgave 8

Hva er spinnet til den svarte kula i forrige spørsmål (dvs den indre dreieimpulsen  $L_s$  knyttet til rotasjonsbevegelsen om CM)?

- A 0.34 mJs
- B 0.68 mJs
- C 1.02 mJs
- D 1.36 mJs
- E 1.70 mJs

### Oppgave 9

Den svarte kula i de to foregående oppgavene ruller langs snookerbordets diagonal. Hva er kulas banedreieimpuls  $L_b$  relativt et av hullene midt på bordets langside? (Banedreieimpulsen er den delen av den totale dreieimpulsen som er knyttet til massesenterets translasjonsbevegelse.)

- A 13 mJs
- B 26 mJs
- C 39 mJs
- D 52 mJs
- E 65 mJs

### Oppgave 10

Hvilket intervall dekker omtrent fordelingen av stående voksne menneskers treghetsmoment om den vertikale symmetriaksen?

- A 0.05 - 0.4 kg m<sup>2</sup>
- B 0.5 - 4.0 kg m<sup>2</sup>
- C 5 - 40 kg m<sup>2</sup>
- D 50 - 400 kg m<sup>2</sup>
- E 500 - 4000 kg m<sup>2</sup>

### Oppgave 11

Omtrent hvor stor er en personbils kinetiske energi  $K_{\text{rot}}$  knyttet til de fire hjulenes rotasjonsbevegelse, sammenlignet med hele bilens kinetiske translasjonsenergi  $K_{\text{trans}}$ ? Anta at bilens totale masse er 1 tonn, og at hvert hjul har masse 15 kg. Anta som en forenkling at hjulene kan betraktes som kompakte skiver, slik at det relevante treghetsmomentet er  $mr^2/2$ .

- A  $K_{\text{rot}}/K_{\text{trans}}$  er ca 1/1000
- B  $K_{\text{rot}}/K_{\text{trans}}$  er ca 1/100
- C  $K_{\text{rot}}/K_{\text{trans}}$  er ca 3/100
- D  $K_{\text{rot}}/K_{\text{trans}}$  er ca 6/100
- E  $K_{\text{rot}}/K_{\text{trans}}$  er ca 9/100

### Oppgave 12

Et sykkelhjul med masse 5.0 kg jevnt fordelt rundt felgen i avstand 30 cm fra sentrum settes i rotasjon ved at en konstant kraft på 45 N får virke på hjulet i et halvt sekund. Kraften angriper i og har retning tangentielt til felgen. Eikenes masse er mye mindre enn felgmassen og kan derfor neglisjeres. Hva blir sykkelhjulets vinkelhastighet når kraften har virket det halve sekundet?

- A 5 radianer pr sekund
- B 10 radianer pr sekund
- C 15 radianer pr sekund
- D 20 radianer pr sekund
- E 25 radianer pr sekund

### Oppgave 13

En hul sylinder med masse 0.1 kg ruller uten å gli nedover et skråplan med akselerasjon  $0.6 \text{ m/s}^2$ . Hvor stor er friksjonskraften fra skråplanet på sylinderen?

- A 0.06 N
- B 0.30 N
- C 0.60 N
- D 0.90 N
- E 1.15 N

### Oppgave 14

Hva er helningsvinkelen på skråplanet i forrige oppgave?

- A 7 grader
- B 13 grader
- C 19 grader
- D 25 grader
- E 31 grader

### Oppgave 15

Ei kasse med kubisk form (alle sidekanter like lange) står på et lastebilplan. Statisk friksjonskoeffisient mellom underlaget og kassa er 1.3. Lastebilplanet heves langsomt slik at helningsvinkelen blir større og større. Hva vil skje?

- A Kassa begynner å gli når helningsvinkelen overstiger 28 grader.
- B Kassa velter når helningsvinkelen overstiger 28 grader.
- C Kassa begynner å gli når helningsvinkelen overstiger 45 grader.
- D Kassa velter når helningsvinkelen overstiger 45 grader.
- E Kassa begynner å gli når helningsvinkelen overstiger 52 grader.

### Oppgave 16

På en jojo med masse  $M$  er ei snor med neglisjerbar masse viklet opp rundt en aksling med radius  $R$ . Jojoen har treghetsmoment  $I_0$  mhp (den åpenbare) rotasjonsaksen. Snora festes i taket, og jojoen slippes, slik at den vikles av snora uten at snora glir relativt akslingen. Hvor stor blir jojoens akselerasjon  $a$ ?

- A  $a = g(1 + I_0/MR^2)$
- B  $a = g(1 - I_0/MR^2)$
- C  $a = g/(1 + I_0/MR^2)$
- D  $a = g/(1 - I_0/MR^2)$
- E  $a = g$

### Oppgave 17

Ei tynn stang med masse  $M$  (uniform masse pr lengdeenhet) og lengde  $L$  står i utgangspunktet rett opp og ned i tyngdefeltet. Stanga er festet til og kan rotere friksjonsfritt omkring en aksling i den nederste enden. Stangas treghetsmoment mhp en akse som faller sammen med denne akslingen er derfor  $ML^2/3$ . Stanga gis en ørliten dytt slik at den begynner å rotere om akslingen. Hva blir stangas vinkelakselerasjon  $\alpha$  som funksjon av vinkelen  $\phi$  mellom stanga og vertikalen (loddlinjen)?

- A  $\alpha = (g/L) \sin \phi$
- B  $\alpha = (g/3L) \tan \phi$
- C  $\alpha = (2g/3L) \cos \phi$
- D  $\alpha = (3g/7L) \tan \phi$
- E  $\alpha = (3g/2L) \sin \phi$

### Oppgave 18

Et hjul med radius  $R$  ruller uten å gli med konstant hastighet  $V$  bortover et flatt gulv, i positiv  $x$ -retning. Loddrett opp velges som positiv  $y$ -retning. Banen til et punkt P på periferien til hjulet har da koordinatene  $x(t) = Vt - R \sin \omega t$  og  $y(t) = R - R \cos \omega t$ , dvs punktet P har kontakt med gulvet ved tidspunktet  $t = 0$ . Hva er akselerasjonen  $a(t)$  til punktet P (i absoluttverdi)?

- A  $a(t) = V^2/R$
- B  $a(t) = \omega^2 R \cos \omega t$
- C  $a(t) = \omega V \sin \omega t$
- D  $a(t) = (V/t) \sin^2 \omega t$
- E  $a(t) = V/t$

### Oppgave 19

Ei kompakt kule ruller uten å gli med konstant hastighet bortover et flatt gulv. Luftmotstand kan neglisjeres. I hvilken retning virker nå friksjonskraften fra gulvet på kula?

- A Loddrett oppover
- B Loddrett nedover
- C I motsatt retning av kulas hastighet
- D I samme retning som kulas hastighet
- E Friksjonskraften er null

## Oppgave 20

Ei kompakt kule sendes avgårde oppover et skråplan slik at den ruller uten å gli. I hvilken retning virker friksjonskraften fra skråplanet på kula?

- A Oppover langs skråplanet
- B Nedover langs skråplanet
- C Loddrett på skråplanet, oppover
- D Loddrett på skråplanet, nedover
- E Friksjonskraften er null