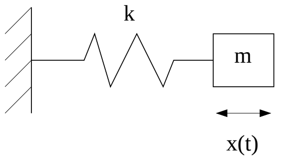
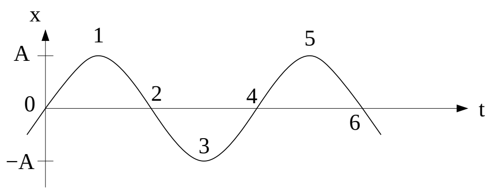
1) Panama gikk offisielt over fra US gallons til liter den 30. april i 2013. Bensinprisen var da ca 4 US dollar pr US gallon. Hvor mange desiliter bensin fikk du omtrent for 1 krone i Panama den 30. april i 2013, når 1 krone er ca 0.164 US dollar og 1 liter er ca 0.264 US gallons?

$(4 \cdot 0.264/0.164)$ (USD/USgal)(NOK/USD)(USg/L) = 6.44 NOK/L, dvs ca 1/6.44 L/NOK, som er ca 1.6 dL/NOK.

A) 1.6




En kloss med masse $m$ er festet til ei ideell fjær med fjærkonstant $k$, som vist i figuren over. Klossen utfører harmoniske svingninger horisontalt, og $x(t)$ angir klossens utsving fra likevekt ved tidspunktet $t$. Maksimalt utsving fra likevekt er $A$. Oppgavene 2 – 8 er knyttet til dette systemet.

2) Hva er klossens posisjon $x(0)$ og hastighet $v(0)$ ved tidspunktet $t = 0$ (merket med 0 i figuren over)?

Grafen til $x(t)$ starter i $x(0) = 0$, med $v(0) = (dx/dt)_{t=0} > 0$.

D) $x(0) = 0$, $v(0) > 0$

3) Når er absoluttverdien av klossens akselerasjon maksimal?

For enkel harmonisk svingning $x(t) = A \sin \omega t$ er akselerasjonen $a(t) = \ddot{x}(t) = -\omega^2 A \sin \omega t$. Dermed maksimal $|a| = \omega^2 A$ når utsvinget er maksimalt, dvs ved 1, 3 og 5.

C) Ved 1, 3 og 5.

4) Når er absoluttverdien av klossens hastighet maksimal?

Utsving $x = A \sin \omega t$ betyr hastighet $v = \dot{x} = \omega A \cos \omega t$. Siden $|\cos \omega t|$ er maksimal (og lik 1) der $\sin \omega t = 0$, har vi maksimal $|v|$ ved 0, 2, 4 og 6.

A) Ved 0, 2, 4 og 6.

5) Hva er svingesystemets periode $T$?

Klossen svinger med vinkelfrekvens $\omega = \sqrt{k/m}$, dvs med periode $T = 2\pi/\omega = 2\pi\sqrt{m/k}$.

B) $2\pi\sqrt{m/k}$

6) Hva er svingesystemets totale mekaniske energi?

Total mekanisk energi er (f.eks) gitt ved potensiell energi ved maksimalt utsving (1, 3, 5): $E = kA^2/2$.

A) $kA^2/2$

7) Hvordan påvirkes svingesystemets periode $T$ dersom den svingende klossen utsettes for en svak luftmotstand $f = -bv$, proporsjonal med klossens hastighet $v$?

Friksjonskraft proporsjonal med $v = \dot{x}$ gir redusert frekvens, og følgelig større verdi for perioden $T$.

C) $T$ blir større.

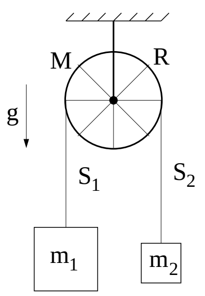
8) Hvordan påvirkes svingesystemets periode $T$ dersom den svingende klossen utsettes for en svak konstant friksjonskraft $f = -\mu mg$, proporsjonal med klossens tyngde $mg$?

Et konstant ledd $-\mu mg$ i bevegelsesligningen (dvs Newtons 2. lov) for en enkel harmonisk oscillator endrer ikke formen på ligningen:

$$\begin{aligned} -kx - \mu mg &= m\ddot{x} \\ \Rightarrow m\ddot{\xi} + k\xi &= 0 \\ \Rightarrow \xi(t) &= x(t) + \mu mg/k = A \sin \omega t \\ \Rightarrow x(t) &= -\mu mg/k + A \sin \omega t \end{aligned}$$

Her har vi ganske enkelt gjort et variabelskifte, fra $x(t)$ til $\xi(t)$. Med andre ord, harmonisk svingning med uendret vinkelfrekvens $\omega = \sqrt{k/m}$ og dermed uendret periode $T = 2\pi/\omega$. (Men vi ser at likevektsposisjonen er endret, fra 0 til $-\mu mg/k$. En nærmere analyse viser at likevektsposisjonen skifter mellom $-\mu mg/k$ og $+\mu mg/k$ for hver halve periode, inntil klossens bevegelse plutselig stopper helt opp; i tråd med våre erfaringer.)

A) $T$ forblir uendret.




To lodd med masser $m_1$ og $m_2 < m_1$ er forbundet med ei tilnærmet masseløs snor som er lagt over et hjul med masse $M$ og radius $R$. Eikene er tilnærmet masseløse, slik at hjulets treghetsmoment om akslingen er $I_0 = MR^2$. Hjulet er festet i taket og kan rotere friksjonsfritt om akslingen som går gjennom hjulets massesenter. I oppgave 9 antar vi at hjulet har neglisjerbar masse. I oppgave 9 og 10 antar vi at det er tilstrekkelig friksjon mellom snor og hjul til at snora ikke glir på hjulet. I oppgave 11 antar vi null friksjon mellom snor og hjul. Tyngdens akselerasjon er $g$.

9) Hva kan du si om snordragene $S_1$ og $S_2$ dersom hjulets masse kan neglisjeres, dvs $M = 0$?

Netto dreiemoment på hjulet er $S_1R - S_2R$. Hvis hjulet er masseløst, må netto dreiemoment være lik null, dvs $S_1 = S_2$.

A) $S_1 = S_2$

10) Ved å måle loddenes hastighet $(\pm)v$ kan du umiddelbart slå fast at hjulet har kinetisk energi

Når snora ikke glir på hjulet, har vi "rullebetingelsen" $v = \omega R$. Hjulets kinetiske energi er dermed $K = I_0\omega^2/2 = MR^2 \cdot (v/R)^2/2 = Mv^2/2$.

B) $Mv^2/2$

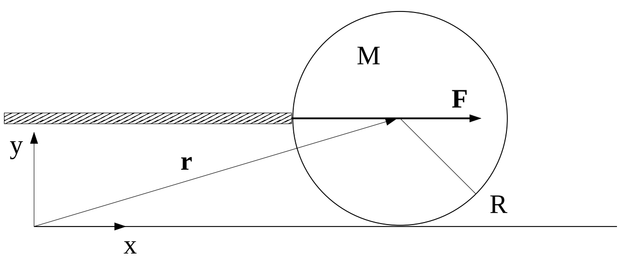
---

11) Anta nå null friksjon mellom snor og hjul, og la $\beta < 1$ betegne forholdet mellom de to loddenes masser, dvs $\beta = m_2/m_1$. Ved å måle loddenes akselerasjon $a$ måler du samtidig tyngdens akselerasjon $g$. Hvordan kan $g$ uttrykkes ved $a$ og $\beta$?
Hva blir da loddenes akselerasjon $a$?

Uten friksjon mellom snor og hjul blir snordraget $S$ likt i hele snora. N2 gir da $m_1g - S = m_1a$ og $S - m_2g = m_2a$, med positiv retning nedover for $m_1$ og oppover for $m_2$ (siden vi vet hvilken vei de to vil bevege seg). Addisjon av disse to eliminerer $S$ og gir $(m_1 - m_2)g = (m_1 + m_2)a$, dvs $g = a(m_1 + m_2)/(m_1 - m_2) = a(1 + \beta)/(1 - \beta)$.

A) $g = a(1 + \beta)/(1 - \beta)$

---




Ei snookerkule med masse $M$ og radius $R$ får et kraftig, men kortvarig støt av en horisontal kø (stav). Kulas treghetsmoment relativt en akse gjennom dens massesenter er $I_0 = 2MR^2/5$. Vi legger et koordinatsystem $xyz$ med origo på bordflata og $xy$-planet lik vertikalplanet gjennom kulas massesenter. Køen treffer kula (som ligger i ro) i $xy$-planet med en kraft $F$ i $x$-retning. Treffpunktet er i høyde $h$ over massesenteret, se figuren. Dette er høyere enn høyden $h_0 = 2R/5$ som ville ha resultert i ren rulling fra første stund. Støtet er så kraftig og så kortvarig at vi under selve støtet kan neglisjere innvirkningen av friksjonskraften $f$ fra snookerbordet. Etter støtet, derimot, kan $f$ generelt ikke neglisjeres. (Men vi ser bort fra luftmotstand.) Oppgavene 12 – 14 er knyttet til denne figuren.

---

12) Anta at kula har masse 167 gram, og at det virker en konstant kraft på 1000 N i støtet, som varer i 2 millisekunder. Hva blir da kulas hastighet umiddelbart etter at støtet er fullført?

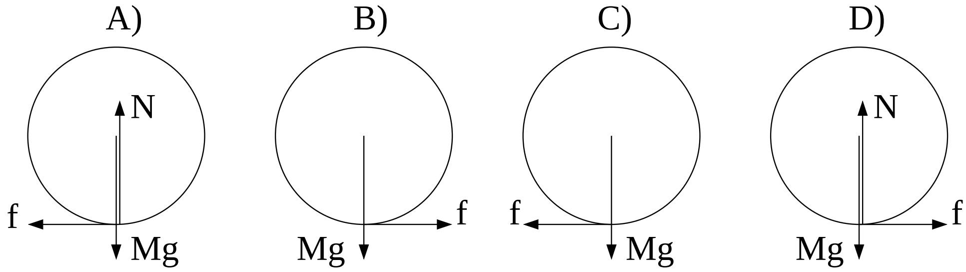
N2: $F = \Delta p/\Delta t = MV_0/\Delta t \Rightarrow V_0 = F\Delta t/M = 1000 \cdot 0.002/0.167 = 12$ m/s.

A) 12 m/s

---

13) Hvilken figur viser kreftene på kula like etter at støtet er fullført?

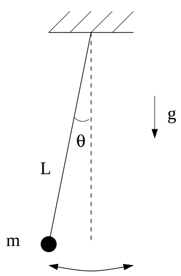
Når $h > h_0 = 2R/5$, vil kula rotere med vinkelhastighet $\omega_0 > V_0/R$ like etter at støtet er fullført. Dermed må friksjonskraften $f$ virke mot høyre, og figur D blir riktig. (Figur B mangler normalkraften $N$ fra bordet på kula.)




14) Etter at støtet er fullført, er kulas dreieimpuls relativt origo, $L = MRV + I_0\omega$, bevart. Her er $V$ og $\omega$ hhv kulas hastighet og vinkelhastighet. Like etter støtet har kula hastighet $V_0$ og vinkelhastighet $\omega_0 = 5hV_0/2R^2$. Anta at køen treffer kula i høyden $h = 4R/5$. Hva blir da kulas hastighet når ren rulling er oppnådd?

Vi bruker dreieimpulsbevarelse: $MRV_0 + I_0\omega_0 = MRV + I_0\omega$ som med ren rulling ($V = \omega R$), oppgitt treghetsmoment $I_0 = 2MR^2/5$, og oppgitt vinkelhastighet $\omega_0 = 5hV_0/2R^2 = 2V_0/R$ gir $MRV_0 + 4MRV_0/5 = MRV + 2MRV/5 = 7MRV/5$, dvs $V = 9V_0/7$.

B) $9V_0/7$




Figuren viser en (tilnærmet matematisk) pendel bestående av ei lita kula med masse $m$ festet til enden av ei tilnærmet masseløs stang med lengde $L$. Pendelen svinger fram og tilbake med små utsving ($|\theta| \ll 1$) fra likevekt ($\theta = 0$). Tyngdens akselerasjon er $g$. Se bort fra luftmotstand. Oppgavene 15 og 16 er knyttet til denne figuren.

15) Hvor mye endres pendelens svingeperiode $T$ dersom lengden $L$ øker med 1%?

Perioden for en matematisk pendel med lengde $L$ er $T_0 = 2\pi/\omega = 2\pi\sqrt{L/g}$. Dersom lengden øker med 1%, blir perioden

$$T = 2\pi\sqrt{L(1 + 1/100)/g} \simeq 2\pi\sqrt{L/g} \cdot (1 + 1/200),$$

som viser at $T$ øker med ca 0.5%.

B) $T$ øker med ca 0.5%.

16) Hvor mye endres pendelens svingeperiode $T$ dersom massen $m$ øker med 1%?

Perioden til en matematisk pendel avhenger ikke av massen.

A) $T$ forblir uendret.

17) På vei mot sydligere breddegrader, med marsjfart ca 900 km pr time og i marsjhøyde ca 10 km over bakken, lar du tankene vandre. Ikke alle dine hypoteser er like fornuftige. Hvilket utsagn er riktig? Det oppgis at jordradien er i overkant av 6000 km.

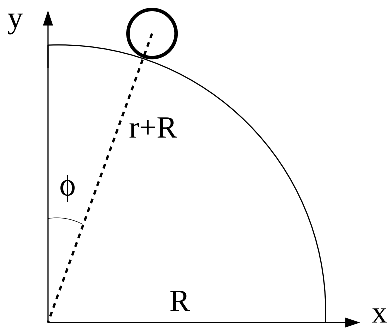
Tyngdens akselerasjon $g = GM/R$ er praktisk talt like stor på bakken (med $R$ = jordradien) og 10 km over bakken (med $R$ = jordradien + 10 km $\simeq$ jordradien). Vi kan anslå påkrevd hastighet $v$ som gir sentripetalakselerasjon lik $g$:

$$mg = mv^2/R \quad \Rightarrow \quad v^2 = gR \simeq 6 \cdot 10^7,$$

dvs $v \simeq 7.7 \cdot 10^3$ m/s $\simeq 2.8 \cdot 10^4$ km/h. Siden reell marsjfart bare er ca 900 km/h, er vi nok avhengig av et løft på vingene omtrent lik flyets tyngde. Det er tynnere luft i 10 kilometers høyde enn på bakken, men ikke tynnere enn at nødvendig løft kan oppnås.

C) I denne høyden er tyngdens akselerasjon omtrent som på bakken, og mye større enn sentripetalakselerasjonen. Et løft på flyvingene omtrent lik flyets tyngde er derfor nødvendig for å holde flyet i konstant høyde over bakken.

---




| $i$ | $t_i$ (ms) | $x_i$ (mm) | $y_i$ (mm) |
|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 130 | 792 |
| 2 | 33 | 140 | 791 |
| 3 | 67 | 151 | 789 |
| 4 | 100 | 163 | 786 |
| 5 | 133 | 176 | 783 |
| 6 | 167 | 190 | 780 |
| 7 | 200 | 206 | 776 |
| 8 | 233 | 222 | 771 |
| 9 | 267 | 241 | 766 |
| 10 | 300 | 261 | 759 |

Tabellen viser posisjon $(x, y)$, målt i enheten millimeter (mm), og tid $t$, målt i enheten millisekunder (ms), for massesenteret til en hul messingsylinder (dvs et "sylinderskall") som ruller på utsiden av en kvartsirkel med radius $R$. Sylinderen har indre radius 17 mm og ytre radius $r = 19$ mm, samt masse $m = 88$ g. Oppgavene 18 – 21 er knyttet til denne figuren og tabellen.

---

18) Messingsylinderens treghetsmoment, målt i SI-enheten kg m$^2$, med hensyn på sylinderens symmetriakse gjennom dens massesenter er ca

Indre og ytre radius hhv 17 og $r = 19$ mm betyr at treghetsmomentet må bli litt mindre enn $mr^2$, dvs litt mindre enn $0.088 \cdot 0.019^2 \simeq 3 \cdot 10^{-5}$ kg m$^2$.

D) $2.9 \cdot 10^{-5}$

19) Messingsylinderens treghetsmoment, målt i SI-enheten kg m$^2$, med hensyn på en akse vinkelrett på papirplanet og gjennom origo (dvs $(x, y) = (0, 0)$), er ca

Med Steiners sats blir treghetsmomentet nå $m(r + R)^2$ større enn i oppgave 18. Siden $r + R$ er betydelig større enn $r$, kan vi trygt neglisjere bidraget fra oppgave 18, og vi finner ca $0.088 \cdot 0.8^2 \simeq 0.056$ kg m$^2$. Her har vi brukt tallene i tabellen til å anslå at $r + R \simeq 0.8$ m.

C) $5.7 \cdot 10^{-2}$

---

20) Sylinderens hastighet ved $t = t_4 = 0.100$ s er omtrent

Hastigheten $v_4$ kan baseres på forflytningen fra 3 til 4, fra 3 til 5 eller fra 4 til 5. Med ett gjeldende siffer gir alle tre samme svar. Så f.eks: $v_{4x} = (x_5 - x_3)/2\Delta t$, tilsvarende for $v_{4y}$, og $v_4 = \sqrt{v_{4x}^2 + v_{4y}^2} \simeq 0.4$ m/s.

C) 0.4 m/s

---

21) Med konstant tidsintervall $\Delta t = t_{i+1} - t_i$ kan sylinderens akselerasjon $a_i$ ved tidspunktet $t_i$ tilnærmes med algoritmen ("oppskriften")

Bare A og B er aktuelle, siden C og D har feil enhet (m/s og ikke m/s$^2$). Alternativ B kan umulig gi en akselerasjon, siden de tre involverte posisjonene alle legges sammen. dermed er A eneste mulighet:
$a_i = (v_{i+1/2} - v_{i-1/2})/\Delta t$ og $v_{i+1/2} = (x_{i+1} - x_i)/\Delta t$ osv gir detaljene.

$$\text{A)} \quad a_i = \frac{\sqrt{(x_{i+1} + x_{i-1} - 2x_i)^2 + (y_{i+1} + y_{i-1} - 2y_i)^2}}{(\Delta t)^2}$$

---

22) En personbil med masse 1500 kg kolliderer fullstendig uelastisk med en lastebil som står i ro. (Dvs, bil og lastebil henger sammen etter kollisjonen.) Lastebilen har masse 6000 kg. Hvor stor andel av den kinetiske energien går tapt i denne kollisjonen? (Dvs $(K_{\text{før}} - K_{\text{etter}})/K_{\text{før}}$.) Se bort fra friksjonskrefter fra bakken i løpet av kollisjonen.

La $m$ og $M$ være massen til hhv bil og lastebil, mens $v$ og $v'$ er hhv bilens hastighet før kollisjon og kjøretøyenes felles hastighet etter kollisjon. Vi har impulsbevarelse, slik at

$$mv = (m + M)v' \quad \Rightarrow \quad v' = mv/(m + M).$$

Kinetisk energi før kollisjon:

$$K = \frac{1}{2}mv^2.$$

Etter kollisjon:

$$K' = \frac{1}{2}(m + M)(v')^2 = \frac{1}{2}mv^2 \frac{m}{m + M}.$$

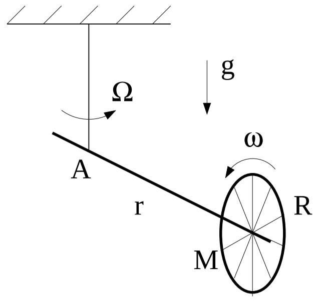
Dermed:

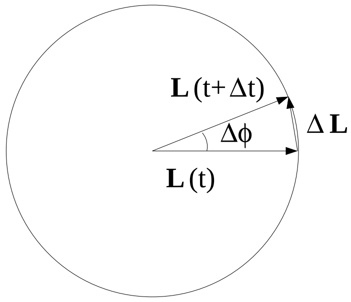
$$\frac{K - K'}{K} = 1 - K'/K = 1 - m/(m + M) = M/(m + M),$$

dvs 6000/7500, som er 0.8.

A) 80%

---




23) Et sykkelhjul med masse $M$, radius $R$ og treghetsmoment $I_0 = MR^2$ (mhp akslingen gjennom hjulets massesenter) settes i rask rotasjon med vinkelhastighet $\omega$. Det roterende hjulet henges opp i ei snor festet til akslingen i avstand $r$ fra hjulets massesenter, som vist i figuren over til venstre. Som en følge av tyngdekraftens dreiemoment $\tau = Mgr$ relativt snoras festepunkt (A) *preseserer* hjulet (langsomt) om vertikalaksen med vinkelhastighet $\Omega$, dvs med periode $T = 2\pi/\Omega$. Hva blir perioden $T$? Tips: Benytt N2 for rotasjon ($\tau = \Delta L/\Delta t$, "spinnsatsen"), $L = I_0\omega$, samt figuren over til høyre.

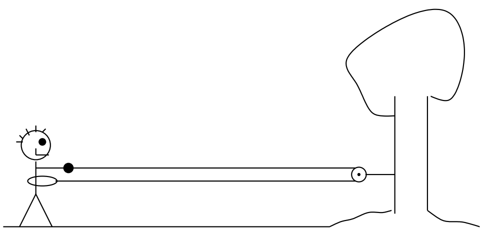
Fra figuren til høyre ser vi at $\Delta\phi = \Delta L/L$ (vinkel = buelengde dividert med radius). Fra N2 for rotasjon har vi $\Delta L = \tau\Delta t = Mgr\Delta t$. Dermed:

$$\Omega = \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \frac{Mgr}{I_0\omega} = \frac{gr}{R^2\omega}.$$

Med andre ord,

$$T = 2\pi/\Omega = 2\pi R^2\omega/gr.$$

D) $2\pi R^2\omega/gr$



24) Du har masse $M$ og står på den glatte, friksjonsfrie isen og trekker med en kraft $F$ i det tilnærmet masseløse tauet, som går via den friksjonsfrie trinsen og tilbake til deg, der du har knyttet det fast rundt midjen. Hvor stor akselerasjon får du?

Snordraget er konstant lik trekk-kraften $F$ i hele tauet. Begge ender av tauet trekker derfor med kraften $F$ på deg, dvs total kraft $2F$ og akselerasjon $2F/M$.

B) $2F/M$

25) Dersom et eple bruker tiden $T$ på å falle (med null starthastighet) fra en høyde $h$ her på jorda, hvor lang tid bruker det samme eplet på å falle fra samme høyde på en planet med masse lik 1/8 av jordmassen og radius lik halve jordradien? (Du kan anta at $h$ er mye mindre enn planetradien. Se bort fra luftmotstand og andre former for friksjon.)

Vi har $h = aT^2/2$, med $a = F/m = MG/R^2$. Her er $m$ eplets masse, $M$ er jordas masse, $R$ er jordradien, $G$ er gravitasjonskonstanten, og $a$ er eplets akselerasjon (lik $g$ her på jorda). Falltiden blir dermed $T = \sqrt{2hR^2/MG}$. På en planet med radius $R/2$ og masse $M/8$ blir falltiden $\sqrt{4hR^2/MG}$, dvs en faktor $\sqrt{2}$ større enn på jorda.

C) $\sqrt{2}T$

26) Hvor mange mol ideell gass er det i en kubikkmeter ved atmosfæretrykk (101 kPa) og god og lun romtemperatur (300 K)?

For ideell gass er $pV = nRT$, dvs

$$n = pV/RT = 101 \cdot 10^3 \cdot 1/(8.314 \cdot 300) \simeq 40.$$

B) 40

---

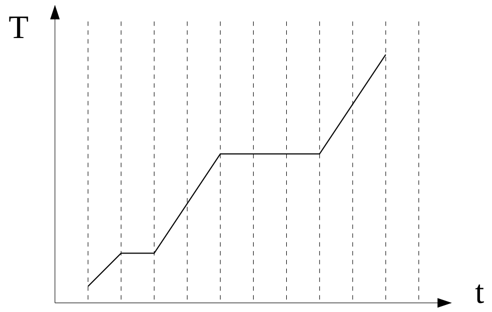
27) Hvis du lager et sirkulært hull med diameter 10 cm i en stålplate utendørs i 30 kuldegrader, hva er hullets diameter når platen har akklimatisert seg inne i badstua, der temperaturen er 70 varmegrader? Stål har lineær utvidelseskoeffisient $\alpha = 1.3 \cdot 10^{-5}$ K$^{-1}$.

Diameteren øker ved oppvarming fra minus 30 til pluss 70 grader, og den lineære utvidelseskoeffisienten avgjør med hvor mye:

$$d(70) = d(-30) \cdot (1 + 0.000013 \cdot 100) = 10.013\,\text{cm}.$$

C) 10.013 cm

---

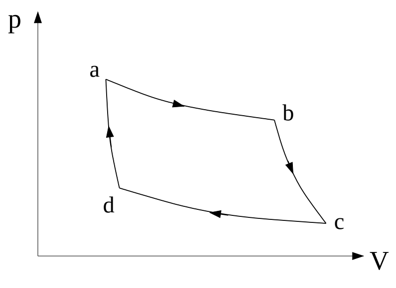



28) Varme tilføres et rent stoff i en lukket beholder. Tilført varme pr tidsenhet er konstant. Figuren viser hvordan stoffets temperatur $T$ endrer seg med tiden. Hva er forholdet mellom stoffets fordampningsvarme $L_f$ og stoffets smeltevarme $L_s$?

Konstant temperatur ved smelting (1.0 tidsintervall) og ved fordampning (3.0 tidsintervaller) gir $L_f/L_s = 3.0/1.0 = 3.0$.

D) $L_f/L_s = 3.0$

---




29) Figuren viser en reversibel kretsprosess der arbeidssubstansen er en gass. Hva er netto arbeid som utføres i kretsprosessen?

Netto arbeid = omsluttet areal.

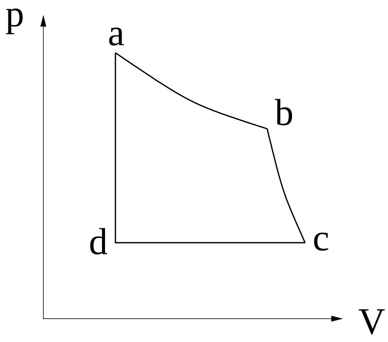
B) Arealet omsluttet av kurven abcda.

---

30) Vedrørende ligningen $Q = \Delta U + W$, hvilken påstand er feil?

$Q$ og $W$ er prosessvariable, $U$ er tilstandsvariabel.

D) Mens $W$ er en prosessvariabel, er både $U$ og $Q$ tilstandsvariable.




31) Figuren viser en reversibel kretsprosess for en ideell gass, bestående av en isoterm (a til b), en adiabat (b til c), en isobar (c til d) og en isokor prosess. Ranger temperaturene $T_a$, $T_b$, $T_c$ og $T_d$ i de fire tilstandene (hjørnene) merket hhv $a$, $b$, $c$ og $d$.

Adiabat brattere enn isoterm, dvs $T_c < T_b$. Videre er $T_d$ åpenbart minst.

A) $T_d < T_c < T_b = T_a$

---

32) Hvis $S(T,V) = C_V \ln(T/T_0) + Nk_B \ln(V/V_0) + S_0$ for en ideell gass med $N$ molekyler, hva blir $S(T,p)$ for den samme gassen? (Her er $S_0 = S(T_0, V_0)$, og $p_0V_0 = Nk_BT_0$.)

For ideell gass er $C_p - C_V = Nk_B$. Vi setter inn $V = Nk_BT/p$ og $V_0 = Nk_BT_0/p_0$, dvs $V/V_0 = (T/p)/(T_0/p_0)$:

$$\begin{aligned} S &= (C_p - Nk_B)\ln(T/T_0) + Nk_B \ln((T/p)/(T_0/p_0)) + S_0 \\ &= C_p \ln(T/T_0) - Nk_B \ln(T/T_0) + Nk_B \ln(T/T_0) - Nk_B \ln(p/p_0) + S_0 \\ &= C_p \ln(T/T_0) - Nk_B \ln(p/p_0) + S_0 \end{aligned}$$

D) $S(T,p) = C_p \ln(T/T_0) - Nk_B \ln(p/p_0) + S_0$

---

33) Hvis 1 liter vann med temperatur $T_0$ og varmekapasitet $C$ (som er uavhengig av $T$, og slik at $C_p = C_V = C$) bringes i termisk kontakt med et varmereservoar med temperatur $T_1$, hva er endringen i vannets entropi når vannet har nådd samme temperatur som varmereservoaret? (Se bort fra volumendringer.)

Vi neglisjerer endringer i volumet og bruker $dS = CdT/T$:

$$\Delta S_{\text{vann}} = C \int_{T_0}^{T_1} \frac{dT}{T} = C \ln(T_1/T_0).$$

D) $C \ln(T_1/T_0)$

---

34) Hva blir entropiendringen til varmereservoaret i forrige oppgave?

Varmereservoaret har (uendelig) stor varmekapasitet, slik at temperaturen ikke endres selv om varme fjernes eller tilføres. Varmen som ble tilført vannet i oppgave 33 er $Q = C(T_1 - T_0)$, positiv hvis $T_1$ er større enn $T_0$ og vice versa. Dette må da, pga energibevarelse, være varmen som varmereservoaret avgir, ved den konstante temperaturen $T_1$. Dermed:

$$\Delta S_{\text{res}} = -Q/T_1 = C(T_0 - T_1)/T_1.$$

A) $C(T_0 - T_1)/T_1$

---

35) Hva kan du, uten videre, si om den *totale* entropiendringen i prosessen beskrevet i oppgave 33? (Dvs, for vann og reservoar til sammen.)

Prosessen som beskrives i oppgave 33 er en naturlig, spontan prosess, som dermed er irreversibel. Da *vet* vi at den totale entropiendringen er *positiv* – 2. hovedsetning. Rett svar er altså

A) Positiv.

---

36) I et system med $N$ uavhengige partikler er det for hver partikkel to mulige (kvantemekaniske) tilstander, enten energi $-E_0$ eller energi $E_0$. Hvor stor er da sannsynligheten for at en gitt partikkel har energi $-E_0$, når systemets temperatur er $T$?

I et system med temperatur $T$ og mulige (tillatte) energinivåer $E_j$ ($j = 1, 2, 3, \ldots$) er sannsynligheten for at en gitt partikkel har energi $E_j$ lik

$$\pi_j = \frac{1}{Z}\, e^{-E_j/k_BT},$$

med partisjonsfunksjonen (tilstandssummen)

$$Z = \sum_j e^{-E_j/k_BT},$$

slik at total sannsynlighet blir normert. Med de to tillatte energiverdiene $\pm E_0$ blir

$$Z = e^{E_0/k_BT} + e^{-E_0/k_BT} = 2\cosh(E_0/k_BT),$$

slik at sannsynligheten for at en gitt partikkel har energi $-E_0$ blir

$$\pi_- = \exp(-(-E_0/k_BT))/[2\cosh(E_0/k_BT)],$$

dvs rett svar blir

B) $\exp(E_0/k_BT)/[2\cosh(E_0/k_BT)]$

---

37) Hva blir indre energi for systemet i oppgave 36? ($U = N\langle E\rangle$.)

Midlere energi pr partikkel er

$$\langle E\rangle = \sum_j E_j\,\pi_j = \frac{-E_0\exp(E_0/k_BT) + E_0\exp(-E_0/k_BT)}{2\cosh(E_0/k_BT)} = -E_0\,\frac{2\sinh(E_0/k_BT)}{2\cosh(E_0/k_BT)} = -E_0\,\tanh(E_0/k_BT).$$

Med $N$ partikler blir dermed systemets indre energi

$$U = N\cdot\langle E\rangle = -NE_0\tanh(E_0/k_BT),$$

og rett svar er

D) $-NE_0\tanh(E_0/k_BT)$

---

38) Hvis temperaturen i en ideell gass halveres, hvordan endres molekylenes rms-hastighet? ($v_{\rm rms} = \sqrt{\langle v^2\rangle}$)

Partiklenes midlere kinetiske energi, $\langle K\rangle = m\langle v^2\rangle/2$, er proporsjonal med systemets temperatur $T$. En halvering av $T$ betyr derfor en halvering av $\langle v^2\rangle$, dvs $v_{\rm rms}$ reduseres med faktoren $1/\sqrt{2} \simeq 0.7$, en reduksjon på ca 30 prosent.

B) $v_{\rm rms}$ reduseres med ca 30 prosent.

---

39) Hvis trykket i en ideell gass fordobles samtidig som gassen presses sammen til halvparten så stort volum, hvordan endres $v_{\text{rms}}$?

Produktet $pV$ er uendret hvis trykket dobles og volumet halveres. Da er også temperaturen uendret, som igjen betyr at $v_{\text{rms}}$ er uendret.

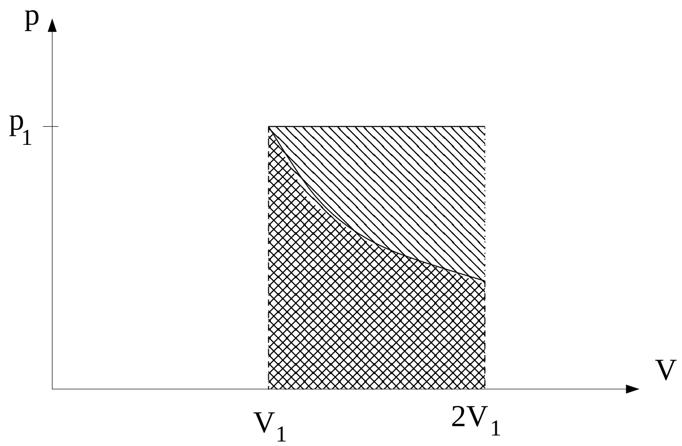
C) $v_{\text{rms}}$ blir uendret.

---

40) En ideell gass utvider seg reversibelt og isotermt fra en tilstand $(T_1, p_1)$ slik at volumet blir dobbelt så stort, $V_1 \to 2V_1$. Arbeidet på omgivelsene er da $W_0$. Dersom den samme gassen i stedet hadde utvidet seg reversibelt ved konstant trykk, fremdeles fra $V_1$ til $2V_1$, hva kan du da si om arbeidet gjort på omgivelsene, $W_1$, i forhold til det isoterme arbeidet $W_0$?

Det isoterme arbeidet $W_0$ tilsvarer det "dobbeltskraverte" arealet i figuren nedenfor, mens arbeidet $W_1$ utført ved konstant trykk $p_1$ tilsvarer hele det skraverte arealet. Vi ser at $W_1 > W_0$, og riktig svar er

C) $W_1 > W_0$




---

41) Varmemengden $Q_p > 0$ tilføres en ideell gass ved konstant trykk. Gassens indre energi øker da med

Tilførsel av varme ved konstant trykk betyr at gassen utfører et positivt arbeid på omgivelsene (f.eks. hele det skraverte arealet i forrige oppgave). Da blir gassens økning i indre energi mindre enn tilført varme.

A) en energimengde mindre enn $Q_p$.

---

42) Luft er med god tilnærmelse en ideell blanding av $O_2$- og $N_2$-molekyler. Hva kan du si om $v_{\text{rms}}$ og midlere kinetiske energi $\langle K \rangle$ for de ulike molekylene? Det oppgis at oksygen er tyngre enn nitrogen.

Siden temperaturen er proporsjonal med molekylenes midlere kinetiske energi, må $\langle K \rangle$ være den samme for både oksygen- og nitrogenmolekylene. Oksygen har større molekylmasse (ca 32 $u$) enn nitrogen (ca 28 $u$), så nitrogenmolekylene har i gjennomsnitt noe større hastighet enn oksygenmolekylene. (Her er $u$ lik en atomær masseenhet, ca $1.66 \cdot 10^{-27}$ kg.)

B) $v_{\text{rms}}(O_2) < v_{\text{rms}}(N_2)$, $\langle K \rangle_{O_2} = \langle K \rangle_{N_2}$

---

43) En ideell (reversibel) Carnot-varmepumpe leverer en varmeeffekt på 2.0 kW ved å overføre varme fra utvendig luft ved $-10°$C til husets varmluftforsyning ved $+30°$C. Hvor mye elektrisk effekt (arbeid pr tidsenhet) bruker varmepumpa?

Virkningsgraden til Carnot-varmepumpa er

$$\varepsilon_V^c = |Q_2|/|W| = |Q_2|/(|Q_2| - |Q_1|) = T_2/(T_2 - T_1) = 303/40,$$

så den forbruker

$$|W| = |Q_2|/\varepsilon_V^c = 2.0 \cdot 40/303 \simeq 0.26,$$

dvs 0.26 kW elektrisk energi (effekt).

A) 0.26 kW

---

44) Hvordan ser en Carnot-prosess ut i et $(S, T)$-diagram?

En Carnot-prosess består av to isotermer og to isentropiske prosesser, dvs med hhv $T$ konstant og $S$ konstant. Dermed et rektangel i et $(S, T)$-diagram.

B) Et rektangel (med horisontale og vertikale linjer).

---

45) For toatomige molekyler endres $C_V$ fra $3k_B/2$ til $5k_B/2$ pr partikkel ved en "karakteristisk" (lav!) temperatur $T_{\mathrm{rot}}$. Ranger molekylene $H_2$, HCl og $Cl_2$ med hensyn på verdien av denne karakteristiske temperaturen. (Cl har større masse enn H.)

Dreieimpulsen er kvantisert, $L^2 = l(l+1)\hbar^2$, med $l = 0, 1, 2, \ldots$ og $\hbar = h/2\pi$ Plancks ("reduserte") konstant. Overgangstemperaturen $T_{\mathrm{rot}}$ blir dermed omvendt proporsjonal med molekylets treghetsmoment $I$, som stiger i rekkefølgen $H_2$ – HCl – $Cl_2$. Dvs, $T_{\mathrm{rot}}$ *avtar* i denne rekkefølgen. (Omtrentlige verdier for $T_{\mathrm{rot}}$ er hhv 88, 15 og 0.4 K for disse tre molekylene.)

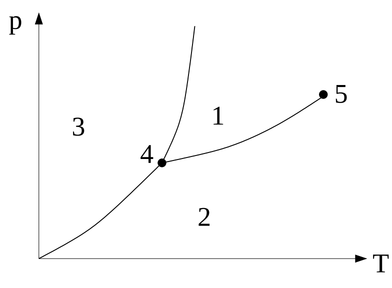
B) $H_2 > \mathrm{HCl} > Cl_2$

---

46) Et ideelt "Carnot-kjøleskap" holder konstant temperatur 4°C ("lavtemperaturreservoaret") i et kjellerrom der temperaturen er 19°C ("høytemperaturreservoaret"). Hva er kjøleskapets effektfaktor, dvs forholdet mellom varmen som trekkes ut av kjøleskapet og arbeidet som kjøleskapets motor må utføre? (Tips: For syklisk reversibel prosess er $\Delta S = 0$ og $\Delta U = 0$.)

$\varepsilon_K = |Q_1/W| = |Q_1/(Q_1 + Q_2)|$. Vi bruker at $Q_1/T_1 + Q_2/T_2 = 0$, dvs $Q_2 = -Q_1 T_2/T_1$, som innsatt i uttrykket for $\varepsilon_K$ gir $\varepsilon_K = |T_1/(T_1 - T_2)| = 277/15 \simeq 18$.
C) Ca 18

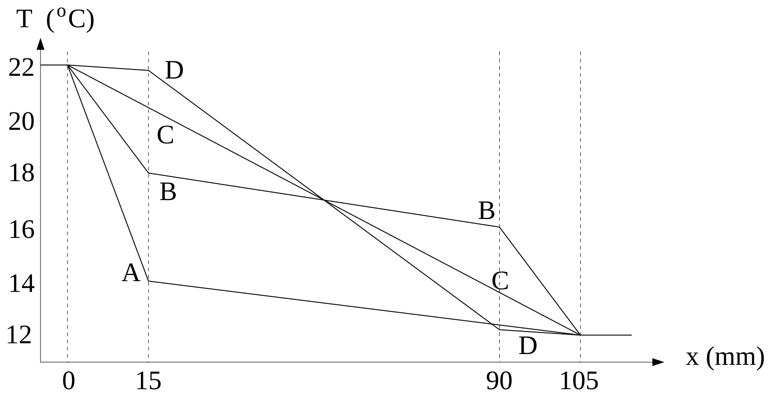
---




47) Figuren viser et fasediagram i $(p, T)$–planet for et rent stoff. De ulike fasene er angitt (1, 2, 3), sammen med spesielle punkter (4, 5) på koeksistenslinjene. Hvilket svaralternativ angir riktige faser, og punkter ved koeksistens?

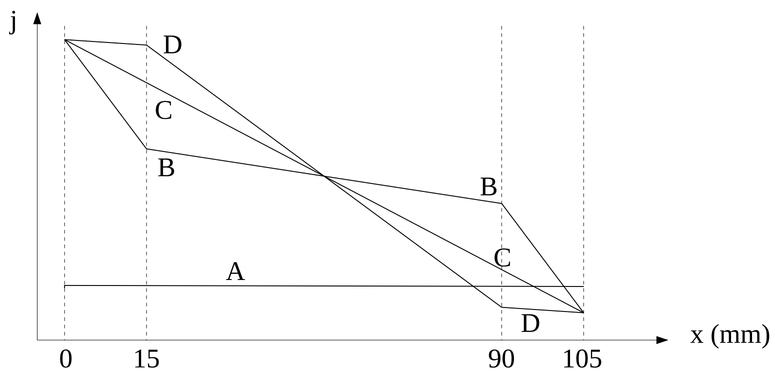
B) 3 = fast stoff, 1 = væske, 2 = gass, 4 = trippelpunkt, 5 = kritisk punkt

---



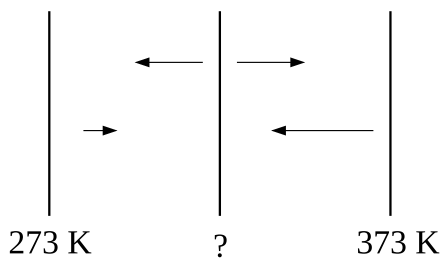

48) En vegg mellom ei stue og et soverom har 15 mm tykke gipsplater på begge sider av et 75 mm tykt lag med glassvatt ("glava"). Gipsplater isolerer godt mot *lyd* og hemmer spredning av brann, men isolerer *dårlig* mot varmeledning: $\kappa_{\text{gips}} = 0.25$ W/m K, mens $\kappa_{\text{glava}} = 0.035$ W/m K. (for $x > 105$ mm) hhv 22°C og 12°C?

Hvilken kurve viser da korrekt temperaturprofil gjennom veggen ved stasjonære (dvs tidsuavhengige) forhold og stuetemperatur (for $x < 0$) og soveromstemperatur (for $x > 105$ mm) hhv 22°C og 12°C?
Med $0.25/0.035 \simeq 7$ ganger større varmeledningsevne i gips enn i glava har vi ca 7 ganger mindre temperaturendring pr lengdeenhet i gips enn i glava. Kurve D passer bra med dette.




49) Og for samme system som i oppgave 48, hvilken kurve viser korrekt varmestrøm pr tids- og pr flateenhet, $j$, som funksjon av posisjon $x$ gjennom veggen? (Vilkårlige enheter langs vertikal akse.)

Kurve A er riktig, siden stasjonær varmestrøm innebærer at $j$ er den samme gjennom hele veggen.




50) To (tilnærmet uendelig) store parallelle metallplater holdes på fast temperatur hhv 273 K og 373 K. (Disse platene kan med andre ord betraktes som to varmereservoarer.) En tredje metallplate settes inn mellom disse, som vist i figuren. Alle platene kan betraktes som perfekt svarte legemer som emitterer elektromagnetisk stråling ("varmestråling") i begge retninger. Det er vakuum i rommet mellom platene. Når stasjonære (dvs tidsuavhengige) forhold er etablert, hva er temperaturen på den midterste platen?

Ved stasjonære forhold er varmestrøm inn mot og ut fra midtplaten like store:

$$\sigma(T_1^4 + T_3^4) = 2\sigma T_2^4 \quad \Rightarrow \quad T_2 = ((T_1^4 + T_3^4)/2)^{1/4} = 334 \text{ K}.$$

B) 334 K