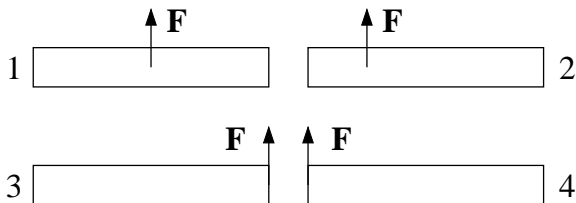


1) Panama gikk offisielt over fra US gallons til liter den 30. april i år. Bensinprisen var da ca 4 US dollar pr US gallon. Hva tilsvarer dette i kroner pr liter, når 1 krone er ca 0.164 US dollar og 1 liter er ca 0.264 US gallons?

$$(4 \cdot 0.264 / 0.164) \text{ (USD/USgal)(NOK/USD)(USg/L)} = 6.44 \text{ NOK/L}$$

C) 6.44



2) Fire like staver utsettes for samme ytre kraft  $\mathbf{F}$ , men med ulike angrepspunkt. Ranger akselerasjonene  $a_i$  til massesenteret til stav nr  $i$ .

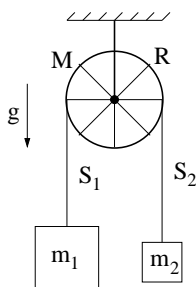
$$\text{N2: } \mathbf{F} = m\mathbf{a}_i \Rightarrow a_i = F/m$$

$$\text{B) } a_1 = a_2 = a_3 = a_4$$

3) Stavene i oppgave 2 er i ro ved tidspunktet  $t = 0$ . Deretter virker den konstante kraften  $\mathbf{F}$  (som vist i figuren) en kort tid  $\Delta t$  (slik at ingen av stavene har rotert så mye som  $90^\circ$  ved  $t = \Delta t$ ). Ranger stavenes totale kinetiske energi  $K_i$  ved  $t = \Delta t$ .

Lengst "arm" gir størst dreiemoment  $\tau$  (mhp massesenteret CM), dermed størst dreieimpuls  $L$ , dermed størst rotasjonsenergi, og dermed størst total kinetisk energi  $K$ .

D)  $K_1 < K_2 < K_3 = K_4$



To lodd med masser  $m_1$  og  $m_2 < m_1$  er forbundet med ei tilnærmet masseløs snor som er lagt over et hjul med masse  $M$  og radius  $R$ . Eikene er tilnærmet masseløse, slik at hjulets treghetsmoment om akslingen er  $I_0 = MR^2$ . Hjulet er festet i taket og kan rotere friksjonsfritt om akslingen som går gjennom hjulets massesenter. I oppgave 4 – 6 antar vi at det er tilstrekkelig friksjon mellom snora og hjulet til at snora ikke glir på hjulet. I oppgave 7 antar vi null friksjon mellom snor og hjul. Tyngdens akselerasjon er  $g$ .

4) Hva kan du si om snordragene  $S_1$  og  $S_2$ ?

Netto dreiemoment på hjulet er  $S_1 R - S_2 R$  og gir rotasjon mot klokka hvis  $S_1 > S_2$ . Og med  $m_1 > m_2$  må vi jo få rotasjon mot klokka.

B)  $S_1 > S_2$

5) Ved å måle loddenes hastighet  $(\pm)v$  kan du umiddelbart slå fast at hjulet roterer med vinkelhastighet

Når snora ikke glir på hjulet har vi "rullebetingelsen"  $v = \omega R$ .

B)  $v/R$

---

6) Hva er nå systemets totale dreieimpuls relativt hjulets massesenter?

Hjulet har indre dreieimpuls (spinn) mhp CM  $L_{\text{hjul}} = I_0\omega = MR^2 v/R = MRv$ . De to loddene har banedreieimpuls mhp CM hhv  $L_1 = m_1 Rv$  og  $L_2 = m_2 Rv$ . Alle bidrar med samme fortegn, dvs som vektorer  $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$  peker alle tre ut av planet. Dermed:  $L = MRv + m_1 Rv + m_2 Rv = (M + m_1 + m_2)Rv$ .

A)  $(M + m_1 + m_2)vR$

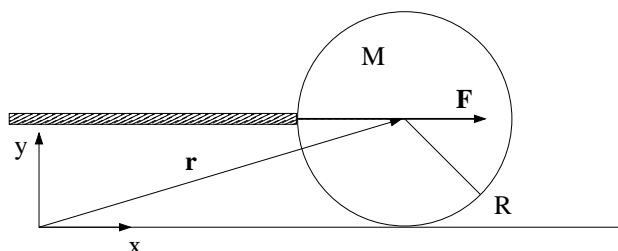
---

7) Anta nå null friksjon mellom snor og hjul, og la  $\beta < 1$  betegne forholdet mellom de to loddenes masser, dvs  $\beta = m_2/m_1$ . Hva blir da loddenes akselerasjon  $a$ ?

Uten friksjon mellom snor og hjul blir snordraget  $S$  likt i hele snora. N2 gir da  $m_1 g - S = m_1 a$  og  $S - m_2 g = m_2 a$ , med positiv retning nedover for  $m_1$  og oppover for  $m_2$  (siden vi vet hvilken vei de to vil bevege seg). Addisjon av disse to eliminerer  $S$  og gir  $(m_1 - m_2)g = (m_1 + m_2)a$ , dvs  $a = g(m_1 - m_2)/(m_1 + m_2) = g(1 - \beta)/(1 + \beta)$ .

D)  $a = g(1 - \beta)/(1 + \beta)$

---



Ei snookerkule med masse  $M$  og radius  $R$  får et kraftig, men kortvarig støt av en horisontal kø (stav). Kulas treghetsmoment relativt en akse gjennom dens massesenter er  $I_0 = 2MR^2/5$ . Vi legger et koordinatsystem  $xyz$  med origo på bordflata og  $xy$ -planet lik vertikalplanet gjennom kulas massesenter. Køen treffer kula (som ligger i ro) i  $xy$ -planet med en kraft  $F$  i  $x$ -retning. Treffpunktet er i samme høyde som massesenteret, se figuren. Støtet er så kraftig og så kortvarig at vi under selve støtet kan neglisjere innvirkningen av friksjonskraften  $f$  fra snookerbordet. Etter støtet, derimot, kan  $f$  generelt ikke neglisjeres. (Men vi ser bort fra luftmotstand.) Oppgavene 8 – 10 er knyttet til denne figuren.

---

8) Anta at kula har masse 167 gram, og at det virker en konstant kraft på 500 N i støtet, som varer i 1 millisekund. Hva blir da kulas hastighet umiddelbart etter at støtet er fullført?

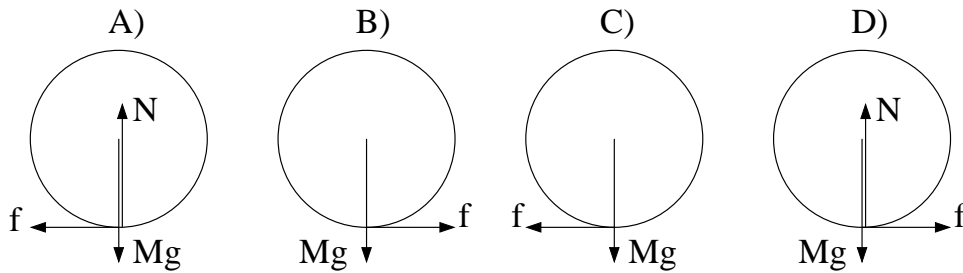
N2:  $F = \Delta p/\Delta t = MV_0/\Delta t \Rightarrow V_0 = F\Delta t/M = 500 \cdot 0.001/0.167 = 3 \text{ m/s}$ .

D) 3.0 m/s

---

9) Hvilken figur viser kreftene på kula like etter at støtet er fullført?

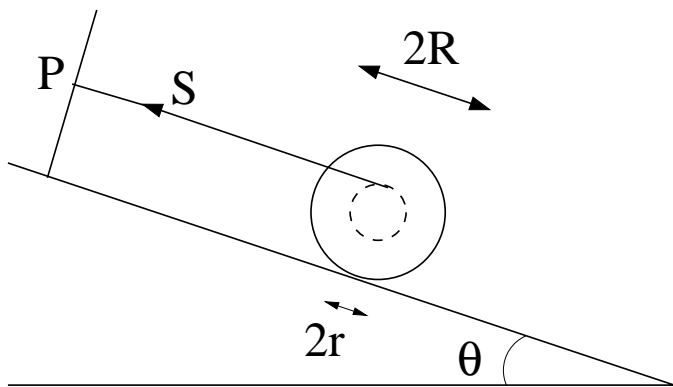
Mhp CM er  $\tau = 0$  i selve støtet, slik at kula glir uten å rulle i starten. Dermed må friksjonskraften  $f$  virke mot venstre, og figur A blir riktig.



10) Etter at støtet er fullført, er kulas dreieimpuls relativt origo,  $L = MRV + I_0\omega$ , bevart. Her er  $V$  og  $\omega$  hhv kulas hastighet og vinkelhastighet. Like etter støtet glir kula med hastighet  $V_0$ , uten å rotere. Hva er kulas hastighet når ren rulling er oppnådd?

Vi bruker dreieimpulsbevarelse:  $MRV_0 = MRV + I_0\omega$  som med ren rulling ( $V = \omega R$ ) og oppgitt treghetsmoment  $I_0$  gir  $MRV_0 = MRV + 2MRV/5 = 7MRV/5$ , dvs  $V = 5V_0/7$ .

D)  $5V_0/7$



Ei snelle, dvs to skiver med radius  $R$  forbundet med en aksling med radius  $r < R$ , ligger på et skråplan med helningsvinkel  $\theta$ . Ei snor er viklet om akslingen, og strukket parallellt med skråplanet til et festepunkt  $P$  som vist i figuren. Snellas treghetsmoment om akslingen er  $I_0$ , massen er  $M$ , statisk friksjonskoeffisient mot skråplanet er  $\mu_s$ , og kinetisk friksjonskoeffisient er  $\mu_k$ , der  $\mu_k < \mu_s$ . Oppgavene 11 – 13 er knyttet til denne figuren.

11) Med snella liggende i ro på skråplanet, hvilke tre ligninger fastlegger snordraget  $S$ , og friksjonskraften  $f$  og normalkraften  $N$  fra skråplanet på snella?

N1 normalt skråplanet gir  $N = Mg \cos \theta$  (som gjør A og D utelukket). N1 langs skråplanet gir  $f + S = Mg \sin \theta$  (som gjør C og D utelukket). N1 for rotasjon om CM gir  $fR = Sr$ . Dermed B.

B)  $\cos \theta = N/Mg,$        $\sin \theta = (f + S)/Mg,$        $r/R = f/S$

12) Hvilken fjerde ligning bidrar til å fastlegge  $\theta_0$ , dvs den maksimale skråplanvinkelen før snella begynner å slure nedover skråplanet?

Ved  $\theta_0$  har friksjonskraften  $f$  blitt maksimal:  $f = f_{\max} = \mu_s N = \mu_s Mg \cos \theta_0$ , dvs D.

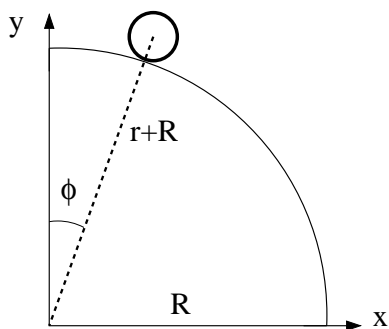
D)  $\cos \theta_0 = f/\mu_s Mg$

13) Hvis  $\theta > \theta_0$ , vil snella slure nedover skråplanet. Hva blir sammenhengen mellom snellas lineære aksele-

rasjon  $a$  og snellas vinkelakselerasjon  $\alpha$ ?

Her blir "rullebetingelsen"  $v = \omega r$ , dvs  $a = \alpha r$ .

A)  $a = \alpha r$



$i$	$t_i$ (ms)	$x_i$ (mm)	$y_i$ (mm)
1	0	130	792
2	33	140	791
3	67	151	789
4	100	163	786
5	133	176	783
6	167	190	780
7	200	206	776
8	233	222	771
9	267	241	766
10	300	261	759

Tabellen viser posisjon  $(x, y)$ , målt i enheten millimeter (mm), og tid  $t$ , målt i enheten millisekunder (ms), for massesenteret til en hul messingsylinder (dvs et "sylinderskall") som ruller på utsiden av en kvartsirkel med radius  $R$ . Sylinderen har indre radius 17 mm og ytre radius  $r = 19$  mm, samt masse  $m$ . Oppgavene 14 – 19 er knyttet til denne figuren og tabellen.

14) Kvartsirkelens radius  $R$  er ca

Pythagoras gir  $(r + R)^2 = x^2 + y^2$  og med f.eks  $i = 1$  er høyre side lik  $130^2 + 792^2 = 644164 \text{ mm}^2$ . Dermed:  $R = \sqrt{644164} - r = 802.6 - 19 = 782.6 \simeq 784 \text{ mm}$ .

C) 784 mm

15) Et rimelig estimat for messingsylinderens treghetsmoment med hensyn på sylinderens symmetriakse gjennom dens massesenter er

Indre og ytre radius hhv 17 og  $r = 19$  mm betyr at treghetsmomentet må bli litt mindre enn  $mr^2$ .

C)  $I_0 = 0.9mr^2$

16) Sylinderens hastighet ved  $t = t_7 = 0.200$  s er omtrent

Hastigheten  $v_7$  kan baseres på forflytningen fra 6 til 7, fra 6 til 8 eller fra 7 til 8. Alle tre gir omtrent samme svar. Så f.eks:  $v_{7x} = (x_8 - x_6)/2\Delta t$ , tilsvarende for  $v_{7y}$ , og  $v_7 = \sqrt{v_{7x}^2 + v_{7y}^2} \simeq 0.50 \text{ m/s}$ .

B) 0.50 m/s

17) Med konstant tidsintervall  $\Delta t = t_{i+1} - t_i$  kan sylinderens akselerasjon  $a_i$  ved tidspunktet  $t_i$  tilnærmes med algoritmen ("oppskriften")

Bare A og B er aktuelle, siden C og D har feil enhet (m/s og ikke m/s<sup>2</sup>). Alternativ B kan umulig gi en akselerasjon, siden de tre involverte posisjonene alle legges sammen. dermed er A eneste mulighet:  $a_i = (v_{i+1/2} - v_{i-1/2})/\Delta t$  og  $v_{i+1/2} = (x_{i+1} - x_i)/\Delta t$  osv gir detaljene.

$$A) a_i = \frac{\sqrt{(x_{i+1} + x_{i-1} - 2x_i)^2 + (y_{i+1} + y_{i-1} - 2y_i)^2}}{(\Delta t)^2}$$

18) Hvor, angitt ved vinkelen  $\phi$  i grader, er sylinderen ved  $t = t_{10} = 0.300$  s?

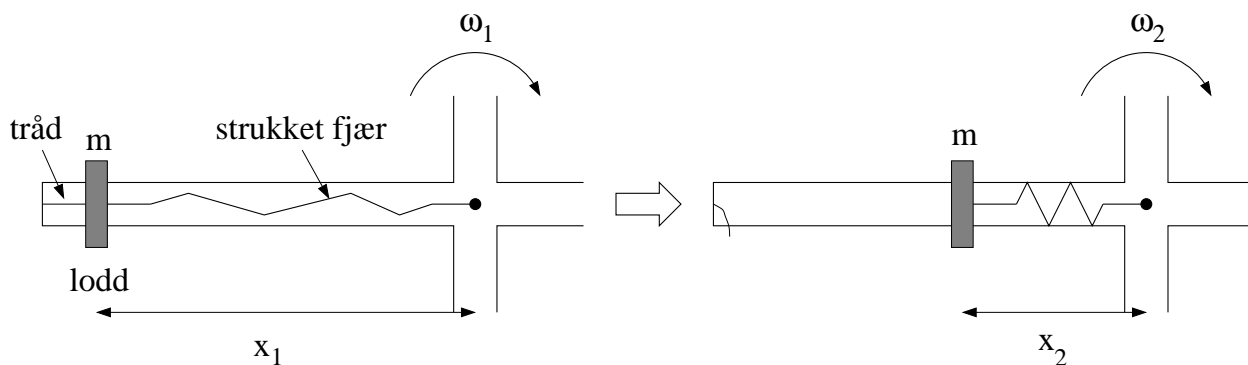
$$\tan \phi_{10} = x_{10}/y_{10} = 261/759 \rightarrow \phi_{10} = 19^\circ.$$

B) 19°

19) Sylinderen ble startet på toppen, ved  $\phi \simeq 0^\circ$  med hastighet  $v \simeq 0$ . Hva er da korrekt kvalitativ beskrivelse av sylindereens bevegelse nedover kvartsirkelen, fra  $y \simeq r + R$  til  $y = 0$ ?

Kun friksjonskraften  $f$  har dreiemoment mhp sylindereens CM. Ren rulling fordrer  $\omega = v/r$ , dvs  $\alpha = a/r$ . Her blir  $a$  stadig større, siden tyngdens komponent langs banen stadig øker, mens normalkraften  $N$  blir stadig mindre, dvs  $f_{\max} = \mu_s N$  blir stadig mindre. Når påkrevd  $f$  blir større enn  $\mu_s N$ , inntreer sluring. Etter hvert blir total kraft normalt underlaget for liten til å tilsvare masse ganget med sentripetalakselerasjon, og sylindereen mister kontakten med underlaget, dvs bevegelsen går over i et skrått kast.

B) Ren rulling etterfulgt av sluring etterfulgt av "skrått kast"-bevegelse.



Figuren over viser den ene av fire like stenger på et roterende aksekorset, sett ovenfra og ned. Aksekorset har treghetsmoment  $I_0$  med hensyn på vertikalaksen gjennom aksekorsets massesenter (markert med en liten svart sirkel). På hver av aksekorsets fire stenger er et lite lodd med masse  $m$  i utgangspunktet festet med en tynn tråd til stangas ytterste ende, samt til ei strukket fjær, som igjen er festet til rotasjonsaksen. (Figuren til venstre.) Tråd og fjær er tilnærmet masseløse. Før trådene kuttes roterer systemet med vinkelhastighet  $\omega_1$ , med de fire loddene i avstand  $x_1$  fra rotasjonsaksen. Når de fire trådene kuttes, trekkes loddene innover av hver sin fjær, til den nye likevektsavstanden  $x_2$  fra rotasjonsaksen. (Figur til høyre.) Systemet roterer nå med vinkelhastighet  $\omega_2$ . Oppgavene 20 og 21 er relatert til dette eksperimentet.

20) Hva er forholdet  $\omega_2/\omega_1$  mellom vinkelhastighetene i slutt-tilstand og start-tilstand?

Dreieimpulsen relativt et punkt på rotasjonsaksen er bevart:

$$I_1\omega_1 = I_2\omega_2,$$

med  $I_j = I_0 + 4mx_j^2$ . Dermed:

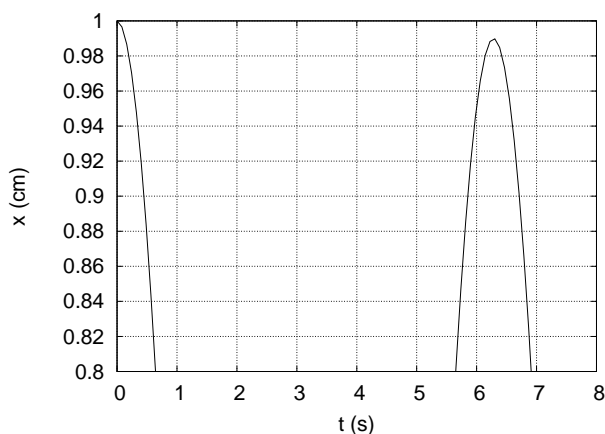
$$C) \omega_2/\omega_1 = I_1/I_2 = (I_0 + 4mx_1^2)/(I_0 + 4mx_2^2)$$

21) Hva er forholdet  $K_2/K_1$  mellom kinetisk rotasjonsenergi i slutt-tilstand og start-tilstand?

Kinetisk rotasjonsenergi er  $K_j = I_j\omega_j^2/2$ , slik at

$$K_2/K_1 = (I_2/I_1) \cdot (\omega_2/\omega_1)^2 = (I_2/I_1) \cdot (I_1/I_2)^2 = I_1/I_2.$$

$$C) K_2/K_1 = (I_0 + 4mx_1^2)/(I_0 + 4mx_2^2)$$



22) Et svakt dempet mekanisk svingesystem svinger upåvirket av ytre krefter med et utsving som beskrives av funksjonen

$$x(t) = Ae^{-\gamma t} \cos \omega t,$$

med  $A = 1.0$  cm. Figuren til venstre viser (deler av)  $x(t)$  de første 8 sekundene av svingeforløpet (der 8 sekunder tilsvarer noe mer enn en hel periode). Dersom dette systemet ble påvirket av en ytre

harmonisk kraft, ville utsvingsamplituden plottet som funksjon av frekvensen  $\Omega$  til den ytre kraften bli en resonanskurve, med maksimal amplitude når  $\Omega \simeq \omega_0$ , der  $\omega_0$  er svingesystemets egenfrekvens. Med svak demping blir resonanstoppen relativt smal, med halvverdibredde  $\Delta\omega \simeq 2\gamma$ . Med utgangspunkt i figuren over, hvor stor er omtrent resonanskurvens  $Q$ -faktor, definert som  $Q = \omega_0/\Delta\omega$ ?

Fra grafen ser vi at perioden er (ca)  $T = 6.3$  s, slik at  $\omega = 1 \text{ s}^{-1}$ . Etter 1 periode er amplituden 0.99. Dermed har vi

$$e^{-\gamma T} = 0.99,$$

dvs

$$\gamma T = -\ln 0.99.$$

Med svak demping er  $\omega_0 \simeq \omega$  slik at

$$Q \simeq \omega/\Delta\omega = (2\pi/T)/(2\gamma) = \pi/\gamma T = -\pi/\ln 0.99 \simeq 313.$$

D) 313

23) En personbil med masse 1200 kg kolliderer fullstendig uelastisk med en lastebil som står i ro. (Dvs, bil og lastebil henger sammen etter kollisjonen.) Lastebilen har masse 6000 kg. Hvor stor andel av den kinetiske energien går tapt i denne kollisjonen? (Dvs  $(K_{\text{før}} - K_{\text{etter}})/K_{\text{før}}$ .) Se bort fra friksjonskrefter fra bakken i løpet av kollisjonen.

La  $m$  og  $M$  være massen til hhv bil og lastebil, mens  $v$  og  $v'$  er hhv bilens hastighet før kollisjon og kjøretøyenes felles hastighet etter kollisjon. Vi har impulsbevarelse, slik at

$$mv = (m + M)v' \Rightarrow v' = mv/(m + M).$$

Kinetisk energi før kollisjon:

$$K = \frac{1}{2}mv^2.$$

Etter kollisjon:

$$K' = \frac{1}{2}(m + M)(v')^2 = \frac{1}{2}mv^2 \frac{m}{m + M}.$$

Dermed:

$$\frac{K - K'}{K} = 1 - K'/K = 1 - m/(m + M) = M/(m + M),$$

dvs 6000/7200, som er ca 0.83.

C) 83%



24) Et sykkelhjul med masse  $M$ , radius  $R$  og treghetsmoment  $I_0 = MR^2$  (mhp akslingen gjennom hjulets massesenter) settes i rask rotasjon med vinkelhastighet  $\omega$ . Det roterende hjulet henges opp i ei snor festet til akslingen i avstand  $r$  fra hjulets massesenter, som vist i figuren over til venstre. Som en følge av tyngdekraftens dreiemoment  $\tau = Mgr$  relativt snoras festepunkt (A) preseserer hjulet (langsomt) om vertikalaksen med vinkelhastighet  $\Omega$ . Hva blir  $\Omega$ ? Tips: Benytt N2 for rotasjon ( $\tau = \Delta L/\Delta t$ , "spinnnsatsen"),  $L = I_0\omega$ , samt figuren over til høyre.

Fra figuren til høyre ser vi at  $\Delta\phi = \Delta L/L$  (vinkel = buelengde dividert med radius). Fra N2 for rotasjon har vi  $\Delta L = \tau\Delta t = Mgr\Delta t$ . Dermed:

$$\Omega = \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \frac{Mgr}{I_0\omega} = \frac{gr}{R^2\omega}.$$

A)  $gr/\omega R^2$

25) En fallskjermhopper utsettes for friksjonskraften (luftmotstanden)  $f = -Dv^2$ , der  $D$  er en konstant. Hopper med fallskjerm har total masse  $m$ , og tyngdens akselerasjon er  $g$ . Hvilken differensialligning bestemmer da fallskjermhopperens hastighet  $v(t)$ ?

N2:  $mg - Dv^2 = ma = m dv/dt$ . Multiplikasjon med  $g dt$  og divisjon med  $mg - Dv^2$  på begge sider gir

$$D) \frac{dv}{1 - Dv^2/mg} = g dt$$

26) Hvor stort volum opptar et mol av en ideell gass ved atmosfæretrykk (101 kPa) og god og lun romtemperatur (300 K)?

For et mol ideell gass er  $pV = RT$ , dvs

$$V = 8.314 \cdot 300 / (101 \cdot 10^3) \simeq 24.7 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = 24.7 \text{ L}.$$

C) 24.7 L

---

27) Jernbanen i Norge er ca 4000 km lang. Omtrent hvor mye lenger er den om sommeren enn om vinteren? Anta en temperaturforskjell på 20 grader. Lengdeutvidelseskoeffisienten for stål er  $1.1 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ .

$$\alpha = (\Delta L/L)/\Delta T \Rightarrow \Delta L = \alpha L \Delta T = 1.1 \cdot 10^{-5} \cdot 4000 \cdot 20 \simeq 0.88 \text{ km}.$$

D) 0.88 km

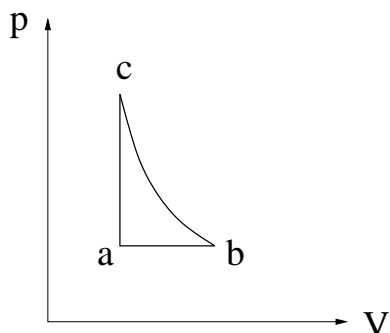
---

28) Hva er et rimelig estimat for antall molekyler i lufta på soverommet ditt? Anta  $3 \text{ m} \times 3 \text{ m} \times 2.4 \text{ m}$ .

$$V = 21.6 \text{ m}^3, \text{ slik at } N = pV/k_B T \simeq 10^5 \cdot 21.6 / (1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 300) \simeq 5 \cdot 10^{26}.$$

B)  $5 \cdot 10^{26}$

---



29) Figuren viser en reversibel kretsprosess for en ideell gass, bestående av en isobar, en isokor og en isentropisk (adiabatisk) prosess. Ranger temperaturene  $T_a$ ,  $T_b$  og  $T_c$  i de tre hjørnene merket hhv  $a$ ,  $b$  og  $c$ .

Adiabat brattere enn isoterm, dvs  $T_b < T_c$ . Videre er  $T_a$  åpenbart minst.

D)  $T_a < T_b < T_c$

---

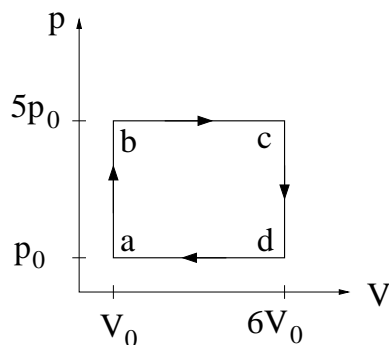
30) Et ideelt "Carnot-kjøleskap" holder konstant temperatur  $4^\circ\text{C}$  ("lavtemperaturreervoaret") i et kjellerrom der temperaturen er  $13^\circ\text{C}$  ("høytemperaturreervoaret"). Hva er kjøleskapets effektfaktor, dvs forholdet mellom varmen som trekkes ut av kjøleskapet og arbeidet som kjøleskapets motor må utføre? (Tips: For syklisk reversibel prosess er  $\Delta S = 0$  og  $\Delta U = 0$ .)

$$\varepsilon_K = |Q_1/W| = |Q_1/(Q_1 + Q_2)|. \text{ Vi bruker at } Q_1/T_1 + Q_2/T_2 = 0, \text{ dvs } Q_2 = -Q_1 T_2/T_1, \text{ som innsatt i uttrykket for } \varepsilon_K \text{ gir } \varepsilon_K = |T_1/(T_1 - T_2)| = 277/9 \simeq 31.$$

D) Ca 31

---





31) Figuren viser en kretsprosess for et mol ideell gass, med  $p_0 = 1 \text{ atm}$  og  $V_0 = 5 \text{ L}$ . Omlag hvor stort arbeid utfører gassen pr syklus?

$$W = 4p_0 \cdot 5V_0 = 20 \cdot 10^5 \cdot 5 \cdot 10^{-3} = 10^4 = 10 \text{ kJ}.$$

C) 10 kJ

32) Ranger temperaturene i de fire hjørnene av kretsprosessen i oppgave 31.

$T_a$  er minst,  $T_c$  er størst. Siden  $T$  er proporsjonal med  $pV$ , er  $T_b/T_d = p_b V_b / p_d V_d = 5/6$ , dvs  $T_b < T_d$ .

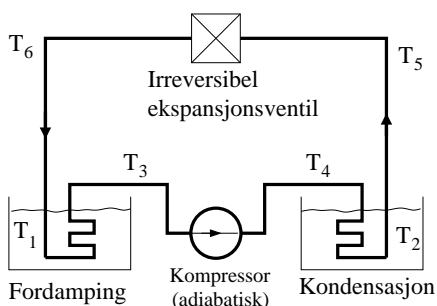
B)  $T_a < T_b < T_d < T_c$

33) Dersom gassen i oppgave 31 hadde ekspandert isotermt fra tilstand  $b$  til en tilstand med trykk  $p_0$ , og deretter blitt komprimert ved konstant trykk tilbake til tilstand  $a$  og så varmet opp ved konstant volum til tilstand  $b$  osv, omtrent hvor stort arbeid ville gassen da ha utført pr syklus?

Siden  $p_b V_b = 5p_0 V_0$ , har vi her en isoterm ekspansjon fra tilstand  $b$  til en tilstand med trykk  $p_0$  og volum  $5V_0$ . Arbeidet blir dermed

$$\begin{aligned} W &= \int_{V_0}^{5V_0} p dV - 4p_0 V_0 = \int_{V_0}^{5V_0} \frac{5p_0 V_0}{V} dV - 4p_0 V_0 \\ &= 5p_0 V_0 \ln 5 - 4p_0 V_0 = 500 \cdot (5 \ln 5 - 4) \\ &\simeq 2.0 \cdot 10^3 = 2.0 \text{ kJ} \end{aligned}$$

C) 2.0 kJ



”Systemet” i varmepumpa (evt kjøleskapet) til venstre er et ”kjølefluid” som sirkulerer i rørsystemet og veksler mellom å være i væskeform og gassform. Varmereservoarene er angitt med temperaturene  $T_1$  (kaldt) og  $T_2 > T_1$  (varmt). Oppgavene 34 og 35 er knyttet til denne figuren.

34) Hvor avgir og/eller mottar systemet varme fra omgivelsene?

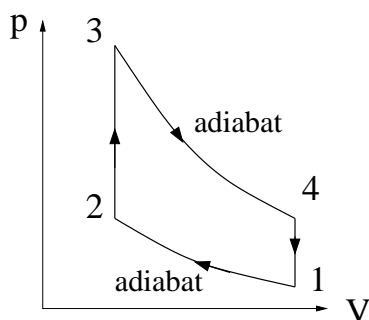
Fordamping ved  $T_1$ , så her mottas varme. Kondensasjon ved  $T_2$ , så her avgis varme.

A) Avgir ved  $T_2$  og mottar ved  $T_1$ .

35) Ranger temperaturene  $T_1, T_2, T_4$  og  $T_6$ . (Du kan anta at  $T_3 \simeq T_1$  og at  $T_5 \simeq T_2$ .)

Adiabatisk kompresjon betyr temperaturøkning (adiabat brattere enn isoterm), dvs  $T_4 > T_3 \simeq T_1$ . (Dermed er A og C uaktuelle.) Videre er det klart at  $T_6 < T_1$  siden kjølemediet fordampes når det passerer ved  $T_1$ , Dermed er B uaktuell og D det riktige svaret.

D)  $T_4 > T_2 > T_1 > T_6$



36) Figuren viser en Otto-syklus, dvs en reversibel idealisering av en 4-takts bensinmotor. Temperaturen i hjørnene 1 – 4 er hhv  $T_1 - T_4$ . Hva kan du si om virkningsgraden  $\eta_O$  til denne prosessen, i forhold til størrelsen  $1 - T_1/T_3$ ? (Tips:  $T_1$  og  $T_3$  er hhv prosessens minimale og maksimale temperatur.)

I denne syklusen er  $T_3$  maksimal og  $T_1$  minimal temperatur. Hvis dette hadde vært en Carnot-prosess mellom to varme-reservoar ved temperaturer  $T_3$  og  $T_1$ , ville virkningsgraden ha vært  $\eta_C = 1 - T_1/T_3$ . Otto-syklusen kan ikke ha så stor virkningsgrad, slik at  $\eta_O < \eta_C$ . ( $\eta_O = 1 - T_4/T_3$ .)

A)  $\eta_O < 1 - T_1/T_3$

37) Bensin/luft-blandingen i oppgave 36 har varmekapasitet  $C_V$  (ved konstant volum). Hva blir da arbeidet utført av bensin/luft-blandingen pr syklus av Otto-prosessen?

$\Delta U = 0$  for hel syklus, slik at

$$W = Q_{23} + Q_{41} = C_V(T_3 - T_2) + C_V(T_1 - T_4) = C_V(T_1 - T_2 + T_3 - T_4).$$

C)  $C_V(T_1 - T_2 + T_3 - T_4)$

38) Argon er en enatomig gass (dvs enkeltatomer) med atomdiameter ca 0.38 nm. Hvor stor andel av tilgjengelig volum okkuperer da argonatomene ved romtemperatur (300 K) og trykk  $10^{-3}$  Pa (et ikke unormalt trykk i et elektronmikroskop, og blant folk som driver med overflatefysikk)? (Det oppgis at kuler har volum  $4\pi r^3/3$ .)

Tilgjengelig volum pr atom:

$$k_B T/p = 1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 300/10^{-3} = 4.14 \cdot 10^{-18} \text{ m}^3.$$

Okkupert volum pr atom:

$$(4\pi/3) \cdot (0.38 \cdot 10^{-9}/2)^3 = 2.87 \cdot 10^{-29} \text{ m}^3.$$

Volumandel okkupert:

$$(2.87 \cdot 10^{-29})/(4.14 \cdot 10^{-18}) \simeq 7 \cdot 10^{-12}.$$

C)  $7 \cdot 10^{-12}$

39) Argon har atomnummer 18, og i tillegg til de 18 protonene er det 22 nøytroner i atomkjernen. (Den mest vanlige isotopen, som utgjør ca 99.6%.) Hva blir da (omtrent) midlere partikkelhastighet  $\langle v \rangle$  i en argongass ved termodynamiske betingelser som i oppgave 38?

Fra kinetisk gassteori er  $\langle K \rangle = 3k_B T/2$ , slik at

$$\sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{\frac{3k_B T}{m}}.$$

Her er  $m = 40u = 40 \cdot 1.67 \cdot 10^{-27} \simeq 6.7 \cdot 10^{-26}$  kg, så ved 300 K blir  $v_{\text{rms}} \simeq 430$  m/s. Andre tallfaktorer enn  $\sqrt{3}$ , av størrelsesorden 1, gir hastigheter som uansett ikke gir grunnlag for annet enn alternativ B.

B) 400 m/s

40) Hydrogenmolekylet,  $\text{H}_2$ , har mulige ("tillatte") rotasjonsenergier

$$K_{\text{rot}}^{(l)} = \frac{l(l+1)\hbar^2}{2I_0}, \quad l = 0, 1, 2, 3, \dots$$

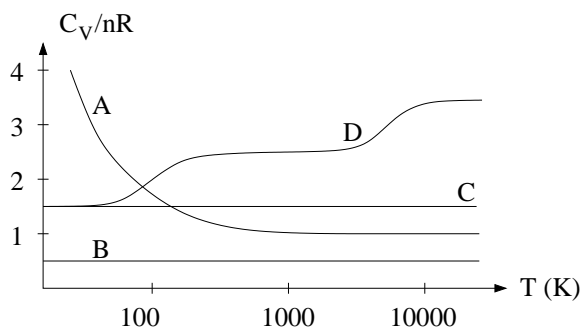
Her er  $\hbar = h/2\pi \simeq 1.05 \cdot 10^{-34}$  Js ( $h$  = Plancks konstant), og  $I_0 = md^2/2$  er molekylets treghetsmoment med hensyn på akser som står normalt på molekylets sylinder-symmetriakse, og som passerer gjennom molekylets massesenter. For hydrogenmolekylet er  $\hbar^2/I_0 \simeq 15$  meV. Det oppgis dessuten at  $k_B \simeq 0.086$  meV/K. La  $\pi_l$  være sannsynligheten for at et gitt molekyl er i "rotasjonstilstand"  $l$ , med rotasjonsenergi  $K_{\text{rot}}^{(l)}$ . Hva er da forholdet  $\pi_1/\pi_0$  ved temperatur 77 K (flytende nitrogen)?

I hver enkelt sannsynlighet  $\pi_l$  inngår den inverse partisjonsfunksjonen, men i forholdet mellom to sannsynligheter kanselleres denne bort:

$$\begin{aligned} \pi_1/\pi_0 &= \exp\left(-\frac{\hbar^2/I_0}{k_B T}\right) \\ &= \exp\left(-\frac{15}{0.086 \cdot 77}\right) \simeq \exp(-2.265) \simeq 0.1 \end{aligned}$$

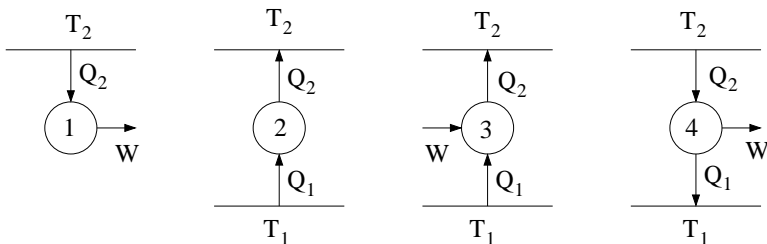
Dette indikerer at rotasjonsfrihetsgradene i hydrogenmolekylet begynner å våkne til liv ved omtrent denne temperaturen.

B) ca 0.1



41) Hvilken kurve viser molar varmekapasitet  $C_V/nR$  som funksjon av temperaturen  $T$ , for hydrogen-gass ( $\text{H}_2$ )? ( $R$  = gasskonstanten)

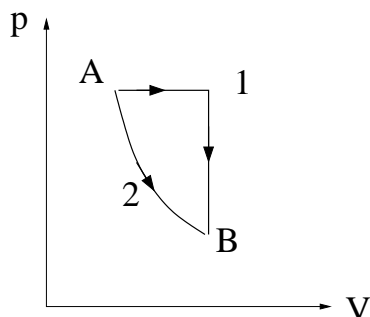
Rotasjons- og vibrasjonsfrihetsgradene "våkner" med økende temperatur, noe som gir en overgang fra  $3/2$  via  $5/2$  til  $7/2$ , som i kurve D.



42) I figurene til venstre angir  $T_1$  og  $T_2 > T_1$  varmereservoarer,  $Q_1$  og  $Q_2$  angir varme hentet fra eller avgitt til hhv det kalde og det varme reservoaret, og  $W$  angir arbeid utført av eller på systemet. Hvilken (eventuelt hvilke) prosess(er) er *ikke* mulig(e) i henhold til termodynamikkens 2. lov?

1 og 2 er ikke mulige prosesser. 3 er varmpumpe/kjøleskap og 4 er varmekraftmaskin.

A) 1 og 2



43) Et system kan bringes reversibelt fra tilstand A til tilstand B på to ulike måter: Ved hjelp av en kombinasjon av en isobar og en isokor prosess (1) eller via en isoterm prosess (2). Systemets entropiendring er  $S_1$  for prosess 1 og  $S_2$  for prosess 2. Da er

Entropien  $S$  er en tilstandsfunksjon. Dermed:

A)  $S_1 = S_2$

44) I en ideell gass ved normale termodynamiske betingelser er varmekapasiteten pr partikkel av størrelsesorden

C)  $k_B$

45) To mol ideell gass er innestengt i en varmeisolert beholder med volum 10 L. En vegg fjernes hurtig, slik at gassen utvider seg isotermt (og irreversibelt), til et volum 25 L. Hva blir endringen  $\Delta S$  i gassens entropi? (Oppgitt: Isoterm entropiendring er  $dS = (\partial p / \partial T)_V dV$ )

$\partial p / \partial T = Nk_B / V$  for ideell gass, slik at

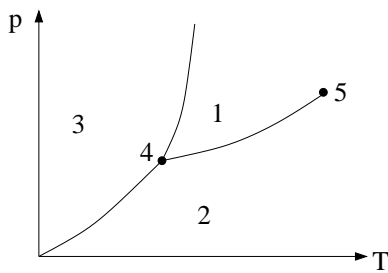
$$\begin{aligned} \Delta S &= \int_{10}^{25} \frac{Nk_B}{V} dV = Nk_B \ln 2.5 \\ &= nR \ln 2.5 = 2 \cdot 8.314 \cdot \ln 2.5 \simeq 15.2 \text{ J/K.} \end{aligned}$$

A)  $\Delta S = 15.2 \text{ J/K}$

46) Planeten Mars har en atmosfære som gir et gjennomsnittlig trykk ved overflaten på beskjedne 600 Pa, like i underkant av damptrykket ved vannets trippelpunkt. Hvor ville du da kunne ha håp om å finne vann i flytende form (dvs væskefase) på planeten Mars?

Vi må lete på steder der (total-)trykket er større enn damptrykket ved vannets trippelpunkt, dvs vi må ha en høyere gass-søyle enn den gjennomsnittlige. Da må vi lenger ned, dvs ned i dype kratere.

A) I dype kratere.

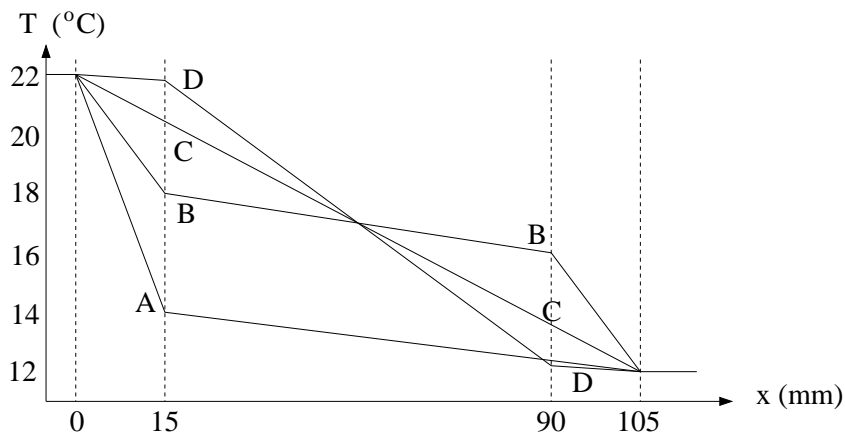


47) Figuren viser et fasediagram i  $(p, T)$ -planet for et rent stoff. De ulike fasene er angitt (1, 2, 3), sammen med spesielle punkter (4, 5) på koeksistenslinjene. Hvilket svaralternativ angir riktige faser, og punkter ved koeksistens?

B) 3 = fast stoff, 1 = væske, 2 = gass, 4 = trippelpunkt, 5 = kritisk punkt

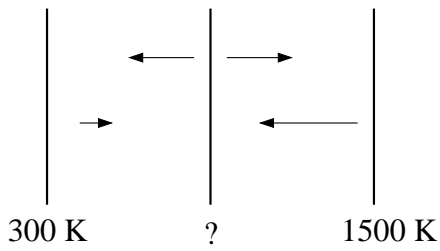
48) Hva forstår vi med begrepet konveksjon?

B) Varmetransport pga strømning.



49) En vegg mellom ei stue og et soverom har 15 mm tykke gipsplater på begge sider av et 75 mm tykt lag med glassvatt ("glava"). Gipsplater isolerer godt mot *lyd* og hemmer spredning av brann, men isolerer *dårlig* mot varmeledning:  $\kappa_{\text{gips}} = 0.25$  W/m K, mens  $\kappa_{\text{glava}} = 0.035$  W/m K. Hvilken kurve viser da korrekt temperaturprofil gjennom veggens stasjonære (dvs tidsuavhengige) forhold og stuetemperatur (for  $x < 0$ ) og soveromstemperatur (for  $x > 105$  mm) hhv  $22^\circ\text{C}$  og  $12^\circ\text{C}$ ?

Med  $0.25/0.035 \simeq 7$  ganger større varmeledningsevne i gips enn i glava har vi ca 7 ganger mindre temperaturrendring pr lengdeenhet i gips enn i glava. Kurve D passer bra med dette.



50) To (tilnærmet uendelig) store parallelle metallplater holdes på fast temperatur hhv 300 K og 1500 K. (Disse platene kan med andre ord betraktes som to varmereservoarer.) En tredje metallplate settes inn mellom disse, som vist i figuren. Alle platene kan betraktes som perfekt svarte legemer som emitterer elektromagnetisk stråling ("varmestråling") i begge retninger. Det er vakuum i rommet mellom platene. Når stasjonære (dvs tidsuavhengige) forhold er etablert, hva er temperaturen på den midterste platen?

Ved stasjonære forhold er varmestrøm inn mot og ut fra midtplaten like store:

$$\sigma(T_1^4 + T_3^4) = 2\sigma T_2^4 \quad \Rightarrow \quad T_2 = ((T_1^4 + T_3^4)/2)^{1/4} = 1262 \text{ K.}$$

C) 1262 K