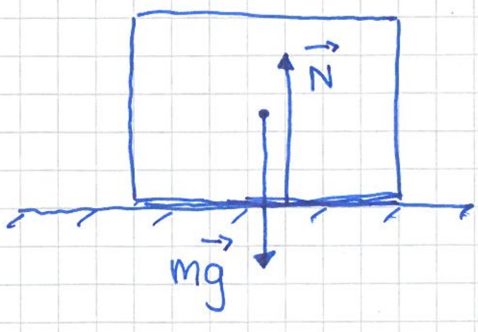
Coulombkrefter i mekanikken : Kontaktkrefter

[YF 4.1 ; TM 4.5 ; LL 3 ; HS 2.3]

Trykk-kraft (Normalkraft) :

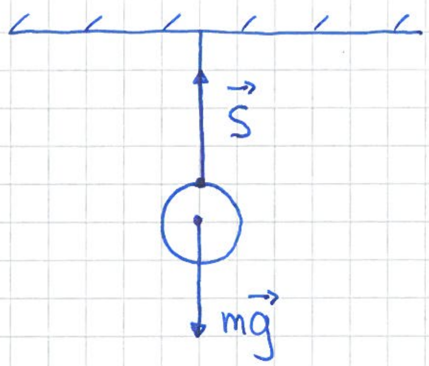


kloss i ro $\overset{N1}{\Longrightarrow}$ $N = mg$

Normalkraften N er netto frastøtende coulombkraft fra underlaget på klossen.

[Spm : Hva er <u>motkreftene</u> (N3 !) til $\vec{N}$ og $m\vec{g}$?]

Strekk-kraft (Snordrag):

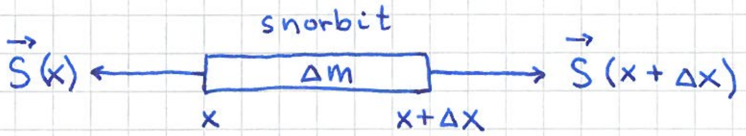


kule i ro $\xrightarrow{N1}$ $S = mg$

Snordraget S er netto tiltrekkende coulombkraft fra snora på kula

[Spm: Hva er motkraften til $\vec{S}$?]

Lett snor/stang antas ofte masseløs, $m_{snor} \approx 0$.

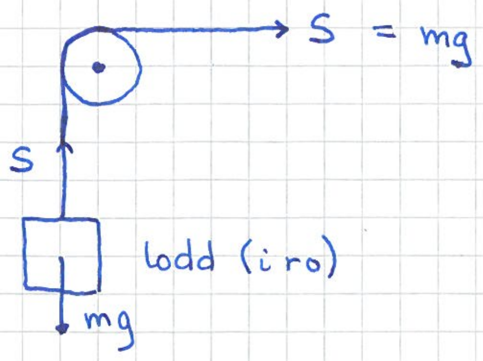


N2 : $\vec{S}(x+\Delta x) + \vec{S}(x) = \Delta m \cdot \vec{a}$

$\Rightarrow \vec{S}(x+\Delta x) = -\vec{S}(x)$ hvis $\Delta m = 0$ (og/eller $\vec{a} = 0$)

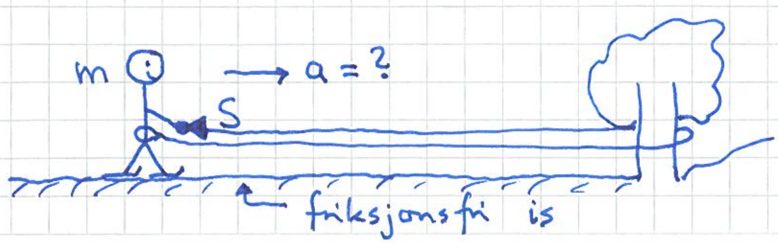
$\Rightarrow$ like stor $S = |\vec{S}|$ langs hele snora

Retningsendring med kant eller trinse :



[Spm: Hva hvis vi har friksjon mellom tau og trinse/sylinder?]

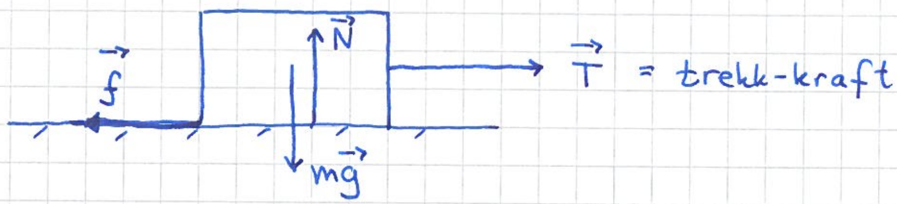
Spm:



Friksjon [YF 5.3 ; TM 5.1, 5.2 ; LL 3.1 ; HS 2.3]

coulombkraft / kontaktkraft $\vec{f}$ rettet mot (potensiell) relativ bevegelse

Tørr friksjon:



Statisk (kloss i ro): N1 $\Rightarrow$ $f = T$

Empirisk: $f_{max} = \mu_s N$

Kinetisk (kloss i bevegelse): $f = \mu_k N$

Friksjonskoeffisienter: μ_s, μ_k Enhet: $[\mu] = 1$

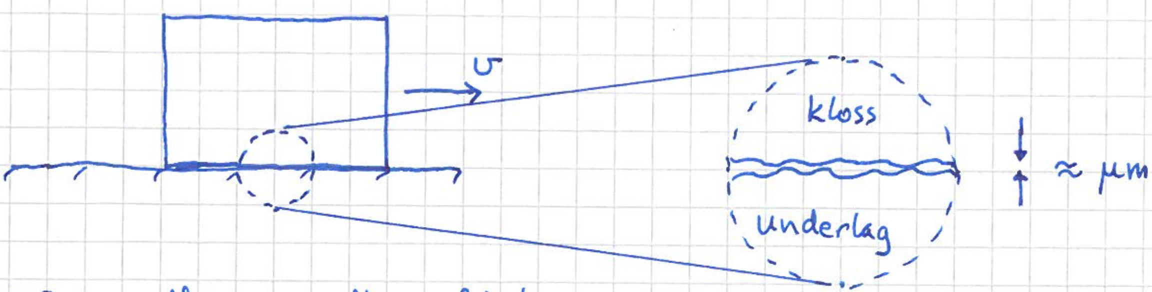
Noen tallverdier:

Tre mot tre: $\mu_s = 0.25 - 0.50$ $\mu_k \simeq 0.2$

Gummi mot tørr asfalt: $\mu_s \simeq 1.0$ $\mu_k \simeq 0.8$

—"— våt —"—: $\mu_s \simeq 0.3$ $\mu_k \simeq 0.25$

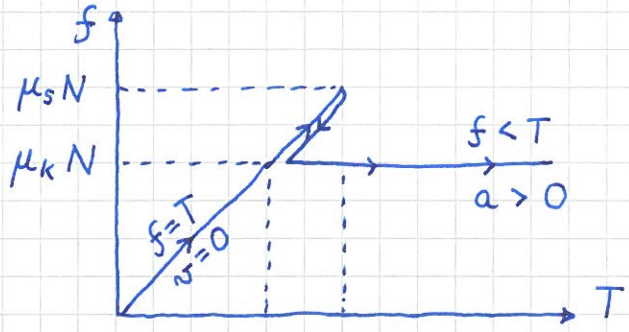
Hvorfor er $\mu_k < \mu_s$?



$v = 0$: godt grep mellom flatene

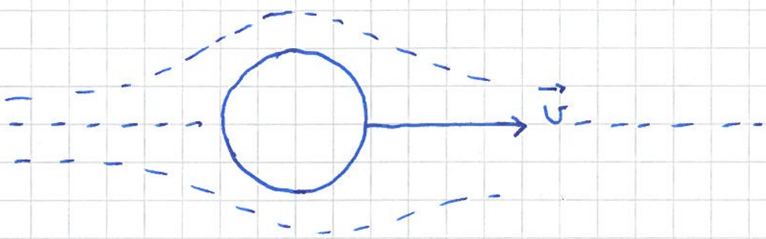
$v > 0$: "flyter" oppå

Dermed:



Friksjon i fluider (Våt friksjon)

[YF 5.3 ; TM 5.2 ; (LL 8) ; HS 2.3.4]



- liten v $\Rightarrow$ pen, laminær strømning av fluidet

$$\vec{f} = -k\vec{v} = -kv\,\hat{v}$$ [kan utledes fra Newtons lover]

Kule : $\vec{f} = -6\pi\eta R\vec{v}$ Stokes' lov (Lab nr 1)

R = kulas radius

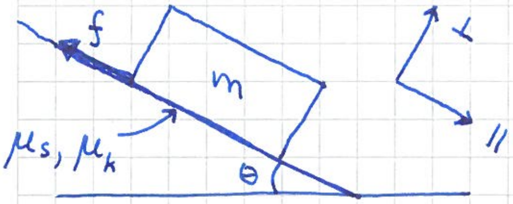
η = fluidets viskositet

- stor v $\Rightarrow$ turbulent strømning

$$\vec{f} = -Dv^2\,\hat{v}$$ (D for "drag")

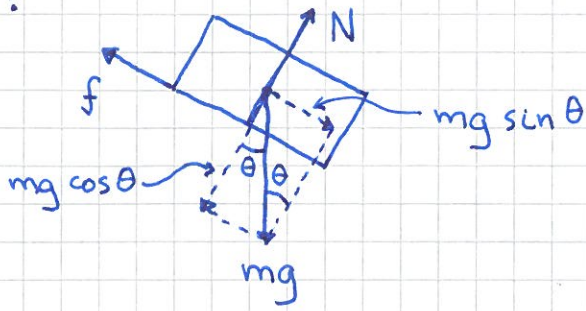
[empirisk]

Lett eks: Kloss på skråplan



- Hva er f, med kloss i ro?
  — " — i bevegelse?
- Minimal μ_s for kloss i ro?
- $\mu_s < \mu_s^{min} \Rightarrow a_{\parallel} = ?$

Løsning:



(Fritt-Legeme-Diagram)

- I ro: $\sum F_{\parallel} = 0 \Rightarrow \underline{f = mg\sin\theta}$

  I bevegelse: $f = \mu_k N = \underline{\mu_k\, mg\cos\theta}$

  (da $\sum F_{\perp} = 0 \Rightarrow N = mg\cos\theta$)

- I ro: $f \leq \mu_s N \Rightarrow$ begynner å gli når $f = \mu_s^{min} \cdot N$

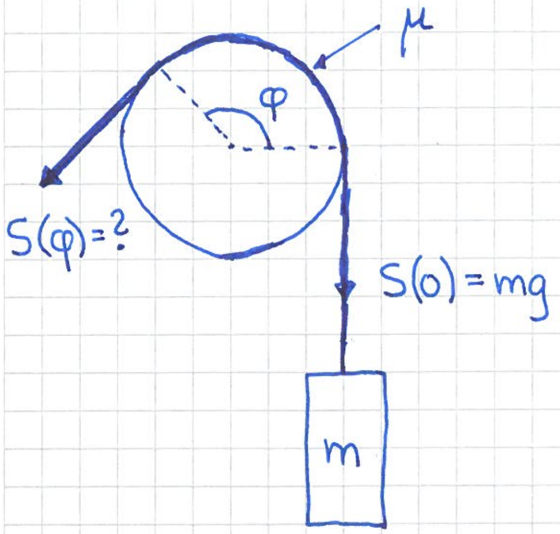
  $\Rightarrow \mu_s^{min} = f/N = mg\sin\theta / mg\cos\theta = \underline{\tan\theta}$

- Hvis $\mu_s < \mu_s^{min}$, dvs $\theta > \arctan\mu_s$:

  $a_{\parallel} = \sum F_{\parallel}/m = (mg\sin\theta - \mu_k\, mg\cos\theta)/m$

  $= \underline{g(\sin\theta - \mu_k\cos\theta)}$

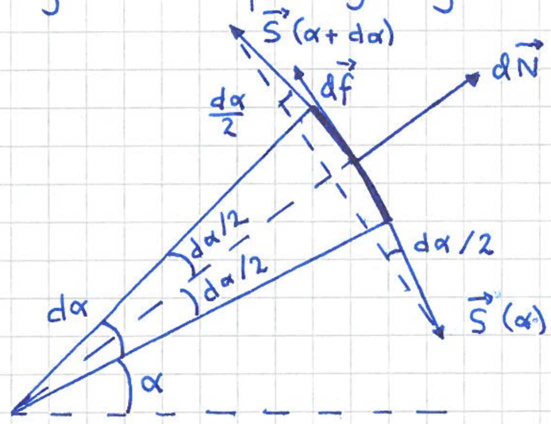
Vanskelig eks: Tau rundt sylinder



Eksp. med plastrør, hyssing og lodd viser at snordrag $S(\varphi)$ som er nødvendig for å holde lodd oppe, evt. heise opp lodd, avhenger sterkt av φ, der φ = vinkelen med kontakt mellom hyssing og ~~rør~~ rør.

Bestem $S(\varphi)$.

Løsning: Se på hyssingbit mellom α og $\alpha + d\alpha$:



$\vec{S}$ = kraft fra resten av hyssingen på hyssingbiten

$d\vec{N}$ = normalkraft fra rør på hyssingbit

$d\vec{f}$ = friksjonskraft —— " —— ; $df \leq \mu \cdot dN$

Minste nødvendige $S(\varphi)$ finnes når $df = \mu\, dN$.

Lodd i ro når $\vec{S}(\alpha + d\alpha) + \vec{S}(\alpha) + d\vec{N} + d\vec{f} = 0$ (N1)

Tangentielt: $S(\alpha + d\alpha) \cdot \cos\frac{d\alpha}{2} - S(\alpha) \cdot \cos\frac{d\alpha}{2} + df = 0$

Normalt: $S(\alpha + d\alpha) \cdot \sin\frac{d\alpha}{2} + S(\alpha) \cdot \sin\frac{d\alpha}{2} - dN = 0$

Når $d\alpha \to 0$:

$$\cos\frac{d\alpha}{2} \approx 1, \quad \sin\frac{d\alpha}{2} \approx \frac{d\alpha}{2}$$

$$S(\alpha+d\alpha) + S(\alpha) \approx 2S(\alpha)$$

$$S(\alpha+d\alpha) - S(\alpha) = dS$$

Dermed:

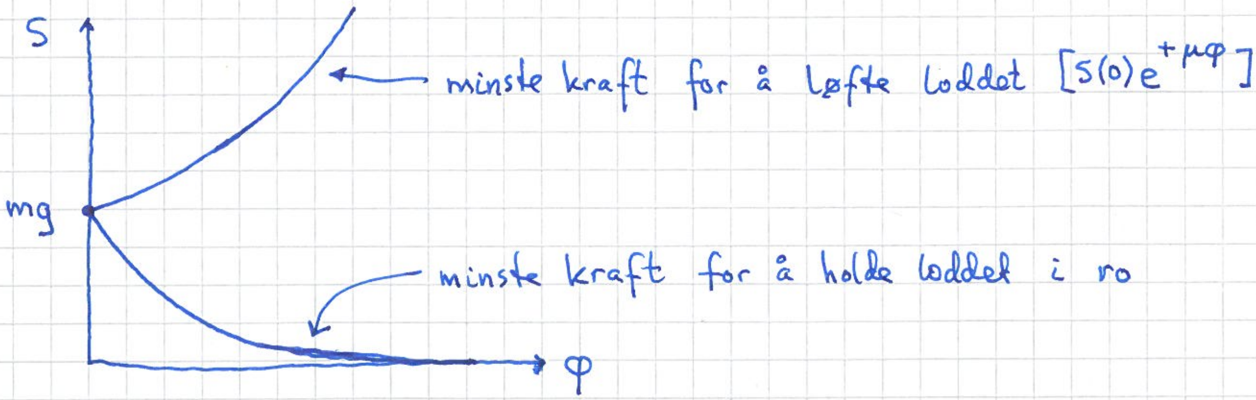
$$dS + \mu\, dN = 0$$

$$2S \cdot \frac{d\alpha}{2} - dN = 0$$

$$\Rightarrow \int_{S(0)}^{S(\varphi)} \frac{dS}{S} = -\int_0^{\varphi} \mu\, d\alpha$$

$$\Rightarrow \underbrace{\ln S(\varphi) - \ln S(0)}_{= \ln \frac{S(\varphi)}{S(0)}} = -\mu\varphi$$

$$\Rightarrow \boxed{S(\varphi) = S(0)\, e^{-\mu\varphi}} \qquad S(0) = mg$$

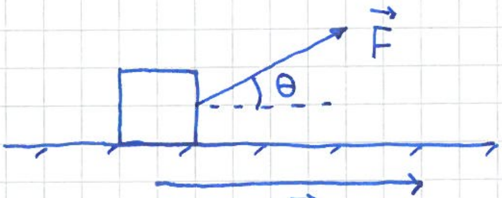


Med $\mu = 0.2$ og $2\,1/4$ "omdreining", dvs $\varphi = 2 \cdot 2\pi + \frac{\pi}{2} = 9\pi/2$:

$$S(\varphi)/S(0) = \exp(-0.2 \cdot 9\pi/2) \approx 0.06$$

Arbeid og energi [YF 6,7; TM 6,7; LL 4; HS 3]

Arbeid [YF 6.1-6.3; TM 6.1-6.3; LL 4.1; HS 3.1]

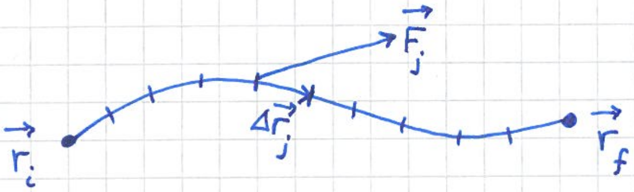


$\Delta\vec{r}$ = legemets forflytning

$\Delta W = \vec{F}\cdot\Delta\vec{r} = F\cdot\Delta r\cdot\cos\theta$ = arbeid utført av kraft $\vec{F}$ på legemet

$[W] = [F\cdot r] = \text{Nm} = \text{J}$ (joule)

Generelt:



Arbeid utført ved forflytning fra $\vec{r}_i$ til $\vec{r}_f$:

$$W = \sum_j \Delta W_j = \sum_j \vec{F}_j\cdot\Delta\vec{r}_j \xrightarrow{\Delta r_j \to 0} \int_{\vec{r}_i}^{\vec{r}_f} \vec{F}\cdot d\vec{r}$$

Effekt [YF 6.4; TM 6.3; LL 4.1; HS 3.1]

effekt $\overset{\text{def}}{=}$ arbeid (energi) pr tidsenhet

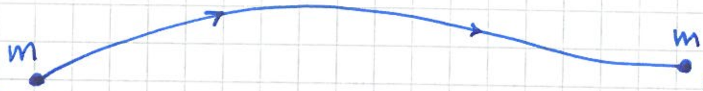
$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{\vec{F}\cdot d\vec{r}}{dt} = \vec{F}\cdot\vec{v}$$

$[P] = [W/t] = \text{J/s} = \text{W}$ (watt)

Eks: Ovn på 1000 W står på i 1 time. Energiforbruk = ?

Løsn: $\Delta W = P\cdot\Delta t = 1\,\text{kW}\cdot 1\,\text{h} = \underline{\underline{1\,\text{kWh}}} = 1000\,\frac{\text{J}}{\text{s}}\cdot 3600\,\text{s} = \underline{\underline{3.6\,\text{MJ}}}$

Kinetisk energi [YF 6.2; TM 6.1; LL 4.2; HS 3.1]



$\vec{r}_i,\ t_i,\ \vec{v}_i$ (start) $\qquad\qquad \vec{r}_f,\ t_f,\ \vec{v}_f$ (slutt)

$$W = \int_{\vec{r}_i}^{\vec{r}_f} \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_{t_i}^{t_f} m\,\frac{d\vec{v}}{dt}\cdot\vec{v}\,dt = m\int_{t_i}^{t_f}\frac{d}{dt}\Big(\frac{1}{2}\underbrace{\vec{v}\cdot\vec{v}}_{=v^2}\Big)\,dt$$

$$= \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$$

$$K \overset{\text{def}}{=} \frac{1}{2}mv^2 = \text{kinetisk energi}$$

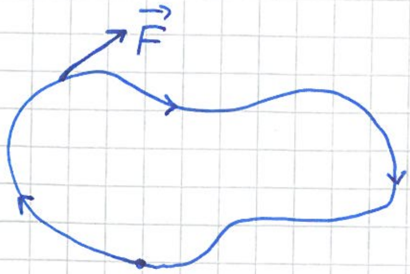
$$\Rightarrow \boxed{W = K_f - K_i = \Delta K}$$

Arbeid W utført av (netto) ytre kraft $\vec{F}$ tilsvarer endringen ΔK i legemets kinetiske energi

Konservativ kraft. Potensiell energi. Energibevarelse.

[YF 7.1-7.4; TM 7.1-7.3; LL 4.3-4.5; HS 3.2.1]

konservativt system = system uten tap av mekanisk energi (dvs uten dissipasjon) til andre energiformer (som varme)



$\vec{r}_i = \vec{r}_f$

(rundtur; lukket kurve)

Hvis $\vec{F}$ er konservativ, er $K_f = K_i$ (og $v_f = v_i$); dvs $W = \Delta K = 0$.

Dermed: $$\int_{r_i}^{\vec{r}_f = \vec{r}_i} \vec{F}\cdot d\vec{r} = 0$$

Standard notasjon:

$$\boxed{\oint \vec{F}\cdot d\vec{r} = 0}$$

$\oint$: integral rundt lukket kurve

Potensiell energi: $\boxed{U(\vec{r}) = -\int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} \vec{F}\cdot d\vec{r}}$

Her er $\vec{F}$ en <u>kons.</u> kraft, og vi har <u>valgt</u> $U(\vec{r}_0) = 0$

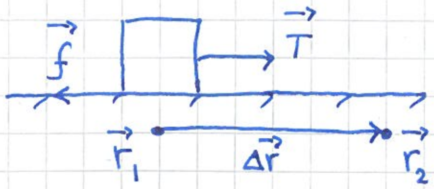
Mekanisk energibevarelse:

$$\underline{U_1 - U_2} = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_0} \vec{F}\cdot d\vec{r} + \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}_2} \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F}\cdot d\vec{r} = \underline{K_2 - K_1}$$

$$\Rightarrow \quad K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

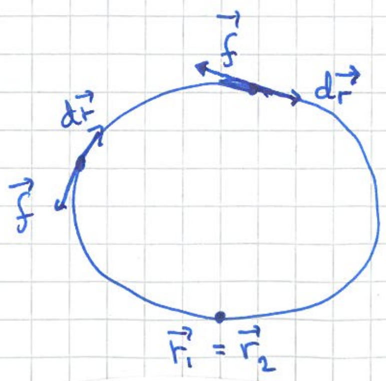
Dvs: $\boxed{\text{Total mekanisk energi, } E = K + U, \text{ er konstant for et konservativt system}}$

Friksjonsarbeid:



$W_f = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{f}\cdot d\vec{r} < 0$ fordi $\vec{f}$ er rettet <u>mot</u> $d\vec{r}$

$\Rightarrow$ friksjonsarbeidet W_f "går tapt" (som varme)



$\Rightarrow \oint \vec{f}\cdot d\vec{r} < 0$

$\Rightarrow$ friksjonskraft $\vec{f}$ er <u>ikke</u> konservativ