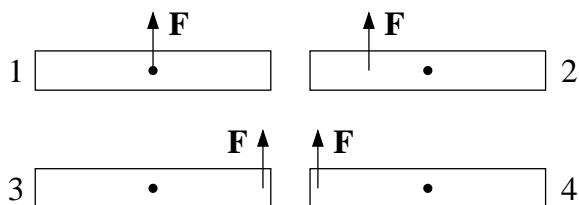
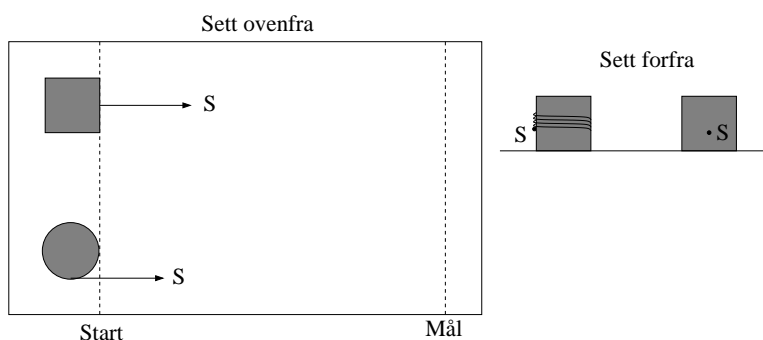


Oppgave 1: Flervalgsoppgaver



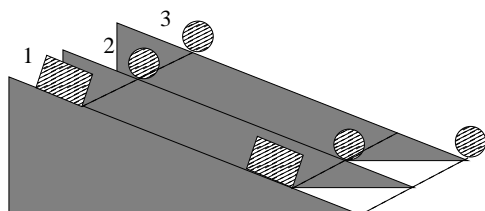
a) Figuren viser fire like staver som utsettes for samme ytre kraft  $F$ , men med ulike angrepspunkt. Hva kan du da si om akselerasjonen  $a_i$  til massesenteret til stav nr  $i$ ?

- A) Alle  $a_i$  ulike;  $a_1 > a_2 > a_3 = a_4$ .
- B) Alle  $a_i$  ulike;  $a_1 < a_2 < a_3 = a_4$ .
- C) Alle  $a_i$  ulike;  $a_1 = a_2 > a_3 = a_4$ .
- D) Alle  $a_i$  like.



b) Figuren viser en kloss og en spole, begge med masse  $M$ , som trekkes med samme snordrag  $S$  mot høyre. Snora er viklet flere ganger rundt spolen (som på ei trådsnelle eller en jojo). På klossen er snora festet litt under midten av den ene sidekanten. Det er ingen friksjon mellom underlaget og de to legemene. Hvilket legeme bryter mållinjen først? Roterer spolen når den bryter mållinjen?

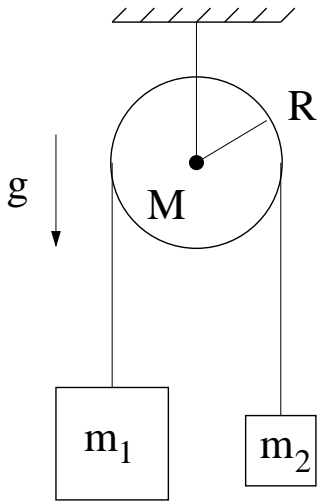
- A) Klossen bryter mållinjen først. Spolen roterer.
- B) Klossen og spolen bryter mållinjen samtidig. Spolen roterer.
- C) Klossen bryter mållinjen først. Spolen roterer ikke.
- D) Klossen og spolen bryter mållinjen samtidig. Spolen roterer ikke.



c) Figuren viser en kloss (legeme 1) og to sylinder-symmetriske legemer (2 og 3) på identiske skråplan. De tre legemene har lik masse. Klossen glir på skråplanet, de to sylinderne ruller uten å gli ("slure"). De tre slippes samtidig fra samme høyde på skråplanet, med null starthastighet. Litt senere har den ene sylinderen (3) nådd bunnen av skråplanet. Klossen og den andre sylinderen har nå kommet like langt men har fortsatt et stykke igjen til bunnen. Ranger friksjonskreftene  $f_1$ ,  $f_2$  og  $f_3$  som virker fra skråplanet på henholdsvis legeme 1, 2 og 3.

- A)  $f_1 = f_2 > f_3$ .
- B)  $f_2 < f_1 < f_3$ .
- C)  $f_1 > f_2 > f_3$ .
- D)  $f_1 = f_2 < f_3$ .

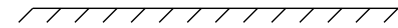
## Oppgave 2: Atwoods maskin med massiv skive som trinse



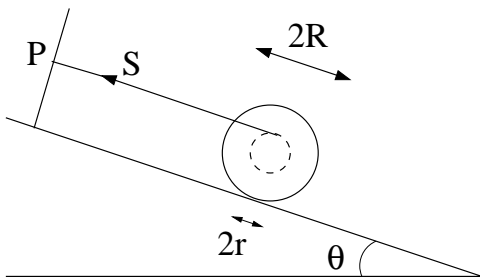
En Atwoods maskin består av to lodd med masser  $m_1$  og  $m_2 < m_1$  forbundet med ei tilnærmet masseløs snor som er lagt over ei skive med masse  $M$  og radius  $R$ . Skivas treghetsmoment om akslingen er  $I_0 = MR^2/2$ . Det er tilstrekkelig friksjon mellom snora og skiva til at snora ikke glir. Friksjonen i skivas opphengningspunkt er neglisjerbar.

a) Når systemet slippes løs etter å ha vært holdt i ro, hvilken vei går bevegelsen? Er snordragene  $S_1$  og  $S_2$  like store. (Besvar denne deloppgaven uten å regne.)

b) Bestem loddenes akselerasjon  $a$ . Kontroller at svaret ditt har riktig enhet, og at det er fornuftig i de to spesialtilfellene  $m_2 = M \simeq 0$  og  $m_1 = m_2$ .



## Oppgave 3: Sluresnelle



Ei snelle – to hjul med radius  $R$  forbundet med en aksling med radius  $r$  – ligger på et skråplan med helningsvinkel  $\theta$ . Ei snor er vikla om akslingen, og strukket parallellt med skråplanet til et festepunkt  $P$  på oversiden av det lille hjulet.

Snellas treghetsmoment om akslingen er  $I$ , massen er  $M$ , statisk friksjonskoeffisient mot skråplanet er  $\mu_s$ , og kinetisk friksjonskoeffisient er  $\mu_k$ , der  $\mu_k < \mu_s$ .

Skråplanet bikkes (helningsvinkelen økes), og ved en helningsvinkel  $\theta = \theta_0$  begynner snella å gli (slure) nedover.

a) Ved  $\theta = \theta_0$  **like før** den starter å slure er snella i likevekt (i ro). Bruk likevektsbetingelser til å vise at vinkelen  $\theta_0$  og strekket  $S$  i snora er hhv

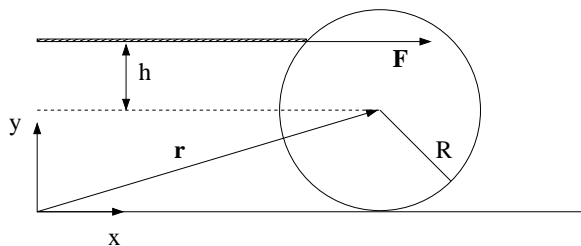
$$\theta_0 = \arctan [\mu_s (1 + R/r)]$$

og

$$S = Mg \mu_s (R/r) \cos \theta_0.$$

#### Oppgave 4: Elementær snooker

Snooker er en krevende sport, og fordrer at spilleren har et godt praktisk grep på kulers tyngdepunksbevegelse og rotasjon, friksjonskreftenes rolle, samt resultatet av elastiske støt mellom kuler. Her skal vi ta for oss en ”enkel” problemstilling som likevel er en god illustrasjon av den relativt subtile mekanikk som kommer til anvendelse på snookerbordet. Oppgaven hører ikke til de enkleste, men den er lærerik, for fysikkstudenter såvel som snookerspillere.



Situasjonen vi skal se på er som følger: Snookerkula med masse  $M$  og radius  $R$  får et kraftig, men kortvarig støt av en horisontal kø. Vi legger et koordinatssystem  $xyz$  med origo på bordflata og  $xy$ -planet lik vertikalplanet gjennom kulas massesenter.

Køen er rettet i  $x$ -retning og treffer kula (som ligger i ro) i  $xy$ -planet med en kraft  $F$  i  $x$ -retning. Treffpunktet er i høyden  $h$  over massesenteret (eller under, hvis  $h < 0$ ), se figuren.

Støtet er så kraftig og er over på så kort tid at vi under selve støtet kan neglisjere innvirkningen av friksjonskraften fra snookerbordet. Etter støtet derimot, vil friksjonskraften  $f$  spille en viktig rolle for kulas fortsatte bevegelse.

a) Det kortvarige støtet gir kula en impuls  $\Delta p = F \Delta t$ , som resulterer i at massesenteret får starthastigheten  $V_0$ . Det kortvarige støtet gir også kula en dreieimpuls  $\Delta L = \tau \Delta t$ , som resulterer i at kula starter opp med vinkelhastigheten  $\omega_0$ . Vis at sammenhengen mellom  $V_0$  og  $\omega_0$  er

$$V_0 = \frac{2R^2}{5h} \cdot \omega_0.$$

Hva er betingelsen for at vi allerede fra første øyeblikk får ren rulling?

b) For de fleste verdier av ”støtparameteren”  $h$  vil snookerkula i begynnelsen gli på bordet samtidig som den roterer. Hvilken retning vil friksjonskraften  $f$ , fra bordet på kula, ha i denne fasen, avhengig av  $h$ 's verdi?

c) Etter at støtet er overstått vil kulas totale dreieimpuls  $\mathbf{L} = M(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) \times \mathbf{V} + I_0 \boldsymbol{\omega}$  være bevart, dersom vi velger referansepunktet  $\mathbf{r}_0$  i et punkt på skjæringslinja mellom bordets overflate og vertikalplanet gjennom kulas massesenter (dvs langs  $x$ -aksen i figuren). Enkleste valg er i origo, dvs  $\mathbf{r}_0 = 0$ , se figuren. Hvorfor får vi dreieimpulsbevarelse med dette valget? Vi antar at bare  $z$ -komponenten til  $\mathbf{L}$  er aktuell her, dvs ingen rotasjon om andre akser.

d) Pga friksjonen mellom bord og kule vil kulas bevegelse etter en viss tid gå over til ren rulling. Bruk bevaring av  $L_z$  til å finne massesenterhastigheten  $V_r$  etter at ren rulling har inntrådt. Skisser kurven  $V_r(h)$  for  $-R < h < R$ . (Hvis betingelsen for ren rulling er oppfylt fra første øyeblikk, skrumper denne ”en viss tid” inn til null, og  $V_r = V_0$ . Ha dette som en kontroll av svaret.)

e) Vis at tiden det tar fra slaget til snookerkula ruller,  $t_r$ , er gitt som

$$t_r = \frac{2V_0}{7\mu_k g} \left| 1 - \frac{5h}{2R} \right|,$$

der  $\mu_k$  er den kinetiske friksjonskoeffisienten mellom bord og kule. TIPS: Bruk svaret i b) og en ligning for konstant akselerasjon.

**Frivillige ekstraspørsmål.**

3b) Finn uttrykk for akselerasjonen  $a$  nedover skråplanet når snella har begynt å slure. Hellingvinkelen holdes på fast vinkel  $\theta$  litt større enn  $\theta_0$ .

4f) Bestem energitapet  $\Delta E$ .

4g) Bestem forskjøvet strekning  $x_r$  langs underlaget i tiden  $t_r$ , dvs fra støtet til ren rulling oppnås.