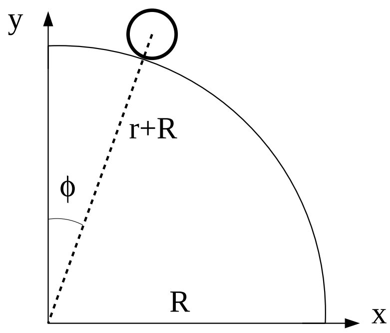
---

1) I oljebransjen tilsvarer 1 fat ca 0.159 m^3. I går var prisen for "WTI Crude Oil" 97.44 US dollar pr fat. Hva er dette i norske kroner pr liter, når 1 NOK tilsvarer 0.164 US dollar?

97.44 (USD/fat) · (1/0.164)(NOK/USD) · (1/159)(fat/L) = 3.74 NOK/L.

B) 3.74



i	t_i (ms)	x_i (mm)	y_i (mm)
1	0	130	792
2	33	140	791
3	67	151	789
4	100	163	786
5	133	176	783
6	167	190	780
7	200	206	776
8	233	222	771
9	267	241	766
10	300	261	759

Tabellen viser posisjon (x, y), målt i enheten millimeter (mm), og tid t, målt i enheten millisekunder (ms), for massesenteret til et legeme med radius r som ruller på utsiden av en kvartsirkel med radius R. Legemet har treghetsmoment $I_0 = c \cdot Mr^2$, der c er et tall mellom 0 og 1. Oppgavene 2 – 4 er knyttet til denne figuren og tabellen.

---

2) Legemets hastighet ved $t = t_2 = 0.033$ s er omtrent

$$v_2 = (v_{2x}^2 + v_{2y}^2)^{1/2}$$

med f.eks

$$v_{2x} = (x_3 - x_1)/(2\Delta t) = 21/67$$

i enheten mm/ms = m/s, og tilsvarende for y-komponenten, -3/67 m/s.

B) 0.30 m/s

---

3) Legemets akselerasjon ved $t = t_9 = 0.267$ s er omtrent

Kan f.eks tilnærme v_{10} ved å bruke $(x_{10} - x_9)/\Delta t$, og v_8 ved å bruke $(x_9 - x_7)/(2\Delta t)$, og tilsvarende for y-komponentene. Og deretter $a_9 = (v_{10} - v_8)/(2\Delta t)$.

C) 2.0 m/s^2

---

4) Anta at legemet har hastighet $v(\phi)$ i en posisjon som tilsvarer en viss vinkel ϕ (se figuren). Kriteriet for at legemet fortsatt har kontakt med underlaget er

Legemets akselerasjon normalt på den sirkulære banen er $v^2/(r+R)$ (sentripetalakselerasjonen) så lenge legemet har kontakt med underlaget. Kreftene som sørger for dette er normalkraften N fra underlaget (rettet radielt utover) og tyngdekraftens komponent normalt underlaget, $Mg\cos\phi$ (rettet radielt innover). Dermed:

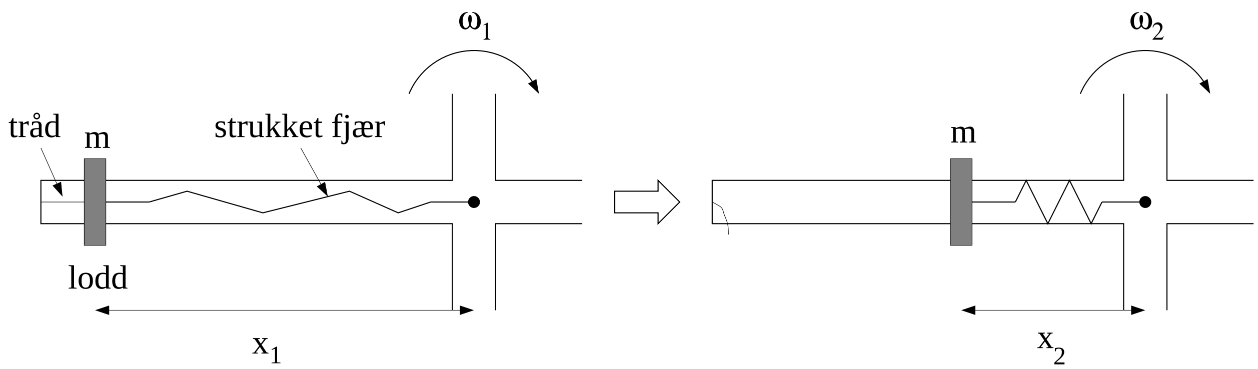
$$Mg\cos\phi - N = Mv^2/(r+R),$$

dvs

$$\cos\phi = v^2/g(r+R) + N/Mg.$$

Normalkraften N kan ikke bli mindre enn null. Når N blir lik null, mister legemet kontakten med underlaget. Dermed:

B) $\cos\phi \geq v(\phi)^2/g(r+R)$



Figuren over viser den ene av fire like stenger på et roterende aksekors, sett ovenfra og ned. Aksekorset har treghetsmoment I_0 med hensyn på vertikalaksen gjennom aksekorsets massesenter (markert med en liten svart sirkel). På hver av aksekorsets fire stenger er et lite lodd med masse m i utgangspunktet festet med en tynn tråd til stangas ytterste ende, samt til ei strukket fjær, som igjen er festet til rotasjonsaksen. (Figuren til venstre.) Tråd og fjær er tilnærmet masseløse. Før trådene kuttes roterer systemet med vinkelhastighet ω_1, med de fire loddene i avstand x_1 fra rotasjonsaksen. Når de fire trådene kuttes, trekkes loddene innover av hver sin fjær, til den nye likevektsavstanden x_2 fra rotasjonsaksen. (Figur til høyre.) Systemet roterer nå med vinkelhastighet ω_2. Oppgavene 5 og 6 er relatert til dette eksperimentet.

---

5) Når loddene trekkes fra x_1 til x_2, vil det alltid være noe friksjon mellom loddene og aksekorsets stenger. Hvordan vil graden av slik friksjon påvirke systemets dreieimpuls (relativt et punkt på rotasjonsaksen)?

Friksjon mellom lodd og stenger er ikke *ytre* kraft på systemet, så det kan ikke ha noen innvirkning på systemets dreieimpuls. (Systemet = lodd pluss aksekors.)

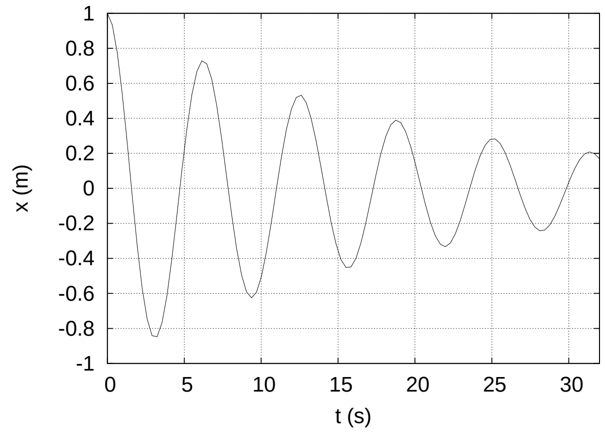
C) Det har ingen innvirkning på systemets dreieimpuls.

---

6) Når loddene trekkes fra x_1 til x_2, vil det alltid være noe friksjon mellom aksekorset og akslingen som aksekorset er montert på. Hvordan vil graden av slik friksjon påvirke systemets dreieimpuls (relativt et punkt på rotasjonsaksen)?

Friksjon mellom aksekors og aksling *er* en ytre kraft på systemet, så det *vil* ha innvirkning på systemets dreieimpuls, dersom denne friksjonskraften har en arm relativt det valgte punktet på rotasjonsaksen. Akslingen har alltid en viss radius, og dermed har friksjonskraften fra akslingen på det roterende aksekorset en arm lik denne radien. Videre virker denne friksjonskraften alltid mot relativbevegelsen mellom aksling og aksekors, dvs den reduserer systemets vinkelhastighet, og dermed reduseres også systemets dreieimpuls.

A) Det vil redusere systemets dreieimpuls.



7) Et forholdsvis svakt dempet mekanisk svingesystem svinger upåvirket av ytre krefter med et utsving som beskrives av funksjonen

$$x(t) = Ae^{-\gamma t} \cos \omega t,$$

med $A = 1.0$ m. Figuren til venstre viser $x(t)$ de første 32 sekundene av svingeforløpet.

Hva er dempingsfaktoren γ, målt i enheten 1/s?

Vi ser f.eks at amplituden er redusert til 0.2 m etter 5 hele perioder, dvs

$$e^{-5\gamma T} = 0.2.$$

Vi ser også at 4 hele perioder er praktisk talt 25 sekunder, dvs $T \simeq 25/4$ s. Dermed:

$$-5\gamma \cdot 25/4 = \ln 0.2 = -\ln 5,$$

dvs

$$\gamma = (4 \ln 5)/125 \simeq 0.05,$$

i enheten 1/s.

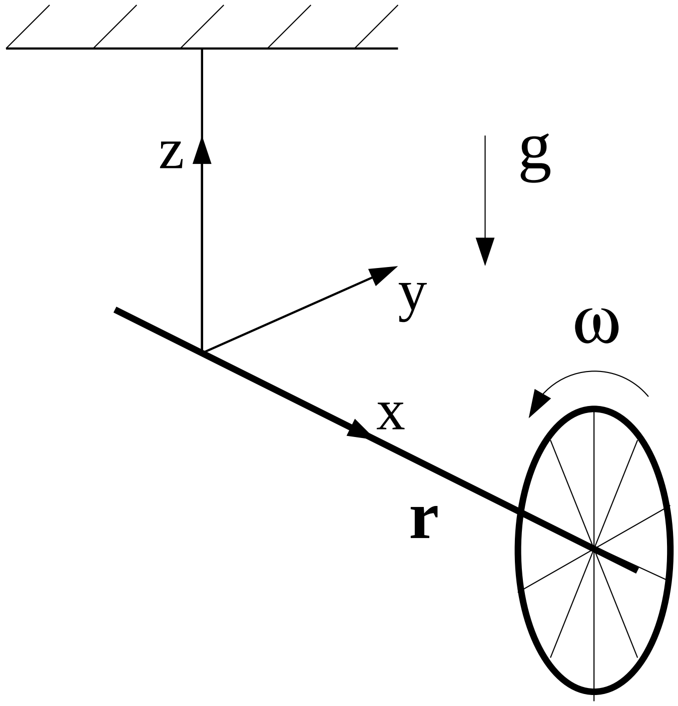
B) 0.05

---

8) En liten personbil med masse 600 kg kolliderer fullstendig uelastisk med en noe større personbil som står i ro. (Dvs, de to bilene henger sammen etter kollisjonen.) Den store bilen har masse 2000 kg. Hvis den lille bilen hadde hastighet 70 km/h før kollisjonen, hva er bilenes felles hastighet etter kollisjonen?

Det virker ingen ytre krefter på de to bilene i kollisjonen, så impulsen er bevart. Impulsen før kollisjonen er 42000 kg km/h. Felles hastighet etter kollisjonen blir dermed 42000 kg km/h / (2600 kg).

A) 16 km/h



9) Et sykkelhjul settes i rask rotasjon og henges opp i ei snor festet til akslingen, som vist i figuren over. I hvilken retning peker tyngdekraftens dreiemoment på hjulet?

$$\tau = \boldsymbol{r} \times m\boldsymbol{g} = rmg\hat{x} \times (-\hat{z}) = rmg\hat{y}.$$

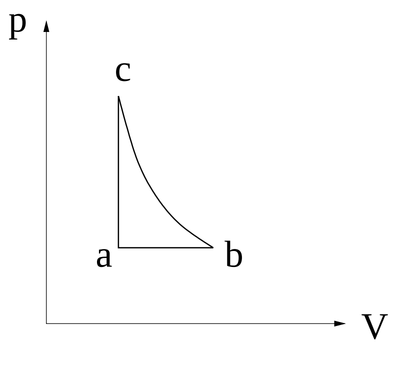
C) $\hat{y}$

---

10) En metallkule som faller i en viskøs væske utsettes for friksjonskraften $f = -kv$, der k er en konstant. Kula har masse M, og tyngdens akselerasjon er g. Hvilken ligning bestemmer da kulas hastighet $v(t)$?

N2: $Mg - kv = Ma = M\,dv/dt$. Multiplikasjon med $g\,dt$ og divisjon med $Mg - kv$ på begge sider gir

A) $\frac{dv}{1-kv/Mg} = g\,dt$



11) Figuren viser en reversibel kretsprosess for en ideell gass, bestående av en isobar, en isokor og en isentropisk (adiabatisk) prosess. Ranger entropiene S_a, S_b og S_c til den ideelle gassen i de tre hjørnene merket hhv a, b og c. (Oppgitt: For isokor prosess er $dS = C_V\,dT/T$.)

Med isentropisk prosess mellom b og c er åpenbart $S_b = S_c$. Med det oppgitte uttrykket $dS = C_V\,dT/T$ for isokor prosess er det videre klart at entropien øker fra a til b. Dermed:

B) $S_a < S_b = S_c$

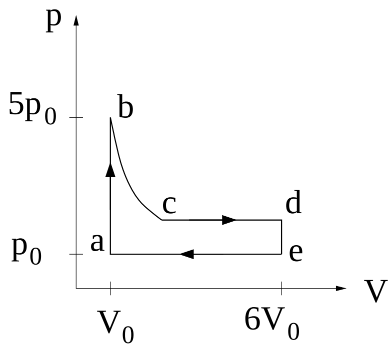
---

12) En ideell "Carnot-varmepumpe" pumper varme utenfra der temperaturen er 10°C ("lavtemperaturreservoaret") og inn i stua der temperaturen er 20°C ("høytemperaturreservoaret"). Hva er varmepumpas

effektfaktor, dvs forholdet mellom varmen som tilføres stua og arbeidet som varmepumpas motor må utføre?

$$\varepsilon_V = |T_2/(T_2 - T_1)| = 293/10 \simeq 29.$$

A) Ca 29



13) Figuren viser en kretsprosess for et mol ideell gass, med $p_0 = 3$ atm og $V_0 = 8$ L. Delprosessen fra b til c er isoterm. Hvor stort er volumet i tilstand c når det oppgis at $p_c = 2p_0$?

Med ideell gass er produktet pV konstant for en isoterm prosess. Dermed er $p_b V_b = p_c V_c$, slik at $V_c = 5p_0V_0/2p_0 = 2.5V_0 = 20$ L.

D) 20 L

---

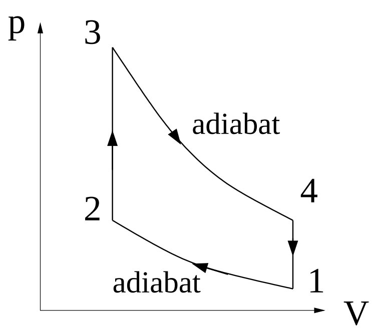
14) Hvor stort arbeid utfører gassen omtrent pr syklus?

Arbeidet W tilsvarer arealet innenfor kurven abcdea:

$$W = \int_{V_0}^{2.5V_0} p(V)dV - p_0 \cdot 1.5V_0 + p_0 \cdot 3.5V_0 = 5p_0V_0 \ln 2.5 + 2.0p_0V_0 = 6.58 \cdot 3 \cdot 8$$

i enheten atm $\cdot$ L. Omregning til J ved å gange med $1.01 \cdot 10^5$ og 10^{-3}, dvs i alt gange med 101. Dette gir:

B) 16 kJ



15) Figuren viser en Otto–syklus, dvs en reversibel idealisering av en 4–takts bensinmotor. Temperaturen i hjørnene $1-4$ er hhv $T_1 - T_4$. I hvilke delprosesser mottar og/eller avgir bensin/luft-blandingen varme?

Null varme utveksles i adiabatene. Temperaturøkning fra 2 til 3 ved konstant volum må innebære mottak av varme. Omvendt fra 4 til 1.

C) Mottar: 2 til 3. Avgir: 4 til 1.

---

16) I en ideell gass ved normale termodynamiske betingelser er varmekapasiteten pr mol av størrelsesorden

Varmekapasitet pr partikkel i en ideell gass er av størrelsesorden k_B, pr mol av størrelsesorden R.

A) R