TFY4125 Fysikk. Institutt for fysikk, NTNU.
Løsningsforslag til Test 3.

Oppgave 1
$W = |\Delta U| = mgh = 1.0 \cdot 9.8 \cdot 10$ J $= 98$ J. Riktig svar: D.

Oppgave 2
$K = W$, dvs $mv^2/2 = mgh$, $v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9.8 \cdot 10}$ m/s $= 14$ m/s. Riktig svar: D.

Oppgave 3
Ballens mekaniske energi før den faller ned er $U = mgh$. På bakken er $U = 0$ og $K = mv^2/2$. Differansen må tilsvare friksjonsarbeidet som luftmotstanden har gjort på bordtennisballen:

$$W_f = U - K = m(gh - v^2/2) = 0.0027 \cdot (9.8 \cdot 10 - 8.4^2/2) \simeq 0.17\,\mathrm{J}.$$

Riktig svar: A.

Oppgave 4
Terminalhastigheten er den maksimale hastigheten et legeme kan oppnå når det faller under påvirkning av tyngdekraft og luftmotstand. Da er hastigheten konstant, og summen avkrefter på legemet er lik null. Dvs:

$$kv^2 = mg \quad \Rightarrow \quad k = mg/v^2 = 0.0027 \cdot 9.8/8.4^2 \simeq 0.00038\,\mathrm{kg/m} = 0.38\,\mathrm{g/m}.$$

Riktig svar: E.

Oppgave 5

$$W_f = fx = \mu N x = \mu mg \cos\alpha \cdot x = 0.2 \cdot 30 \cdot 9.8 \cdot (\sqrt{3}/2) \cdot 5 \simeq 255\,\mathrm{J}.$$

Riktig svar: E.

Oppgave 6
Kassa har falt en høyde $x \cdot \sin\alpha = 5 \cdot 0.5 = 2.5$ m og dermed redusert sin potensielle energi med $\Delta U = 30 \cdot 9.8 \cdot 2.5 = 735$ J. Økningen i kassas kinetiske energi er dermed $K = \Delta U - W_f = 735 - 255 = 480$ J. Kassas fart ved enden av lasteplanet blir da $v = \sqrt{2K/m} = \sqrt{2 \cdot 480/30} = \sqrt{32} \simeq 5.7\,\mathrm{m/s}$. Riktig svar: C.

Oppgave 7
Her kan vi bruke bevaring av mekanisk energi:

$$mgH = mgD + mv^2/2 \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{2g(H-D)}.$$

Riktig svar: C.

Oppgave 8
Vogna mister kontakten med underlaget hvis normalkraften fra underlaget på vogna (rettet nedover i topppunktet) reduseres til null. Da må tyngdekraften mg alene sørge for å gi vogna en sentripetalakselerasjon $v^2/(D/2) = 2v^2/D$. Følgelig må hastigheten være minst $v_{\min} = \sqrt{gD/2}$. Riktig svar: A.

Oppgave 9
Fra oppgave 7 kjenner vi farten v i loopens topp-punkt, og denne må minst være lik den utregnede $v_{\min}$ i oppgave 8. Dermed:

$$\sqrt{2g(H-D)} \geq \sqrt{gD/2} \quad \Rightarrow \quad H \geq 5D/4.$$

Riktig svar: B.

Oppgave 10
Normalkraften har utført null arbeid på hopperen, fordi N hele tiden står normalt på forflytningen dr. Riktig svar: A.

Oppgave 11
Ved vinkelen ϕ har hopperen mistet den potensielle energien $mgR\sin\phi$. Bevaring av mekanisk energi gir dermed

$$mv^2/2 = mgR\sin\phi \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{2gR\sin\phi}.$$

Riktig svar: E.

Oppgave 12
Normalkraften N, rettet inn mot sirkelens sentrum, og tyngdekraftens normalkomponent $mg\sin\phi$, rettet bort fra sirkelens sentrum gir til sammen m ganget med sentripetalakselerasjonen v^2/R. Med v fra oppgave 11 har vi da

$$mv^2/R = N - mg\sin\phi \quad \Rightarrow \quad N = 2mg\sin\phi + mg\sin\phi = 3mg\sin\phi.$$

Riktig svar: C.

Oppgave 13
N2 radielt blir som i oppgave 12, men uten at vi kan si noe om hva farten v er. Men vi *kan* si $v = R\dot{\phi}$, slik at

$$N = mv^2/R + mg\sin\phi = mR\dot{\phi}^2 + mg\sin\phi.$$

N2 tangentielt:

$$mR\ddot{\phi} = mg\cos\phi - f.$$

Med $f = \mu N$, innsetting av uttrykket for N og litt rydding finner vi

$$\ddot{\phi} + \mu\dot{\phi}^2 + \frac{g}{R}\left(\mu\sin\phi - \cos\phi\right) = 0.$$

Riktig svar: B.

Oppgave 14
Tyngdekraften GmM/R^2 må sørge for planetens uniforme sirkelbevegelse, og dermed sentripetalakselerasjonen v^2/R:

$$GmM/R^2 = mv^2/R \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{GM/R}.$$

Riktig svar: C.

Oppgave 15
Her har vi valgt $U(\infty) = 0$. Dermed, i avstand R:

$$U(R) = \int_\infty^R \frac{GmM}{r^2}\,dr = -\frac{GmM}{R}.$$

Fortegnet: Vi vet at (den konservative) kraften $\boldsymbol{F}$ peker i retning fra høy mot lav potensiell energi. Dermed må $U(R)$ være mindre enn $U(\infty) = 0$. Riktig svar: A.

Oppgave 16
Relativ økning i påkrevd kraft S, med en ekstra runde med snor rundt sylinderen:

$$\frac{\Delta S}{S} = \frac{\exp(\mu\phi + 2\pi\mu) - \exp(\mu\phi)}{\exp(\mu\phi)} = \exp(2\pi\mu) - 1 = 1.73 = 173\% \simeq 170\%.$$

Riktig svar: D.

Oppgave 17

All tilført energi går med til å øke bilens kinetiske energi, fra null til sluttverdien $K = mv^2/2 = 1000 \cdot (100/3.6)^2/2 \simeq 386\,\mathrm{kJ}$. Hvis dette skjer i løpet av 6 sekunder, blir midlere tilført effekt $\langle P \rangle = K/t = 386/6 \simeq 64\,\mathrm{kJ/s} = 64\,\mathrm{kW}$. Riktig svar: D.

Oppgave 18

Konstant akselerasjon (av bilens konstante masse) betyr at den ytre kraften F også er konstant. Siden vi kan skrive $P = Fv$, må det bety at instantan effekt P er størst når hastigheten v er størst. Her er det helt til slutt. Riktig svar: E.

Oppgave 19

Vi har $P = Fv = mav = m(dv/dt)v$, dvs $v\,dv = (P/m)\,dt$. Denne ligningen kan vi integrere på begge sider, fra 0 til v og fra 0 til t på hhv venstre og høyre side. Dette gir $v^2/2 = Pt/m$, dvs $v(t) = \sqrt{2Pt/m}$. Riktig svar: D.

Oppgave 20

Denne konstante effekten må vel nesten være like stor som den midlere effekten regnet ut i oppgave 17? Dvs, 64 kW. Riktig svar: E.