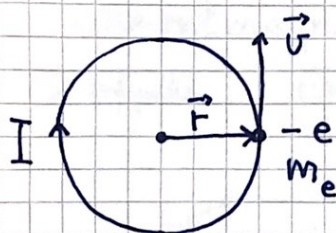


Magnetisme [OS2 12.7; YF 28.8; LHL 26.1-26.6]

(106)

Atomer er magnetiske dipoler, pga elektronenes dreieimpuls; banedreieimpuls \vec{L} og spinn \vec{S} .



$$I = \frac{e}{T} = \frac{e}{2\pi r/v} = \frac{ev}{2\pi r}$$

$$A = \pi r^2$$

$$\Rightarrow m = I \cdot A = \frac{1}{2} e v r ; \vec{m} \text{ inn i planet}$$

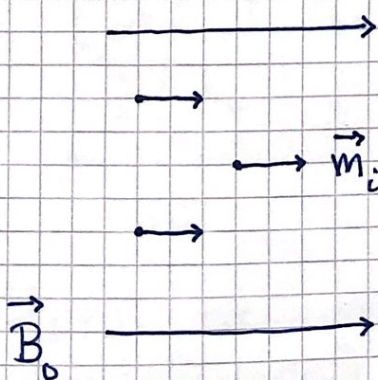
$$(L = r m_e v ; \vec{L} \text{ ut av planet})$$

Elektronets kvantiserte spinn ($S = \frac{\sqrt{3}}{2} \hbar$) gir et magnetisk dipolmoment

$$\mu_B = \frac{e \hbar}{2 m_e} \approx 9.27 \cdot 10^{-24} \text{ Am}^2 = 1 \text{ Bohr magneton}$$

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} ; h \approx 6.6 \cdot 10^{-34} \text{ Js} = \text{Plancks konstant}$$

Pga $\vec{\tau} = \vec{m} \times \vec{B}_0$ kan atomære dipoler rettes inn langs et ytre felt \vec{B}_0 :



Materialets magnetisering \vec{M} er dipolmoment pr volumenet:

$$\vec{M} = \sum_i \vec{m}_i / V$$

$$[M] = \text{A/m}$$

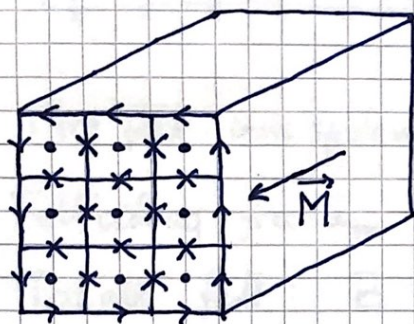
Ferromagnetisme (Fe, Ni, Co, Nd₂Fe₁₄B, ...)

(107)

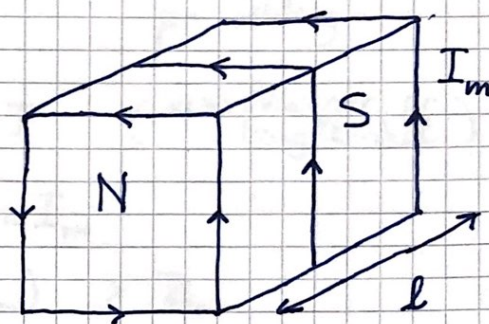
Naboatomer vekselvirker slik at parallelle \vec{m} gir lavest energi.

Permanentmagnet: Parallelle \vec{m} i hele magneten.

Nettoeffekt: En makroskopisk magnetiseringsstrøm i overflaten



⇒
indre
strømmer
kansellerer



Som en spole!

“Umagnetisk” ferromagnet (f.eks. stål):

Mange små domener (ca $1 - 10^6 \mu\text{m}^3$) med parallelle \vec{m} i hvert domene, men med \vec{M}_d i alle mulige retninger.



Hvert domene er en liten magnet, men total magnetisering

$$\vec{M} = \sum_d \vec{M}_d \approx 0$$

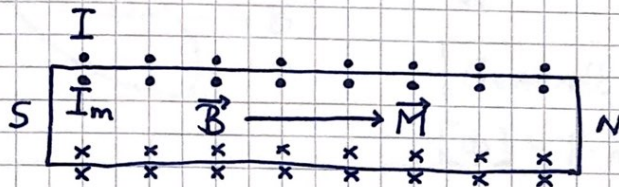
slik at hele ferromagnetten blir umagnetisk.

Skyldes “konkurransen” mellom v.v. energien (lavest for permanentmagnetten) og feltenergien ($B^2/2\mu_0$; størst for permanentmagnetten)

Umagnetisk ferromagnet blir magnet i ytre felt \vec{B}_0 pga innretning av \vec{M}_d langs \vec{B}_0 .

(108)

Eks: Spole med jernkjerne



I = spolestrøm pr vikling

I_m = magnetiseringsstrøm pr vikling

Ytre felt inni spolen: $B_0 = \mu_0 n I$ (n = viklinger pr lengdeenhet)

Feltbidrag fra I_m : $B_m = \mu_0 n I_m$

Totalt felt: $B = \mu_0 n (I + I_m) > B_0$

Linear respons: $B = \mu_r \cdot B_0$

μ_r = materialets relative permeabilitet

Dvs: $B = \mu_r \mu_0 n I = \mu n I$

$\mu = \mu_r \mu_0$ = materialets permeabilitet

Vakuum: $\mu_r = 1 \Rightarrow \mu = \mu_0$

Ferromagneter kan ha μ_r opp mot mange tusen.

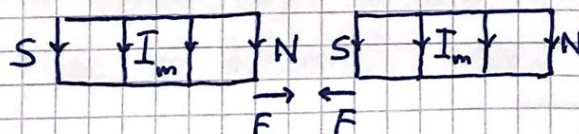
Talleks: $\mu_r = 300$, $N = 1600$, $l = 16 \text{ cm}$, $I = 0.1 \text{ A}$

Da er

$$B = 300 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{1600}{0.16} \cdot 0.1 \text{ T} \approx \underline{0.38 \text{ T}}$$

$$I_m = (\mu_r - 1) I = 299 \cdot I \approx \underline{30 \text{ A}}$$

Tiltrekning mellom to magneter:



Parallele strømmer
↓
Tiltrekning!

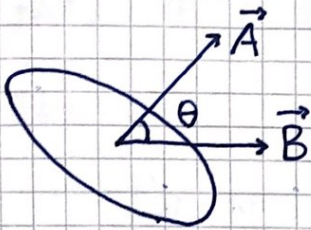
Elektrodynamikk

[OS2 13-15; YF 29-31; LHL 24,25,27]

109

Magnetisk fluks

[OS2 13.1; YF 27.3; LHL 23.7]



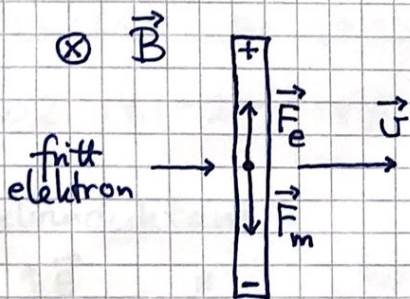
$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{A} = B \cdot A \cdot \cos\theta = \text{magn. fluks gjennom flaten med areal } A$$

$$[\text{Generelt: } \Phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}]$$

$$[\Phi] = T \cdot m^2 = \text{Wb (weber)}$$

Faradays induksjonslov [OS2 13.1; YF 29.1-4; LHL 24.1]

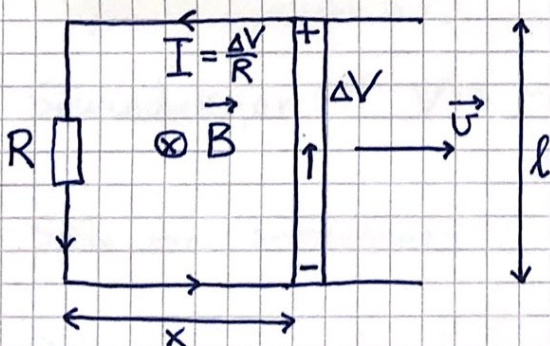
Drar leder med lengde l og fart \vec{v} gjennom uniform \vec{B} :



\vec{F}_m induserer overskudd av elektroner nederst, og dermed et elektrisk felt \vec{E} nedover, og dermed en spenning $\Delta V = E \cdot l$ i lederen

$$\text{Dynamisk likevekt: } F_e = F_m \Rightarrow eE = evB \Rightarrow \underline{\Delta V = vBl}$$

Lager lukket ledersløyfe:



$$\begin{aligned} \underline{\Delta V} &= vBl = \frac{dx}{dt} \cdot B \cdot l \\ &= \frac{d}{dt} (xBl) = \frac{d}{dt} (B \cdot A) \\ &= \frac{d}{dt} (\vec{B} \cdot \vec{A}) = \underline{\frac{d\Phi}{dt}} \end{aligned}$$

som gjelder generelt, og som er Faradays induksjonslov.

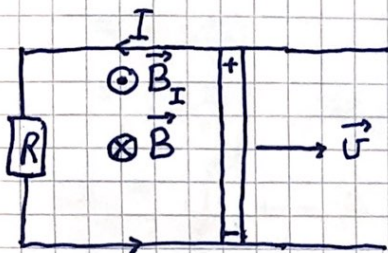
Indusert spenning i lukket sløyfe er lik endringen i omsluttet magn. fluks pr tidsenhet, $\Delta V = -d\Phi/dt$

Lenz' lov [OS2 13.2; YF 29.3; LHL 24.1]

(110)

Retningen på induisert strøm I gir magnetfelt \vec{B}_I og fluks $\Phi_I = \vec{B}_I \cdot \vec{A}$ som motvirker påtvinget fluksendring $\Delta\Phi$.

Eks:



Påtvunget: $\Delta\Phi = B \cdot \Delta A$ inn

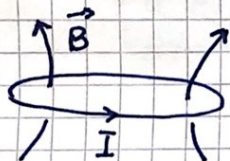
$\Rightarrow I$ mot klokke

$\Rightarrow \Phi_I = \int \vec{B}_I \cdot d\vec{A}$ ut av planet

Induktans og induksjon

[OS2 14.1-2; YF 30.2; LHL 25.1]

Selvinduktans: \vec{B} er prop. med I



$\Rightarrow \Phi$ ——— " ———

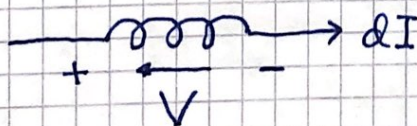
$$\Rightarrow \boxed{\Phi = L \cdot I}$$

$L =$ sløyfas (selv-) induktans ; $[L] = \frac{Wb}{A} = H$ (henry)

Selinduksjon: $V = - \frac{d\Phi}{dt} = -L \frac{dI}{dt}$

Spole som kretselement:  $V = -L \dot{I}$

Retning (Fortegn) på V :



Eks: Bestem L for spole med N viklinger som omslutter \textcircled{III} areal A over lengden l . Bestem arbeidet som gjøres mot den induerte motspenningen når strømmen økes fra $i=0$ til $i=I$.

Løsn: $L = \frac{\Phi}{I} = \frac{NBA}{I} = \frac{N\mu_0(N/l)IA}{I} = \underline{\underline{N^2\mu_0 A/l}}$

$$dU = P \cdot dt = v \cdot i \cdot dt = L \frac{di}{dt} i dt = L i di$$

= tilført energi når strømmen økes fra i til $i+di$

$$\Rightarrow U = \int_0^I L i di = \frac{1}{2} LI^2 = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{N^2 \mu_0 A}{l} \right) \cdot \left(\frac{B}{\mu_0 N/l} \right)^2$$

$$= \frac{B^2}{2\mu_0} \cdot (A \cdot l); \quad A \cdot l = \text{volum i spolen, der } B \neq 0$$

$$\Rightarrow u_B = B^2/2\mu_0 = \text{energi pr volumenh} \text{ i et } \vec{B}\text{-felt}$$

\Rightarrow Energi pr volumenh i et elektromagnetisk felt:

$$u = u_E + u_B = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2\mu_0} B^2 \quad [052.14.3; LYF 30.3; LHL 25.3]$$

Gjensidig induktans og induksjon:



$$\Phi_2 = M_{21} \cdot I_1; \quad \text{evt. } \Phi_1 = M_{12} I_2$$

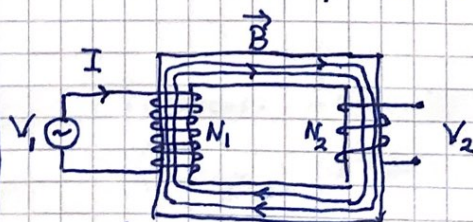
$$M_{21} = M_{12} = M = \text{sløyfenes gjensidige induktans}$$

$$[M] = H$$

$$V_2 = - \dot{\Phi}_2 = -M \dot{I}_1$$

$$V_1 = - \dot{\Phi}_1 = -M \dot{I}_2$$

Anvendelse: Transformator.



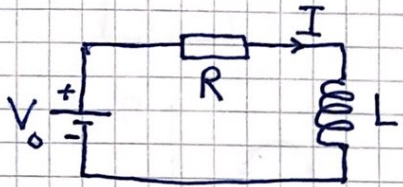
$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\dot{\Phi}_1}{\dot{\Phi}_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

Noen kretseksempler til slutt!

(112)

[OS2 14, 15 ; YF 30, 31 ; LHL 25, 27]

Eks 1: RL-krets

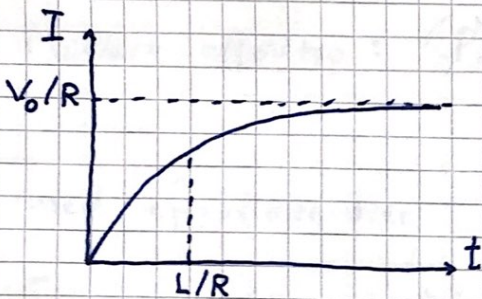


V_0 kobles til ved $t=0$.

$$K2: V_0 - RI - L \frac{dI}{dt} = 0$$

Samme ligning som for Q i RC-krets

$$\Rightarrow I(t) = \frac{V_0}{R} (1 - e^{-t/\tau}) ; \text{ tidskonstant } \tau = L/R$$



Pga industert motspenning i spolen blir ikke strømmen umiddelbart V_0/R . Det tar en tid av størrelsesorden L/R .

Eks 2: Vekselspenning

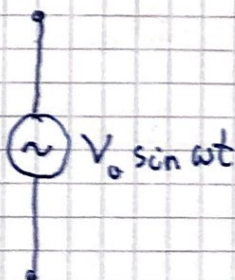
Rennende vann driver turbin som roterer spole med N vikinger og omsluttet areal A i magnetfelt \vec{B} ; vinkel fart ω . Gir omsluttet fluks

$$\Phi(t) = NBA \cos \omega t$$

og industert vekselspenning

$$V(t) = V_0 \sin \omega t ; V_0 = NBA \omega$$

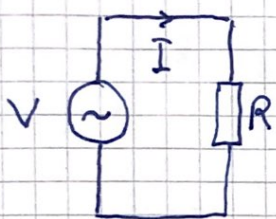
Kretssymbol:



Frekvens: $f = \omega/2\pi$
(Europa: 50 Hz)

Eks 3: Effektivverdier

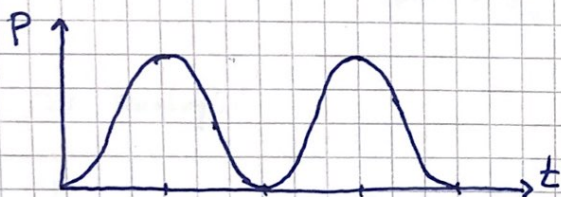
(113)



$$K2: V_0 \sin \omega t - RI = 0$$

$$\Rightarrow I(t) = I_0 \sin \omega t ; I_0 = V_0/R$$

$$\text{Effektuttap: } P(t) = V(t)I(t) = V_0 I_0 \sin^2 \omega t$$



$$\begin{aligned} \text{Midlere effektuttap: } \langle P \rangle &= V_0 I_0 \langle \sin^2 \omega t \rangle = \frac{1}{2} V_0 I_0 \\ &= V_{\text{rms}} \cdot I_{\text{rms}} \end{aligned}$$

$$\text{med effektivverdier } V_{\text{rms}} = V_0/\sqrt{2} \text{ og } I_{\text{rms}} = I_0/\sqrt{2}$$

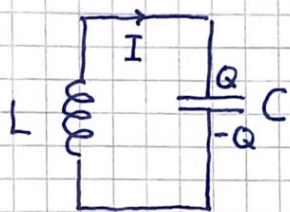
$$\text{I veggkontakten: } V_{\text{rms}} = 230 \text{ V ; } V_0 = 325 \text{ V}$$

[RMS-verdi:

$$V_{\text{rms}} = \sqrt{\langle V^2 \rangle} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T V^2(t) dt} = \frac{V_0}{\sqrt{2}}]$$

Eks 4: LC-krets og mekanisk analogi

(114)



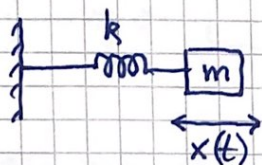
Startbetingelse: $Q(0) = Q_0$; $I(0) = 0$

$$K2: -L\dot{I} - Q/C = 0$$

$$I = \dot{Q} \Rightarrow \ddot{Q} + \frac{1}{LC} Q = 0$$

$$\Rightarrow Q(t) = Q_0 \cos \omega_0 t \quad ; \quad \omega_0^2 = \frac{1}{LC}$$

Mekanisk analogi:



$$N2 \Rightarrow \ddot{x} + \frac{k}{m} x = 0$$

$$x(t) = x_0 \cos \omega_0 t \quad ; \quad \omega_0^2 = \frac{k}{m}$$

Analoge størrelser:

$$Q \leftrightarrow x, \quad I \leftrightarrow \dot{x}, \quad L \leftrightarrow m, \quad C \leftrightarrow 1/k$$

$$K = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 \leftrightarrow \frac{1}{2} L I^2 = \text{energi i } \vec{B}\text{-feltet i spolen}$$

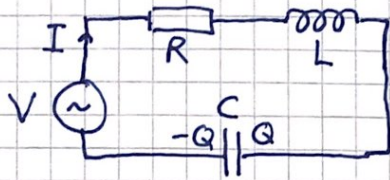
$$U = \frac{1}{2} k x^2 \leftrightarrow \frac{1}{2} \frac{1}{C} Q^2 = \text{--- } \vec{E}\text{-feltet i kondensatoren}$$

Konservative system ; ingen dissipasjon av energi når $R=0$:

$$\begin{aligned} \frac{Q^2}{2C} + \frac{1}{2} L I^2 &= \frac{Q_0^2}{2C} \cos^2 \omega_0 t + \frac{1}{2} L Q_0^2 \underbrace{\omega_0^2}_{=1/LC} \sin^2 \omega_0 t \\ &= \frac{Q_0^2}{2C} = \text{konstant} \end{aligned}$$

Eks 5: RLC resonanskrets

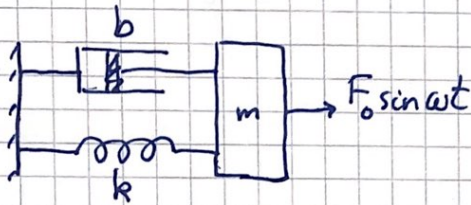
(115)



$$K2: V_0 \sin \omega t - R\dot{Q} - L\ddot{Q} - \frac{Q}{C} = 0$$

$$\Rightarrow L\ddot{Q} + R\dot{Q} + \frac{Q}{C} = V_0 \sin \omega t$$

Mekanisk analogi:



$$N2: m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = F_0 \sin \omega t$$

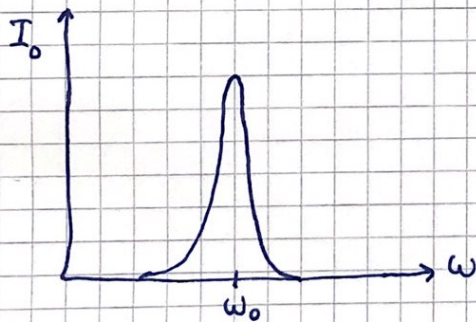
$$\Rightarrow b \leftrightarrow R, \quad F_0 \leftrightarrow V_0$$

Resonans når $\omega \approx \omega_0 = 1/\sqrt{LC}$:

$$Q(t) = Q_0(\omega) \sin(\omega t + \varphi)$$

$$Q_0(\omega) = \frac{V_0/L}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + (2\delta\omega)^2}} \quad ; \quad 2\delta = R/L$$

$$I(t) = I_0(\omega) \cos(\omega t + \varphi) \quad ; \quad I_0(\omega) = \omega \cdot Q_0(\omega)$$



Halvverdi-bredde: $\Delta\omega = 2\delta = R/L$

Kvalitetsfaktor:

$$\frac{\omega_0}{\Delta\omega} = \frac{f_0}{\Delta f} = \frac{\sqrt{LC}}{R}$$

Ekspimentelt:

Måler $I_0(\omega)$ og $Q_0(\omega)$ ved å måle $V_R = R \cdot I$ og $V_C = Q/C$ over hver R og C.