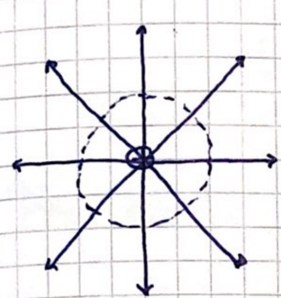
Feltlinjer for $\vec{E}$ [OS2 5.6; YF 21.6; LHL 19.6]

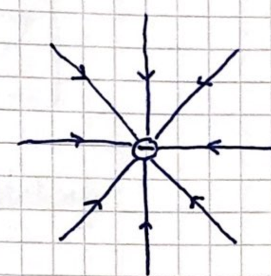
Gir visuelt bilde av $\vec{E}$ rundt ladningen(e).

Retning : Feltlinjer $\parallel \vec{E}$

Feltstyrke : $E = |\vec{E}|$ prop. med antall linjer pr flateenhet

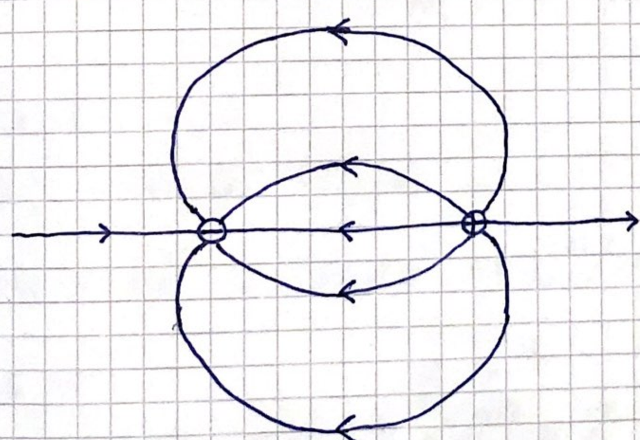
Eks 1 : Punktladning





$$\left.\begin{array}{ll}\text{Feltlinjetetthet:} & N/A = N/4\pi r^2 \sim 1/r^2 \\ \text{Feltstyrke:} & E = q/4\pi\varepsilon_0 r^2 \sim 1/r^2\end{array}\right\} \text{OK}$$

Eks 2 : Dipol



Elektrisk dipolmoment [OS2 5.7; YF 21.7; LHL 19.10]

Enkel dipol : $\overset{-q}{\bullet}\xrightarrow{\quad\vec{d}\quad}\overset{q}{\bullet}$

Dipolmoment : $\boxed{\vec{p} = q\vec{d}}$ $\qquad [p] = C\cdot m$

For flere punktladn. q_i i pos. $\vec{r}_i$:

$$\boxed{\vec{p} = \sum_i q_i \vec{r}_i}$$

For kontinuerlig ladn.fordeling:

$$\boxed{\vec{p} = \int \vec{r}\, dq}$$

Alltid null nettoladn. for dipol: $\sum_i q_i = 0$ evt. $\int dq = 0$

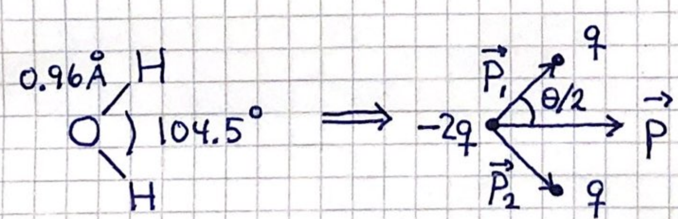
Eks 1 : CO_2 $\qquad \overset{-}{O} = \overset{++}{C} = \overset{-}{O} \qquad \vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = 0$

$\vec{p}_1 \longrightarrow \quad \longleftarrow \vec{p}_2$

Eks 2: H_2O

$p = 1.85\ D$ (debye)

$1D = 10^{-21}\ C\cdot m^2/s\ /\ c = (10^{-21}/299792458)\ C\cdot m \approx \frac{10^{-29}}{3}\ C\cdot m$



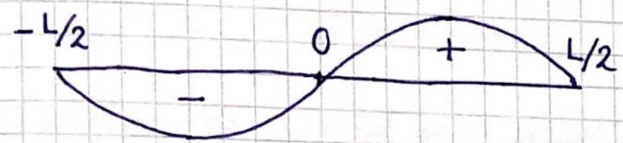
$p = 2\cdot q d \cdot \cos\frac{\theta}{2}$

$\Rightarrow q = p/2d\cos(\theta/2)$

$$\Rightarrow q = \frac{1.85\cdot 10^{-29}}{3}\ C\cdot m / 2\cdot 0.96\cdot 10^{-10}\ m\cdot \cos 52.25° \approx 5.25\cdot 10^{-20}\ C$$

$$\approx 0.33\ e$$

Eks 3: Dipolantenne (øyeblikksbilde)



$L = 1.0 \text{ m}$

Ladn. pr lengdeenhet: $\lambda(x) = \lambda_0 \sin kx$; $k = \frac{2\pi}{L}$

$\lambda_0 = 6.3 \, \mu C/m$

Ladn. på liten bit mellom x og $x + dx$:

$$dq = \lambda(x)\, dx$$

Bidrag til p fra dq: $dp = x \cdot dq = \lambda_0 x \sin kx \, dx$

Totalt dipolmoment: $p = \int dp = \lambda_0 \int_{-L/2}^{L/2} x \sin kx \, dx$

Delvis integrasjon:

$u = x, \quad v' = \sin kx \quad \Rightarrow \quad u' = 1, \quad v = -\frac{1}{k} \cos kx$

$$\Rightarrow \int_{-L/2}^{L/2} x \sin kx \, dx = \Big|_{-L/2}^{L/2} \left(-\frac{x}{k} \cos kx\right) + \underbrace{\int_{-L/2}^{L/2} \frac{1}{k} \cos kx \, dx}_{=0}$$

$$= L^2/2\pi$$

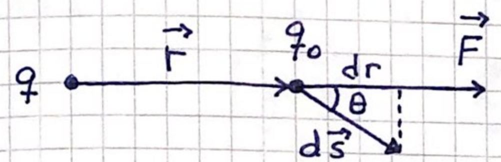
$$\Rightarrow \underline{p = \frac{1}{2\pi} \lambda_0 L^2} = \frac{1}{2\pi} \cdot 6.3 \cdot 10^{-6} \frac{C}{m} \cdot 1.0 \, m^2 = \underline{1.0 \cdot 10^{-6} \, C \cdot m}$$

Potensiell energi. Elektrisk potensial.

[OS2 7.1–7.2 ; YF 23.1–23.2 ; LHL 19.9, 20.3]

Coulombkrefter er, i likhet med gravitasjonskrefter, <u>konservative</u>.

Potensiell energi for ladningspar q og q_0 :



$$dU = -\vec{F}\cdot d\vec{s} = -F\cdot ds \cdot \cos\theta$$

$$= -F\cdot dr = -qq_0\, dr/4\pi\varepsilon_0 r^2$$

= endring i U når q_0 flyttes fra $\vec{r}$ til $\vec{r}+d\vec{s}$

Naturlig valg her: $U(r\to\infty) = 0$

$$\Rightarrow U(r) = -\int_\infty^r \frac{qq_0\, dr}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0 r}$$ = pot. energi for ladningspar q og q_0 i innbyrdes avstand r

Elektrisk potensial $\overset{\text{def}}{=}$ pot. energi pr ladningsenhet

$$\Rightarrow \boxed{V(r) = U(r)/q_0 = q/4\pi\varepsilon_0 r}$$

= potensialet som en punktladning q omgir seg med

= <u>Coulombpotensialet</u>

Potensialforskjell mellom posisjoner f og i :

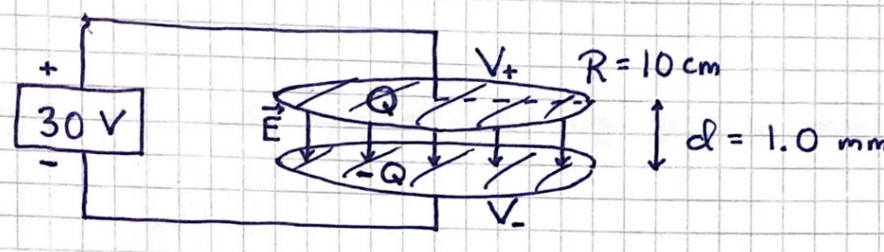
$$\Delta V = \Delta U/q_0 = -\int_i^f (\vec{F}/q_0)\cdot d\vec{s} = -\int_i^f \vec{E}\cdot d\vec{s}$$

$$\boxed{V_f - V_i = -\int_i^f \vec{E}\cdot d\vec{s}}$$

- Ser nå at $[E] = V/m$.
- $1\ eV = 1$ elektronvolt $= 1.6 \cdot 10^{-19}\ C \cdot 1\ \frac{J}{C} = 1.6 \cdot 10^{-19}\ J$

  Hensiktsmessig enhet på atomært nivå.

Eks 1 :



Bestem E mellom platene, ± Q på platene, og p.

Løsning :

$$\Delta V = V_+ - V_- = -\int_-^+ \vec{E} \cdot d\vec{s} = \int_+^- \vec{E} \cdot d\vec{s} = E \cdot d$$

$$\Rightarrow E = \Delta V / d = 30\ V / 0.0010\ m = \underline{30\ kV/m}$$

Fra før : $E = \sigma/\varepsilon_0 = Q/A\varepsilon_0$ $\qquad 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{J \cdot m}$

$$\Rightarrow Q = E \cdot A\varepsilon_0 = \frac{\Delta V}{d} \cdot \pi R^2 \cdot \varepsilon_0 = 3 \cdot 10^4 \frac{V}{m} \cdot \pi \cdot 0.01\ m^2 \cdot \varepsilon_0$$

$$= (\Delta V / 4d) \cdot (4\pi\varepsilon_0) \cdot R^2 = \frac{3}{4} \cdot 10^4 \cdot \frac{1}{9 \cdot 10^9} \cdot 10^{-2}\ C$$

$$= \frac{1}{12} \cdot 10^{-7}\ C = \underline{8.3\ nC}$$

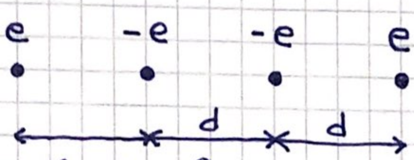
Systemets dipolmoment :

$$p = Q \cdot d = \underline{8.3 \cdot 10^{-12}\ C \cdot m}$$

Merk : $\vec{E}$ har retning

- fra positiv mot negativ ladning
- fra høyt mot lavt potensial

Eks 2: Pot. energi for flere punktladninger



$U = ?$

$d = 2.0$ Å

Løsning:

Alle ladningene vekselvirker parvis og bidrar med

$$U_{ij} = \frac{q_i q_j}{4\pi\varepsilon_0 r_{ij}}$$

til total pot. energi U. Dermed:

$$U = \sum_{\substack{\text{alle}\\ \text{par}}} U_{ij} = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 d} \cdot \left\{ -1 + 1 - 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right\}$$

$$= \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 d} \cdot \left(-\frac{5}{3}\right) = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{(1.6 \cdot 10^{-19})^2}{2.0 \cdot 10^{-10}} \cdot \left(-\frac{5}{3}\right) \text{ J}$$

$$= -1.9 \cdot 10^{-18} \text{ J} = \underline{-12 \text{ eV}}$$

Systemet har null dipolmoment: