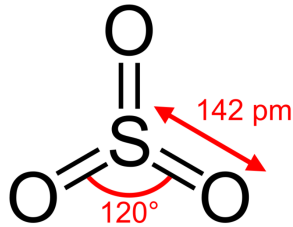


TFY4125 Fysikk: Kort LF til prøveeksamen Elektrisitet og Magnetisme 2023

Oppgave 1 - 4: En positiv og tre negative punktladninger er plassert i xy -planet, med den positive punktladningen Q i origo og de tre negative punktladningene $-Q/3$ i avstand d fra origo. Dette systemet kan betraktes som en enkel modell for svoveltrioksid, SO_3 , med svovelatomet i origo og med S-O bindingslengder $d = 142$ pm. Molekylet er symmetrisk med O-S-O bindingsvinkler 120° . En rimelig tallverdi kan være $Q = e$.



1) Hva er molekylets elektriske dipolmoment, i enheten $e \cdot d$?

Symmetrien i molekylet tilsier at $p = 0$.

A) 0

2) Hva er potensialet på z -aksen, i avstand d fra origo? ($V = 0$ i uendelig avstand fra molekylet.)

$V = e/4\pi\epsilon_0 d - (3e/3)/4\pi\epsilon_0\sqrt{2}d$. Med $d = 142$ pm får jeg $V = 2.97$ V $\simeq 3.0$ V.

E) 3.0 V

3) I hvilken retning peker det elektriske feltet på z -aksen, i posisjon $z = d$?

Bidraget fra ladningen e i positiv z -retning er åpenbart større enn det samlede bidraget fra de tre ladningene $-e/3$ i negativ z -retning.

E) I positiv z -retning.

4) I hvilken retning peker det elektriske feltet på x -aksen, i posisjon $x = 2d$? Her antar vi at det ene O-atomet ligger på x -aksen, i posisjon $x = d$.

Bidraget fra ladningen $-e/3$ (som ligger på x -aksen i $x = d$) i negativ x -retning er en faktor $4/3$ større enn bidraget fra ladningen e (som ligger i origo) i positiv x -retning. (Bidraget fra de to andre

ladningene $-e/3$ peker også i negativ x -retning.)

B) I negativ x -retning.

5) Ei dipolantenne har lengde $L = 40$ cm. Med antenna langs x -aksen er ladningen pr lengdeenhet

$$\lambda(x, t) = \frac{\lambda_0 x}{L} \cos \omega t \quad -\frac{L}{2} \leq x \leq \frac{L}{2}$$

med $\lambda_0 = 40$ nC/cm. **Hva er antennes elektriske dipolmoment ved tidspunktet $t = 0$, målt i enheten nC·m?**

Ved $t = 0$ er det en ladning $dq = (\lambda_0 x/L) dx$ mellom x og $x + dx$. Dermed:

$$p = \int dp = \int x dq = \frac{\lambda_0}{L} \int_{-L/2}^{L/2} x^2 dx = \frac{\lambda_0 L^2}{12}.$$

Med oppgitte tallverdier finner jeg at $p = 53$ nC m.

D) 53

6) Fem punktladninger er plassert i et plan på samme måte som øynene på en terning når du har kastet en femmer. Ladningen i midten er $4e$ mens de fire andre er $-e$. Den korteste avstanden mellom to negative punktladninger er 1.0 nm. **Hva er systemets potensielle energi målt i enheten eV?** Null potensiell energi tilsvarer som vanlig uendelig avstand mellom to punktladninger.

Med $N = 5$ er det $N(N - 1)/2 = 10$ ladningspar som bidrar til total potensiell energi: 4 par med avstand 1.0 nm mellom $-e$ og $-e$, 4 par med avstand $1/\sqrt{2}$ nm mellom $-e$ og $4e$ og 2 par med avstand $\sqrt{2}$ nm mellom $-e$ og $-e$. Dette gir $U = -17.2U_0$, der $U_0 = e^2/4\pi\epsilon_0 a$, som med $a = 1.0$ nm gir $U_0 = 1.44$ eV, og dermed $U = -25$ eV.

A) -25

7) Ei stor metallplate er plassert på tvers i et uniformt ytre elektrisk felt med feltstyrke 55 V/cm. **Hvor mye ladning er induert pr cm² på metallplatas overflater?**

Totalt elektrisk felt inni metallplata er null i elektrostatisk likevekt. Det betyr at det indueres en ladning $\pm\sigma_i$ pr flateenhet på metallplatas overflater som tilsvarer et induert felt $E_i = E_0 = \sigma_i/\epsilon_0$, der $E_0 = 55$ V/cm. Dette gir $\sigma_i = \epsilon_0 E_0 = 4.9 \cdot 10^{-8}$ C/m², eller 4.9 pC pr cm².

A) 4.9 pC

Oppgave 8-9: En enkel elektrisk dipol består av punktladninger $Q = 3.4$ μ C og $-Q$ plassert på x -aksen i hhv $x = d/2$ og $x = -d/2$, med $d = 2.2$ mm. Dipolen befinner seg i et område der potensialet

er $V(x) = -V_0(x/\xi)^2$. Her er $V_0 = 30$ V og $\xi = 0.22$ mm.
Oppgitt: $\mathbf{E} = -\hat{x}dV(x)/dx$

8) Hva er netto dreiemoment på dipolen?

Det elektriske feltet peker overalt i x -retning. Dipolmomentet peker også i x -retning. Da er $\boldsymbol{\tau} = \mathbf{p} \times \mathbf{E} = 0$.

A) Null

9) Hva er netto kraft på dipolen?

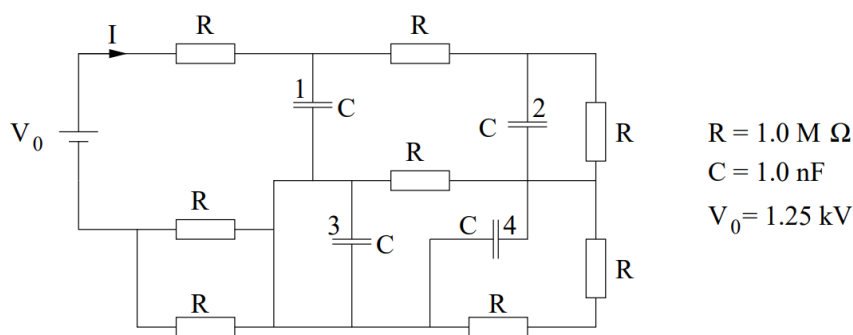
Her trenger vi det elektriske feltet: $\mathbf{E} = E(x)\hat{x}$ med $E(x) = -dV/dx = 2V_0x/\xi^2$. Da blir begge punktladninger utsatt for en kraft $F_1 = Q \cdot 2V_0 \cdot (d/2)/\xi^2$ i positiv x -retning. Total kraft på dipolen er dermed $F = 2F_1 = 2QV_0d/\xi^2$. Med oppgitte tallverdier fikk jeg $F = 9.3$ N.

E) 9.3 N

10) Fire kapasitanser, hhv 1.00 F, 2.00 F, 3.00 F og 4.00 F, er koblet i serie. Hva er seriekoblingens totale kapasitans?

$$C = (1/1.00 + 1/2.00 + 1/3.00 + 1/4.00)^{-1} \text{ F} = 0.48 \text{ F}.$$

B) 0.48 F



11) I kretsen over har spenningskilden vært koblet til så lenge at strømmen I er konstant. Hvor stor er I ?

Når I er konstant, går det ikke strøm inn mot eller ut av kondensatorene. Da er kretsen i realiteten en seriekobling av 3 motstander R , koblet i serie med en parallellkobling av R og $2R$ (to R i serie), koblet i serie med en parallellkobling av R og R . Førstnevnte parallellkobling har motstand $(1/R + 1/2R)^{-1} = 2R/3$, sistnevnte parallellkobling har motstand $(1/R + 1/R)^{-1} = R/2$. Total

motstand i hele kretsen er da $3R + 2R/3 + R/2 = (18 + 4 + 3)R/6 = 25R/6 = 25/6 \text{ M}\Omega$. Ohms lov gir da $I = 1250 \cdot 6/25 \cdot 10^6 = 3 \cdot 10^{-4} \text{ A} = 0.3 \text{ mA}$.

C) 0.3 mA

12) Et ion med masse $79u$, ladning $2e$ og (ved et gitt tidspunkt) hastighet $\mathbf{v} = v_0 \hat{x}$ med $v_0 = 66.5 \text{ km/s}$ befinner seg i et uniformt magnetfelt $\mathbf{B} = B_0 \hat{z}$ med $B_0 = 0.44 \text{ T}$. Hva er radien i banen som ionet følger?

Magnetisk kraft er $F = 2ev_0B_0$, og (sentripetal-)akselerasjonen er v_0^2/r . Newtons 2. lov gir da en baneradius $r = 79uv_0/2eB_0$. Med oppgitte tallverdier er dette 6.2 cm.

F) 6.2 cm

Oppgave 13-14: Ei kvadratisk strømsløyfe der sidekantene har lengde 10 cm og strømstyrken 2.5 A befinner seg i et uniformt magnetfelt med feltstyrke 1.2 T og retning langs y -aksen. Strømsløyfa er orientert slik at flatenormalen peker i x -retning.

13) Hva er netto dreiemoment på strømsløyfa?

Her står flatenormalen, og dermed det magnetiske dipolmomentet, vinkelrett på magnetfeltets retning. Da er dreiemomentet $\tau = IAB = 2.5 \cdot 0.010 \cdot 1.2 \text{ Nm} = 0.030 \text{ Nm} = 30 \text{ N mm}$.

D) 30 N mm

14) Hva er netto kraft på strømsløyfa?

Her er det parvis like store men motsatt rettede krefter som virker på strømsløyfas fire rette lederbiter, og dermed null nettokraft.

A) Null

15) Jordmagnetfeltet i Trondheim har vertikal og horisontal komponent hhv 50.13 og 13.70 μT . Hvor stor er vinkelen mellom \mathbf{B} og vertikalen?

$\phi = \arctan(13.70/50.13) = 15.3^\circ$.

A) 15.3°

16) I jern har hvert atom et magnetisk dipolmoment som dannes av to parallelle elektronspinn, dvs $m = 2\mu_B$. Her er $\mu_B = e\hbar/2m_e$ det magnetiske dipolmomentet for ett elektronspinn, det såkalte

Bohr-magnetonet, med verdi $9.27 \cdot 10^{-24} \text{ Am}^2$. **Hva blir da den maksimale tettheten av magnetisk dipolmoment (dvs: magnetisk dipolmoment pr volumenhet) i jern?**

Oppgitt: Molar masse, jern: 55.9 g/mol . Massetetthet, jern: 7.9 g/cm^3 . $1 \text{ mol} = 6.02 \cdot 10^{23}$ atomer.

Det er $7.9/55.9$ mol jernatomer pr cm^3 , dvs $1.413 \cdot 10^5$ mol pr m^3 . Hvert jernatom har magnetisk dipolmoment $2\mu_B = 2 \cdot 9.27 \cdot 10^{-24} \text{ A m}^2$, slik at totalt dipolmoment pr volumenhet er $1.413 \cdot 10^5 \cdot 6.02 \cdot 10^{23} \cdot 2 \cdot 9.27 \cdot 10^{-24} \text{ A/m} = 1.6 \text{ MA/m}$.

F) 1.6 MA/m

Oppgave 17-18: En ideell luftfylt spole har 1200 viklinger, radius 3.0 cm og lengde 12 cm.

17) Hva er spolens induktans?

Magnetfeltet inni en ideell luftfylt spole er $B = \mu_0 n I$, der $n = N/l$ er antall viklinger pr lengdeenhet. Total omsluttet magnetisk fluks er dermed $\Phi = N B A = \mu_0 N^2 \pi r^2 I / l = L I$, slik at spolens induktans er $L = \Phi / I = \mu_0 N^2 \pi r^2 / l = 43 \text{ mH}$.

D) 43 mH

18) Denne spolen roteres med omløpstid 20 ms i et uniformt ytre magnetfelt med feltstyrke 0.75 T. Rotasjonsaksen står normalt på både spolens akse og magnetfeltets retning. Hva er amplituden til den induserte spenningen i spolen?

$$V_0 = N B A \omega = N B \pi r^2 \cdot 2\pi / T = 799.4 \text{ V} = 0.8 \text{ kV}.$$

F) 0.8 kV

19) En kapasitans $C = 2.0 \text{ F}$ med startladning $\pm Q_0$ kobles ved tidspunktet $t = 0$ til en induktans $L = 2.0 \text{ H}$. Hvor lang tid tar det før kondensatorplatene har motsatt ladning av startladningen (første gang)?

Kirchhoffs spenningsregel gir $-L\dot{I} - Q/C = 0$, som med $I = \dot{Q}$ gir ligningen for en enkel harmonisk oscillator, $\ddot{Q} + \omega_0^2 Q = 0$, med $\omega_0^2 = 1/LC$. Kondensatorplatene har startladningen med motsatt fortegn etter en halv periode, dvs etter en tid $T/2 = \pi/\omega_0 = \pi\sqrt{LC} = 2\pi = 6.3 \text{ s}$.

F) 6.3 s

20) En vekselspenningskilde $V(t) = V_0 \sin \omega t$ med amplitude 20 V kobles til en seriekobling av en motstand $R = 10 \Omega$, en induktans $L = 1.5 \text{ H}$ og en kapasitans $C = 1.5 \mu\text{F}$. Hva er amplituden til strømmen i kretsen når den drives på resonans, dvs med $\omega = \omega_0 = 1/\sqrt{LC}$?

Her kan vi benytte oppgitte sammenhenger i formelarket for tvungne svingninger i det analoge

mekaniske dempede svingesystemet. Da følger det at strøamplituden er $I_0(\omega_0) = \omega_0 Q_0(\omega_0) = (\omega_0 V_0/L)/(R\omega_0/L) = V_0/R = 2.0$ A. Her var det ikke nødvendig å kjenne verdiene av L og C . Når svingekretsen drives på resonans, er spenningen over induktansen og kapasitansen like store, men i motfase, slik at påtrykt spenning tilsvarer spenningen over motstanden – som enkelt fastlegges med Ohms lov.

C) 2.0 A