Oppstart

- Emnesiden
- Referansegruppe

  MTDT SELMA GUDMUNDSEN selmag

  MTKOM MAREN FAGERHAUG JOHANSEN marenfj

  MTDESIG AGNES GOUJON Agnesgo

  MTKJ Deniz Yapici DENIZY

  BELDIG Victor André Stokkvold Figueiredo vafigue

- Labinfo

DYNAMIKK

[OS1 1-12, 15 (openstax.org)]
[YF 1-11, 14 (Young og Freedman)]
[LL 1-6, 9 (Lien og Løvhøiden)]

Størrelser og enheter [OS1 1 ; YF 1]

Eks, fysisk størrelse: Lengde (rundt Ekvator)

$$\underbrace{L}_{\text{symbol}} = \underbrace{40075}_{\text{tallverdi}}\ \underbrace{k}_{\text{dekadisk forstavelse}}\underbrace{m}_{\text{SI-enhet}}$$

dekadisk forstavelse $(k = kilo = 10^3)$

evt. $L = \underbrace{4.0075}_{5 \text{ gjeldende siffer}} \cdot 10^7\ m \approx \underbrace{4.0}_{2 \text{ gjeldende siffer}} \cdot 10^7\ m$

Notasjon: $[L] = m$
(Enheten for lengde er meter)

Grunnenheter i SI-systemet:

$$\left.\begin{array}{ll} \text{lengde} & [\ell] = m \\ \text{masse} & [m] = kg \\ \text{tid} & [t] = s \end{array}\right\} \text{mekanikk}$$

$$\left.\begin{array}{ll} \text{strømstyrke} & [I] = A \end{array}\right\} \text{elmag}$$

$$\left.\begin{array}{ll} \text{temperatur} & [T] = K \\ \text{stoffmengde} & [n] = mol \end{array}\right\} \text{termisk fysikk}$$

$$\begin{array}{ll} \text{lysstyrke} & [I] = cd \end{array}$$

1m, 1kg osv defineres med utgangspunkt i eksakte verdier for ulike naturkonstanter (c, e, k_B, N_A, h) (siden 20.05.2019).

Størrelser med sammensatte enheter :

hastighet (fart) $[v] = m/s$

akselerasjon $[a] = (m/s)/s = m/s^2$

Størrelser med avledet enhet :

kraft $[F] = kg \cdot m/s^2 = N$

energi $[W] = N \cdot m = J$

effekt $[P] = J/s = W$

Andre enheter :

1 tomme = 1 in = 25.4 mm

1 fot = 1 ft = 12 in = 30.48 cm

1 yard = 1 yd = 3 ft = 91.44 cm

1 ångstrøm = 1 Å = 0.1 nm = 10^{-10} m

$a_0 \approx 0.529$ Å (Bohr-radien)

1 knop = 1 kn = 1 kt = 1852 m/h (h = hour)

1 elektronvolt = 1 eV = $1.602176634 \cdot 10^{-19}$ J $\approx 1.6 \cdot 10^{-19}$ J

Eks 1: Hvor lang tid bruker lyset rundt ekvator ?

Løsn 1: $v = c \approx 3 \cdot 10^8$ m/s , $\ell \approx 4 \cdot 10^7$ m

$t = L/c \approx 0.13$ s

Eks 2: Gjennomsnittlig strømpris i Trondheim i dag (11/1) er 108.64 øre pr kWh. Hvor mange joule får du da for 100 kr ?

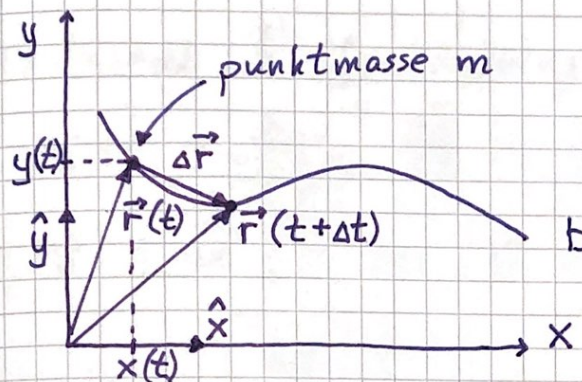
Løsn 2: $1\,\text{kWh} = 1000\ \text{J/s} \cdot 3600\,\text{s} = 3.6 \cdot 10^6$ J.

kWh for 100 kr = 100/1.0864 = 92.047

$\Rightarrow 92.047 \cdot 3.6 \cdot 10^6\ \text{J} \approx 331 \cdot 10^6\ \text{J} = 331$ MJ for 100 kr

(M = mega = 10^6)

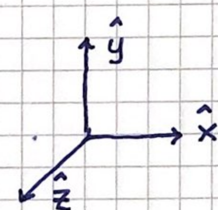
Kinematikk [OS1 3,4 ; YF 2,3 ; LL1]



$$\vec{r}(t) = x(t)\,\hat{x} + y(t)\,\hat{y} = \text{posisjon ved tid } t$$

i 3D: $\vec{r}(t) = x(t)\,\hat{x} + y(t)\,\hat{y} + z(t)\,\hat{z}$

enhetsvektorer : $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$



$$|\hat{x}| = |\hat{y}| = |\hat{z}| = 1$$

$$[\hat{x}] = [\hat{y}] = [\hat{z}] = 1$$

(dvs dimensjonsløse)

$$\hat{x}\cdot\hat{x} = \hat{y}\cdot\hat{y} = \hat{z}\cdot\hat{z} = 1$$

$$\hat{x}\cdot\hat{y} = \hat{y}\cdot\hat{z} = \ldots = 0$$

$$\hat{x}\times\hat{y} = \hat{z} \qquad \hat{y}\times\hat{x} = -\hat{z}$$

$$\hat{y}\times\hat{z} = \hat{x} \qquad \hat{z}\times\hat{y} = -\hat{x}$$

$$\hat{z}\times\hat{x} = \hat{y} \qquad \hat{x}\times\hat{z} = -\hat{y}$$

Forflytning i løpet av Δt:

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)$$

Hastighet $\overset{def}{=}$ forflytning pr tidsenhet:

$$\vec{v}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}}$$

$\Rightarrow$ $\vec{v} \parallel \Delta\vec{r}$, dvs $\vec{v}$ er tangent til banen

Akselerasjon $\overset{def}{=}$ hastighetsendring pr tidsenhet:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \dot{\vec{v}} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \ddot{\vec{r}}$$

$\Rightarrow$ $\vec{a} \parallel d\vec{v}$, dvs i samme retning som fartsendringen

Kartesiske komponenter:

$$\vec{v} = v_x\,\hat{x} + v_y\,\hat{y} + v_z\,\hat{z}$$

$$\vec{a} = a_x\,\hat{x} + a_y\,\hat{y} + a_z\,\hat{z}$$

$\Rightarrow$ $v_x = \frac{dx}{dt} = \dot{x}$ osv

$a_x = \dot{v}_x = \ddot{x}$ osv

Integrasjon av $\vec{v}$ og $\vec{a}$ gir hhv $\vec{r}$ og $\vec{v}$:

$\vec{v} = d\vec{r}/dt \Rightarrow d\vec{r} = \vec{v}\cdot dt$

$$\Rightarrow \int_{\vec{r}(0)}^{\vec{r}(t)} d\vec{r} = \int_0^t \vec{v}(t)\,dt \Rightarrow \vec{r}(t) = \vec{r}(0) + \int_0^t \vec{v}(t)\,dt$$

$\vec{a} = d\vec{v}/dt \Rightarrow d\vec{v} = \vec{a}\cdot dt$

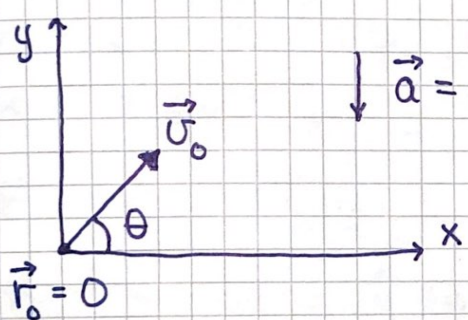
$$\Rightarrow \int_{\vec{v}(0)}^{\vec{v}(t)} d\vec{v} = \int_0^t \vec{a}(t)dt \quad \Rightarrow \quad \vec{v}(t) = \vec{v}(0) + \int_0^t \vec{a}(t)dt$$

Hvis $\vec{a}$ er konstant:

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{a}\cdot t \; ; \quad \vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0\cdot t + \tfrac{1}{2}\vec{a}\cdot t^2$$

der $\vec{v}_0 = \vec{v}(0)$; $\vec{r}_0 = \vec{r}(0)$

Eks: Skrått kast



$\downarrow \vec{a} = -g\cdot\hat{y}$; $g \approx 9.81\ m/s^2$

$\boxed{\text{Finn } \vec{r}(t) \text{ og banen } y(x)}$

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 - gt\,\hat{y}$$

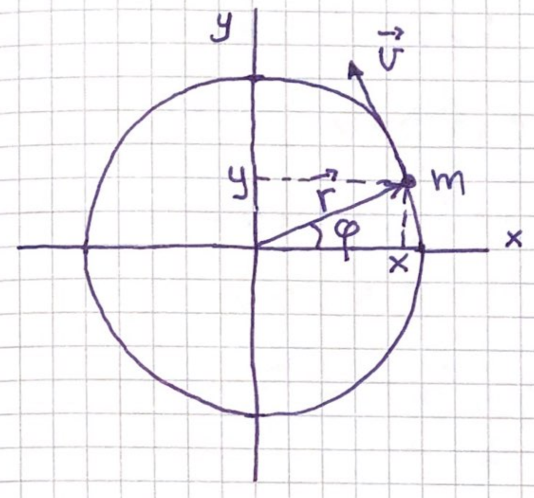
$$\vec{r}(t) = \vec{v}_0 t - \tfrac{1}{2}gt^2\,\hat{y}$$

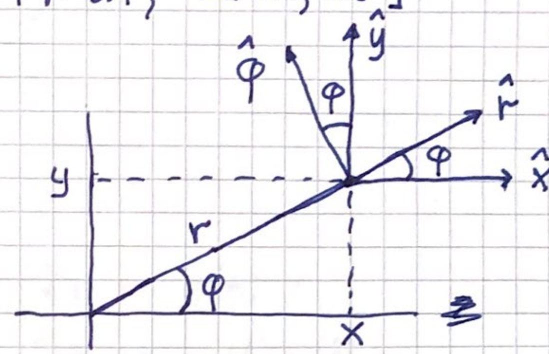
$$= \hat{x}\cdot v_0 t\cdot\cos\theta + \hat{y}\left(v_0 t\cdot\sin\theta - \tfrac{1}{2}gt^2\right)$$

Banen: $t = x/v_0\cos\theta$

$$\Rightarrow y(x) = x\cdot\tan\theta - \tfrac{1}{2}g x^2/v_0^2\cos^2\theta$$

Sirkelbevegelse [OS1 4.4 ; YF 3.4 ; LL 1.7, 1.8]





Polarkoordinater:

r = avstand fra origo

φ = vinkel mellom $\hat{x}$ og $\hat{r}$;
positiv mot klokka

Fra figuren:

$$r = \sqrt{x^2+y^2} \quad , \quad \varphi = \arctan(y/x)$$

$$x = r\cos\varphi \quad , \quad y = r\sin\varphi$$

$$\vec{r} = \hat{x}\,x + \hat{y}\,y = \hat{x}\,r\cos\varphi + \hat{y}\,r\sin\varphi = r\,\hat{r}$$

$$\hat{r} = \hat{x}\cos\varphi + \hat{y}\sin\varphi$$

$$\hat{\varphi} = -\hat{x}\sin\varphi + \hat{y}\cos\varphi$$

vinkel $\overset{\text{def}}{=}$ buelengde / radius :

$$\Delta\varphi = \Delta s / r \quad ; \quad [\varphi] = 1 \quad (\text{evt. rad})$$

vinkelhastighet $\overset{\text{def}}{=}$ omløpt vinkel pr tidsenhet :

$$\omega = d\varphi/dt = \dot{\varphi} \quad ; \quad [\omega] = 1/s \quad (\text{evt. rad/s})$$

Med "bitteliten" (infinitesimal) dt er $dr = ds = r\,d\varphi$
slik at $v = dr/dt = r \cdot d\varphi/dt = r \cdot \omega$.

Retning: Vi ser at $\vec{v} \perp \vec{r}$ og at $\vec{v} \parallel \hat{\varphi}$

Dermed: $\boxed{\vec{v} = r\omega\,\hat{\varphi}}$

Akselerasjon ved sirkelbevegelse:

$$\vec{r}(t) = \hat{x}\, r \cos\varphi(t) + \hat{y}\, r \sin\varphi(t)$$

$$\Rightarrow \vec{v}(t) = -\hat{x}\, r \sin\varphi(t) \cdot \dot{\varphi} + \hat{y}\, r \cos\varphi(t) \cdot \dot{\varphi}$$

$$\Rightarrow \vec{a}(t) = -\hat{x}\, r \cos\varphi(t) \cdot \dot{\varphi}^2 - \hat{x}\, r \sin\varphi(t) \cdot \ddot{\varphi} - \hat{y}\, r \sin\varphi(t) \cdot \dot{\varphi}^2 + \hat{y}\, r \cos\varphi(t) \cdot \ddot{\varphi}$$

$$= -\vec{r}(t) \cdot \omega^2 + \hat{\varphi}\, r\, \dot{\omega}$$

$$= -\hat{r}\, r \omega^2 + \hat{\varphi}\, r\, \dot{\omega}$$

Sentripetalakselerasjon: $\vec{a}_\perp = -r\omega^2 \hat{r} = -\frac{v^2}{r}\hat{r}$,
med retning inn mot sirkelens sentrum.

Baneakselerasjon: $\vec{a}_\parallel = r\dot{\omega}\hat{\varphi} = \dot{v}\hat{\varphi}$,
med retning tangentielt til sirkelbanen.

Med <u>uniform</u> sirkelbevegelse, dvs konstant ω og v, er $\dot{\omega} = 0$ og $\dot{v} = 0$, og dermed $a_\parallel = 0$.

Andre størrelser som opptrer ved sirkelbevegelse:

vinkelakselerasjon: $\alpha = \dot{\omega} = \ddot{\varphi}$; $[\alpha] = \frac{1}{s^2}$ (evt $\frac{rad}{s^2}$)

periode $\overset{def}{=}$ tid pr omløp:

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi}{\omega} \quad ; \quad [T] = s$$

frekvens $\overset{def}{=}$ antall omløp pr tidsenhet:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \quad ; \quad [f] = \frac{1}{s} = Hz \quad \text{(hertz)}$$