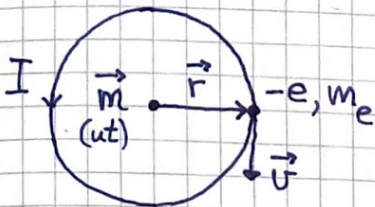


# Magnetisme [OS2 12.7; YF 28.8; LHL 26.1-26.6] (88)

Atomære magnetiske dipoler:

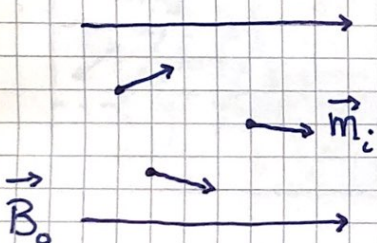


$$I = \frac{e}{2\pi r/v} = \frac{ev}{2\pi r}; \quad A = \pi r^2$$

$$\Rightarrow m = IA = \frac{1}{2} e v r \quad \left. \begin{array}{l} \\ L = |\vec{r} \times \vec{p}| = r \cdot m_e v \end{array} \right\} \Rightarrow m = \frac{e \cdot L}{2m_e}$$

Kvantemekanikk gir dreieimpuls  $L$  og spinn  $S$  for elektroner (og andre elementærpartikler) av størrelsesorden  $\hbar = h/2\pi$  (med  $h \approx 6.6 \cdot 10^{-34}$  Js = Plancks konstant), slik at atomer er magn. dipoler med dipolmoment av størrelsesorden  $\mu_B = e\hbar/2m_e = 1$  Bohr magneton  $\approx 9.27 \cdot 10^{-24}$  Am<sup>2</sup>. (Noen atomer har  $\vec{m} = 0$ .)

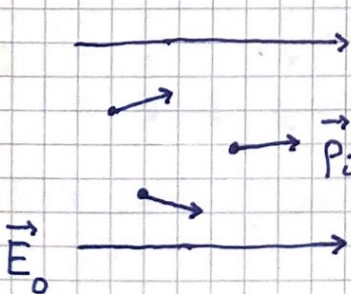
Pga  $\vec{\tau} = \vec{m} \times \vec{B}_0$  vil atomære magn. dipoler få en tendens til å rette seg inn langs det ytre feltet  $\vec{B}_0$ :



Materialets magnetisering  $\vec{M}$   
 $\stackrel{\text{def}}{=} \text{dipolmoment pr volumenhet:}$

$$\vec{M} = \frac{\sum_i \vec{m}_i}{V}; \quad [M] = \frac{A}{m}$$

(Analogi for dielektrikum i ytre felt  $\vec{E}_0$ :



Materialets polarisering  $\vec{P}$  er elektrisk dipolmoment pr volumenhet:

$$\vec{P} = \frac{\sum_i \vec{P}_i}{V}; \quad [P] = \frac{C}{m^2} )$$

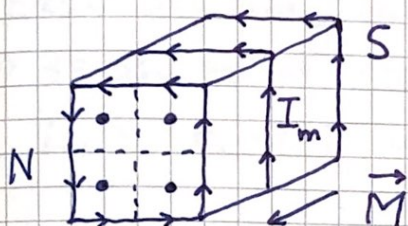


Ferromagnetisme: Fe, Ni, Co,  $\text{Nd}_2\text{Fe}_{14}\text{B}$ , ...

(89)

Naboatomer vekselvirker  $\Rightarrow$  Parallell  $\vec{m}$  gir lavest energi

Permanentmagnet: Parallell  $\vec{m}$  i hele magneten. Resulterer i makroskopisk magnetiseringsstrøm i overflaten.

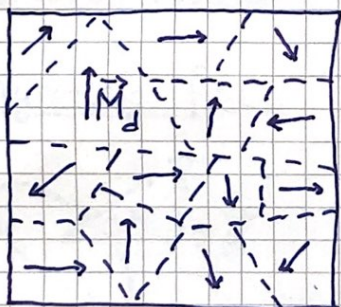


Indre strømmer kansellerer.

Magneten blir som en spole!

(Jf. overflateladning på dielektrikum i ytre  $\vec{E}$ -felt; evt. ferroelektrikum med spontan polarisering  $\vec{P}$ , f.eks.  $\text{BaTiO}_3$ )

Umagnetisk ferromagnet (f.eks. stål): Små domener ( $1 - 10^6 \mu\text{m}^3$ ) med  $\vec{M}_d$  i alle mulige retninger.

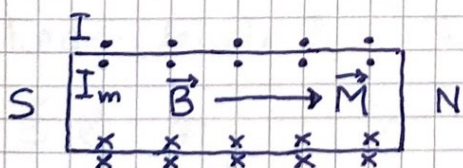


Hvert domene er en magnet, men total magnetisering er

$$\vec{M} = \sum_d \vec{M}_d \approx 0$$

slik at materialet er umagnetisk.

Men blir magnetisk i ytre felt  $\vec{B}_0$  pga innretting av  $\vec{M}_d$  langs  $\vec{B}_0$ . F.eks. spole med jernkjerne:



$I$  = spolestrøm pr vikling

$I_m$  = magn.strøm pr vikling

Felt inni spolen pga  $I$ :  $B_0 = \mu_0 n I$  ("ytre" felt)

———— " —————  $I_m$ :  $B_m = \mu_0 n I_m$

$\Rightarrow$  Totalt felt inni spolen:  $B = \mu_0 n (I + I_m) > B_0$



Lineær respons:  $B = \mu_r B_0$ ;  $\mu_r =$  relativ permeabilitet (90)

$$\Rightarrow B = \mu_r \mu_0 n I = \mu n I; \mu = \mu_r \mu_0 = \text{materialets permeabilitet}$$

Vakuüm:  $\mu_r = 1$ . Ferromagnet:  $\mu_r$  opp mot mange tusen

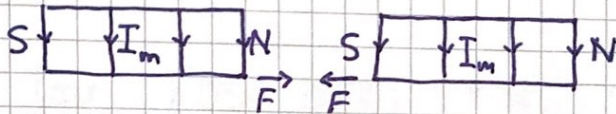
Eks: Spole med jernkjerne,  $N=1600$ ,  $\mu_r = 500$ ,  $l = 10\text{cm}$ ,  $I = 0.2\text{A}$

$$\Rightarrow B = 500 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot (1600/0.10) \cdot 0.2 \text{ T} \approx \underline{2.0 \text{ T}}$$

$$I_m = (\mu_r - 1) I \approx \mu_r \cdot I = \underline{100\text{A}} \quad (\text{pr vikling})$$

Eks: Hvorfor tiltrekning / frastøtning mellom to magneter

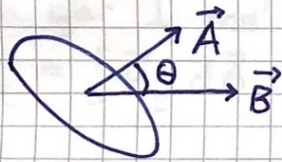
Løsn:



Parallele strømmer  
 $\Rightarrow$  Tiltrekning

Elektrodynamikk [OS2 13-15; YF 29-31; LHL 24, 25, 27]

Magnetisk fluks [OS2 13.1; YF 27.3; LHL 23.7]

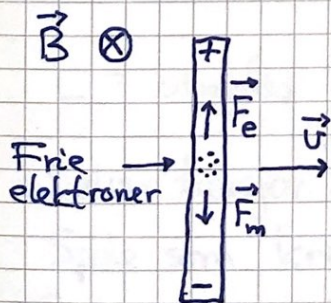


$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{A} = B \cdot A \cdot \cos \theta = \text{magn. fluks gjennom flaten med areal } A$$

Generelt:  $\Phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$  Enhet:  $[\Phi] = \text{T} \cdot \text{m}^2 = \text{Wb}$  (weber)

Faradays induksjonslov [OS2 13.1; YF 29.1-4; LHL 24.1]

Leder, lengde  $l$ , trekkes med fart  $\vec{v}$  gjennom uniformt felt  $\vec{B}$ :



$\vec{F}_m$  induserer overskudd av elektroner nederst

$\Rightarrow$  el. felt  $\vec{E}$  rettet nedover (fra + mot -)

$\Rightarrow$  spenning  $\Delta V = E \cdot l$  i lederen

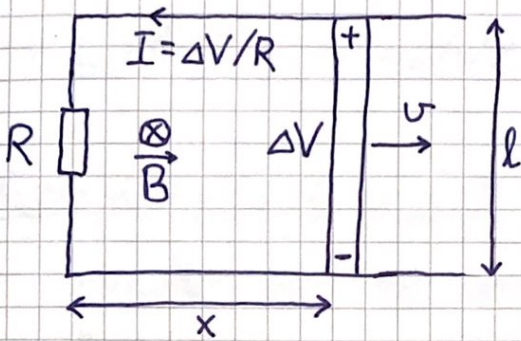
Likerekt når  $F_e = F_m \Rightarrow e \cdot E = evB \Rightarrow E = vB$

$$\Rightarrow \underline{\Delta V = vBl}$$



Lager lukket krets:

(91)



$$\begin{aligned}\underline{\Delta V} &= vBl = \frac{dx}{dt} Bl \\ &= \frac{d}{dt} (xBl) = \frac{d}{dt} (B \cdot A) \\ &= \frac{d}{dt} (\vec{B} \cdot \vec{A}) = \underline{\frac{d\Phi}{dt}}\end{aligned}$$

Faradays induksjonslov

Generelt: Indusert spenning i lukket sløyfe = endring i omsluttet magn. fluks pr tidsenhet,  $\Delta V = -d\Phi/dt$

Lenz' lov [OS2 13.2; YF 29.3; LHL 24.1]

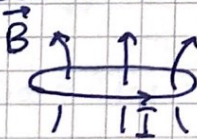
Indusert strøm  $I$  gir magnetfelt  $\vec{B}_I$  og fluks  $\Phi_I = \vec{B}_I \cdot \vec{A}$  som motvirker påtvinget fluksendring  $\Delta\Phi$ .

Eks: I fig. ovenfor påtvinges  $\Delta\Phi = B \cdot \Delta A$  inn i planet.

Da går  $I$  mot klokka slik at indusert omsluttet fluks

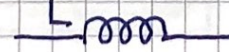
$\Phi_I = \int \vec{B}_I \cdot d\vec{A}$  er positiv ut av planet.

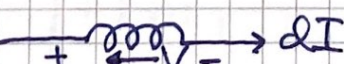
Induktans og induksjon [OS2 14.1-2; YF30.2; LHL 25.1]

Selvinduktans:  $\vec{B}$  prop. med  $I$   
  
 $\Rightarrow \Phi$  ———— " ————  
 $\Rightarrow \boxed{\Phi = L \cdot I}$

$L =$  sløyfas (selv-)induktans ;  $[L] = \frac{Wb}{A} = H$  (henry)

Selinduksjon:  $V = -d\Phi/dt = -L dI/dt$

Spole som kretselement:   $V = -L \dot{I}$

Retning på  $V$ :   $dI$



L for ideell spole :  $\Phi = NBA = N\mu_0 \left(\frac{N}{l}\right) IA$

$\Rightarrow L = \Phi/I = N^2 \mu_0 A/l$  (l = lengde; A = tverrsnitt)

Energi lagret i B-felt [OS2 14.3; YF 30.3; LHL 25.3]

= arbeidet som må gjøres mot induisert motspenning når strømmen økes fra  $i=0$  til  $i=I$  (f.eks. i spole)

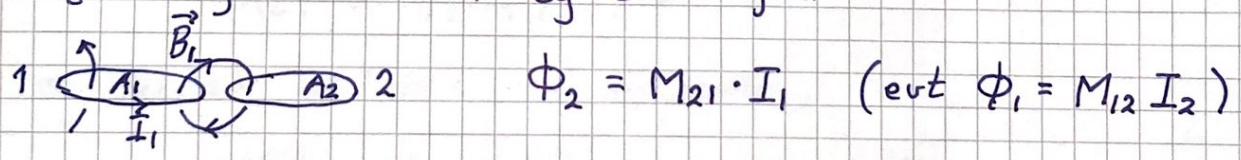
$\Rightarrow dU = P dt = v \cdot i \cdot dt = L \frac{di}{dt} i dt = L i di$   
= tilført energi når strømmen økes fra  $i$  til  $i + di$

$\Rightarrow U = \int_0^I L i di = \frac{1}{2} LI^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{N^2 \mu_0 A}{l} \cdot \left(\frac{B}{\mu_0 N/l}\right)^2$   
 $= \frac{1}{2\mu_0} B^2 \cdot (A \cdot l)$ ;  $A \cdot l$  = volum inni spolen, der  $B \neq 0$

$\Rightarrow u_B = B^2/2\mu_0$  = energi pr volumenhett i B-felt

$\Rightarrow u = u_E + u_B = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2\mu_0} B^2$  = energi pr volumenhett i elektromagnetisk felt

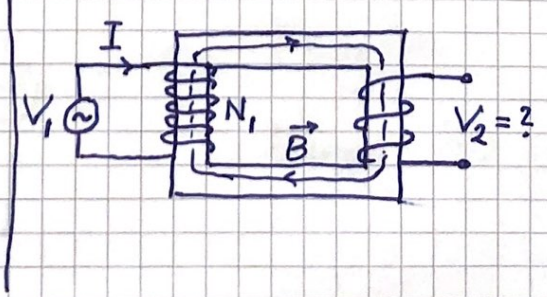
Gjensidig induktans og induksjon:



$M_{12} = M_{21} = M$  = slyfenes gjensidige induktans ;  $[M] = H$

$V_2 = -\dot{\Phi}_2 = -M \dot{I}_1$   
 $V_1 = -\dot{\Phi}_1 = -M \dot{I}_2$

Eks: Transformator

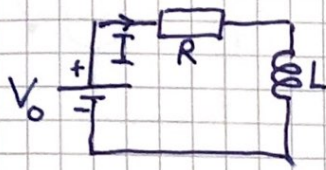


$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\dot{\Phi}_1}{\dot{\Phi}_2} = \frac{N_1}{N_2}$



# Avsluttende eksempler [OS2 14,15; YF 30,31; LHL 25,27] (93)

## Eks 1: RL-krets

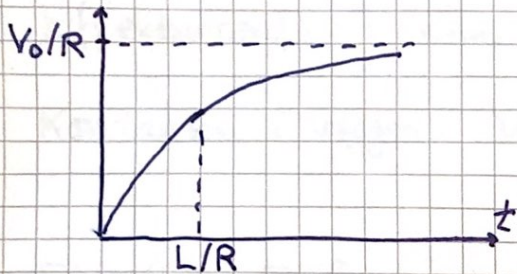


$V_0$  kobles til ved  $t = 0$

$$K1: V_0 - RI - L dI/dt = 0$$

Samme lign. for  $I$  som for  $Q$  i RC-krets

$$\Rightarrow I(t) = \frac{V_0}{R} (1 - e^{-t/\tau}) \text{ med tidskonstant } \tau = L/R$$



Pga industert motspenning i spolen tar det en tid av størrelsesorden  $\tau$  (evt.  $3\tau$ ) før strømmen blir  $V_0/R$ .

## Eks 2: Vekselspenning

Med f.eks. vannkraft: Vann med stor fart driver turbin, som sørger for å rotere spole med  $N$  vinkl. omkling areal  $A$  i magnetfelt  $\vec{B}$  med vinkelfart  $\omega$ . Gir tidsavhengig omsluttet fluks

$$\Phi(t) = NBA \cos \omega t$$

og dermed industert vekselspenning

$$V(t) = V_0 \sin \omega t \quad ; \quad V_0 = NBA\omega$$

Kretssymbol:



Frekvens:

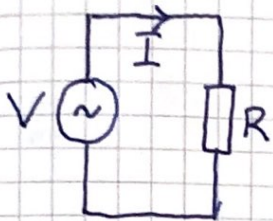
$$f = \omega/2\pi$$

Europa: 50 Hz



### Eks 3: Effektivverdier

(94)



$$K2: V_0 \sin \omega t - RI = 0$$

$$\Rightarrow I(t) = I_0 \sin \omega t ; I_0 = V_0/R$$

Effekttap:

$$P(t) = V(t) \cdot I(t) = V_0 I_0 \sin^2 \omega t$$

$$\text{Midlere effekttap: } \langle P \rangle = V_0 I_0 \langle \sin^2 \omega t \rangle = \frac{1}{2} V_0 I_0 = V_{\text{rms}} \cdot I_{\text{rms}}$$

$$\text{Effektivverdier: } V_{\text{rms}} = V_0/\sqrt{2} ; I_{\text{rms}} = I_0/\sqrt{2}$$

$$\text{Kontakten i veggen: } V_{\text{rms}} = 230 \text{ V} \Rightarrow V_0 = 325 \text{ V}$$

### Eks 4: Énfase, trefase og 400 V

$$\text{Énfase: } \begin{array}{ccc} 1 \bullet & & \bullet 2 \end{array} \quad V(t) = V_2 - V_1 = V_0 \sin \omega t$$

$$\text{Trefase: } \begin{array}{ccc} & 3 \bullet & \\ 1 \bullet & & \bullet 2 \end{array} \quad \begin{array}{l} V_1 = V_0 \sin \omega t \\ V_2 = V_0 \sin(\omega t + 2\pi/3) \\ V_3 = V_0 \sin(\omega t + 4\pi/3) \end{array}$$

$$V_{21} = V_2 - V_1 = V_0 \left\{ \sin(\omega t + 2\pi/3) - \sin \omega t \right\}$$

$$\sin a - \sin b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \cdot \sin \frac{a-b}{2}$$

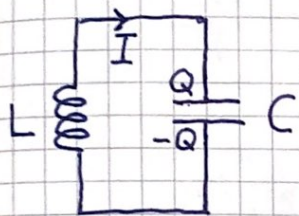
$$\Rightarrow V_{21} = 2 V_0 \cos(\omega t + \pi/3) \cdot \sin(\pi/3) = \sqrt{3} V_0 \cos(\omega t + \pi/3)$$

$$\Rightarrow (V_{21})_{\text{rms}} = \frac{\sqrt{3} V_0}{\sqrt{2}} = \sqrt{1.5} \cdot 325 \text{ V} = 398 \text{ V} \approx \underline{400 \text{ V}}$$



## Eks 5: LC-krets og mekanisk analogi

(95)



Startverdier (f.eks):  $Q(0) = Q_0$ ;  $I(0) = 0$

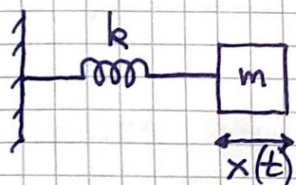
$$K2: -L\dot{I} - Q/C = 0 \quad ; \quad I = \dot{Q}$$

$$\Rightarrow \ddot{Q} + \frac{1}{LC}Q = 0$$

$$\Rightarrow Q(t) = Q_0 \cos \omega_0 t \quad ; \quad \omega_0^2 = \frac{1}{LC}$$

$$I(t) = -I_0 \sin \omega_0 t \quad ; \quad I_0 = Q_0 \omega_0$$

Mekanisk analogi:



$$N2: -kx = m\ddot{x} \Rightarrow \ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$$

$$x(t) = x_0 \cos \omega_0 t \quad ; \quad \omega_0^2 = \frac{k}{m}$$

Analoge størrelser:  $Q \leftrightarrow x$ ;  $I \leftrightarrow \dot{x}$ ;  $L \leftrightarrow m$ ;  $C \leftrightarrow \frac{1}{k}$

$K = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 \leftrightarrow \frac{1}{2} L I^2 =$  energi i  $\vec{B}$ -feltet i spolen

$U = \frac{1}{2} k x^2 \leftrightarrow \frac{1}{2} Q^2/C =$  —" —  $\vec{E}$ -feltet i kondensatoren

Konservative system uten dissipasjon av energi:

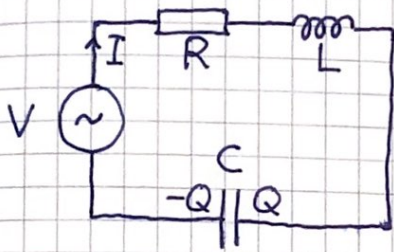
$$\frac{Q^2}{2C} + \frac{1}{2} L I^2 = \frac{Q_0^2}{2C} \cos^2 \omega_0 t + \frac{1}{2} L Q_0^2 \omega_0^2 \sin^2 \omega_0 t$$

$$= Q_0^2 / 2C = \text{konstant}$$



# Eks 6: RLC resonanskrets

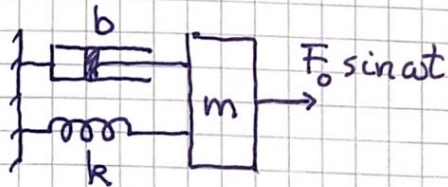
(96)



$$K2: V_0 \sin \omega t - R\dot{Q} - L\ddot{Q} - \frac{Q}{C} = 0$$

$$\Rightarrow L\ddot{Q} + R\dot{Q} + \frac{Q}{C} = V_0 \sin \omega t$$

Mekanisk analogi:



$$N2: m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = F_0 \sin \omega t$$

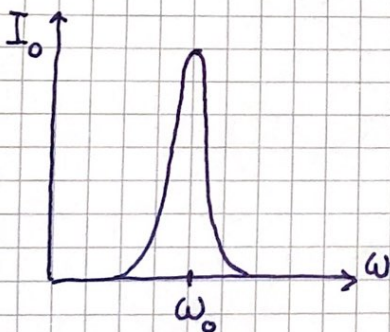
$$\Rightarrow b \leftrightarrow R; \quad F_0 \leftrightarrow V_0$$

Resonans når  $\omega \approx \omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ :

$$Q(t) = Q_0(\omega) \sin(\omega t + \varphi)$$

$$Q_0(\omega) = \frac{V_0/L}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + (2\delta\omega)^2}}; \quad 2\delta = R/L$$

$$I(t) = I_0(\omega) \cos(\omega t + \varphi); \quad I_0(\omega) = \omega Q_0(\omega)$$



Halvverdibredde:  $\Delta\omega = 2\delta = R/L$

Kvalitetsfaktor:

$$\frac{\omega_0}{\Delta\omega} = \frac{f_0}{\Delta f} = \frac{\sqrt{L/C}}{R}$$

Ekspimentelt:

Med voltmetre måles  $V_R = R \cdot I$  og  $V_C = \frac{Q}{C}$ , og dermed  $I_0(\omega)$  og  $Q_0(\omega)$ .