Kontaktkrefter [DS1 5.6, 6.2, 6.4, 14.3 ; YF 4.1, 5.3 ; LL 3, 8] (11)

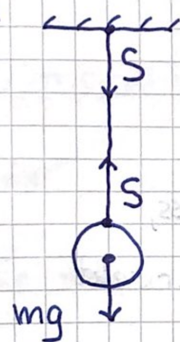
Normalkraft : N = normalkomponent av kontaktkraften mellom to legemer

Eks:

Hvis kloss i ro : $N = mg$ (pga N1)

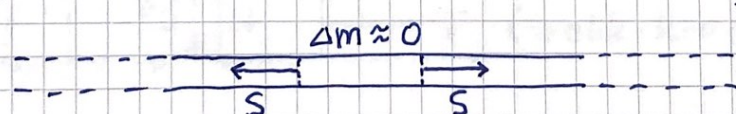
Snorkraft: S = kraft fra snora på det som er festet til snora

Eks:

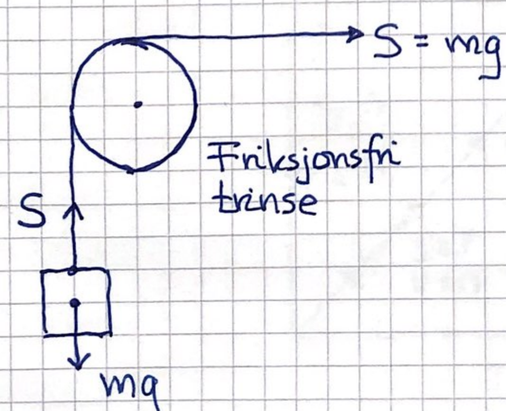


Hvis kule i ro: $S = mg$ (pga N1)

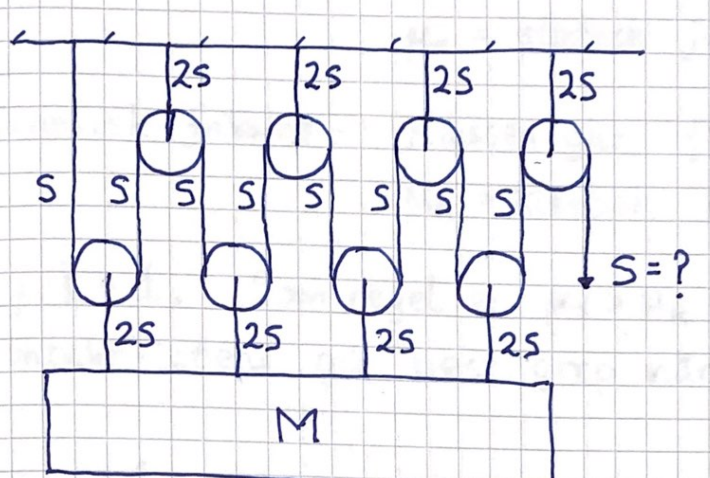
Strukket, lett snor har konstant snordrag S:



Kan endre retningen på $\vec{S}$ med trinse:



Blir sterk med <u>talje</u>:



N1 for kassa:

$4 \cdot 2S = Mg$

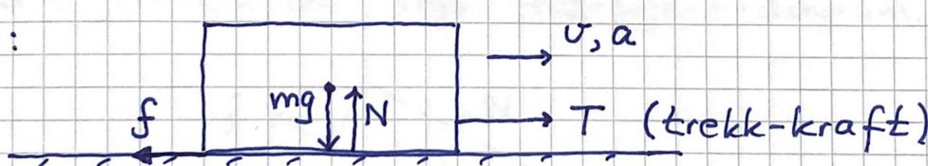
$\Rightarrow \underline{S = \frac{1}{8} Mg}$

<u>Friksjonskrefter</u> [OS1 6.2; YF 5.3; LL 3.1]

f = tangentiell komponent av kontaktkraft mellom legemer

$\vec{f}$ er rettet mot legemenes relative bevegelse

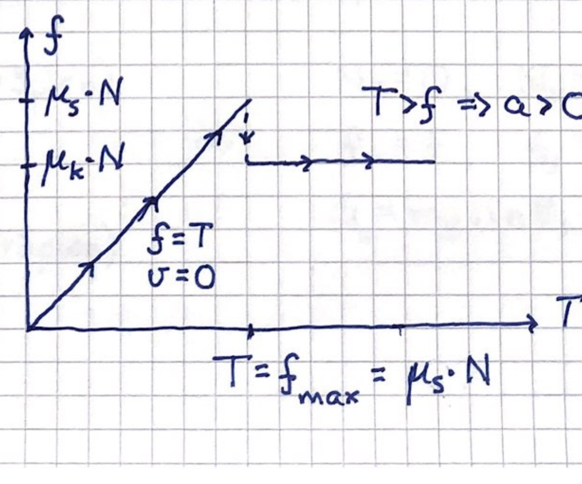
Eks:



N1 $\perp$ bordet $\Rightarrow N = mg$

N2 $\parallel$ bordet $\Rightarrow T - f = ma \Rightarrow f = T - ma$

Eksp. gir:



Statisk friksjon : Kloss i ro, $f = T$, $f_{max} = \mu_s \cdot N$

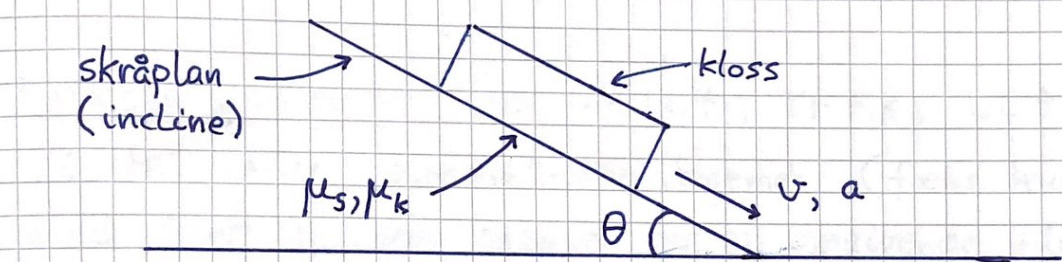
μ_s = statisk friksjonskoeffisient

Kinetisk friksjon : Klossen glir, $f = \mu_k \cdot N$

μ_k = kinetisk friksjonskoeffisient

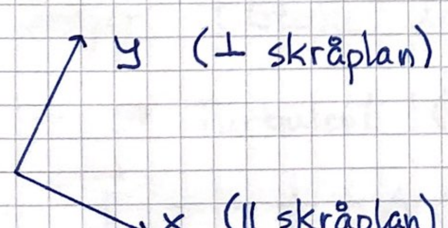
$[\mu] = 1$. Som regel er $\mu_s > \mu_k$ (da ujemnheter i kontaktflatene gir best grep når $v = 0$).

Eks (med Løsningsstrategi):



- Finn ytre krefter. Tegn fritt-legeme-diagram.

- Velg koordinatsystem. Dekomponér.



$\Rightarrow$

$N_x = 0$, $N_y = N$

$f_x = f$, $f_y = 0$

$G_x = mg\sin\theta$, $G_y = mg\cos\theta$

- Bruk N1 og/eller N2. Løs ligningene.

N1 $\perp$ skråplanet : $N = mg\cos\theta$

N2 $\parallel$ —"— : $mg\sin\theta - f = ma$

Statisk, $a=0$: $f = mg\sin\theta \leq f_{max} = \mu_s N = \mu_s mg\cos\theta$

$\Rightarrow$ Bare mulig hvis $\tan\theta \leq \mu_s$

Kinetisk : $f = \mu_k N = \mu_k mg\cos\theta \Rightarrow a = g(\sin\theta - \mu_k\cos\theta)$

Ser at vi nå kan måle μ_s : Øk θ inntil klossen begynner å gli, ved vinkel θ_{max} ; da er $\mu_s = \tan\theta_{max}$

Friksjon i fluider [OS1 6.4, 14.7 ; YF 5.3 ; LL 8]

Vi betrakter symmetriske legemer (f.eks. kuler) med fart $\vec{v}$ som bremses av et omgivende fluid (gass eller væske) med massetetthet ρ og dynamisk viskositet μ. To viktige fluider:

	ρ (kg/m^3)	μ ($kg/m\cdot s$)
Luft	1.2	$2\cdot 10^{-5}$
Vann	1000	10^{-3}

Liten v $\Rightarrow$ Laminær (pen, lagdelt) strømning av fluidet rundt legemet, og $\vec{f} = -k\cdot\vec{v}$. Kule med radius r : $k = 6\pi\mu r$ (Stokes' lov).

Stor v $\Rightarrow$ Turbulent (uordnet) strømning av fluidet, og

$$\vec{f} = -\frac{1}{2}\rho A C_d v^2 \hat{v}$$

Her er C_d drag-koeffisienten (stort sett bestemt av legemets form) og A er legemets tverrsnitt $\perp \vec{v}$. Kule : $A = \pi r^2$; $C_d \approx 0.5$.

Eks: Terminalfart, dvs maksimal fart v_t, for kuler/baller som faller, øker med kulenes radius r dersom de har uniform massetetthet ρ_k. Dvs, $v_t \sim r^\alpha$.
Bestem eksponenten for (a) laminær og (b) turbulent strømning.

Løsn: N1 gir $f(v_t) = mg$, med $m = \frac{4}{3}\pi \rho_k r^3$.

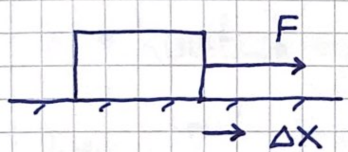
(a) $6\pi\mu r v_t = \frac{4}{3}\pi\rho_k r^3 g \Rightarrow v_t = 2\rho_k g r^2/9\mu \sim r^2 \Rightarrow \alpha = 2$

(b) $\frac{1}{2}\rho\pi r^2 C_d v_t^2 = \frac{4}{3}\pi\rho_k r^3 g \Rightarrow v_t^2 \sim r \Rightarrow v_t \sim \sqrt{r} \Rightarrow \alpha = \frac{1}{2}$

Arbeid og energi [OS1 7,8; YF 6,7; LL 4]

Arbeid [OS1 7.1; YF 6.1–6.3; LL 4.1]

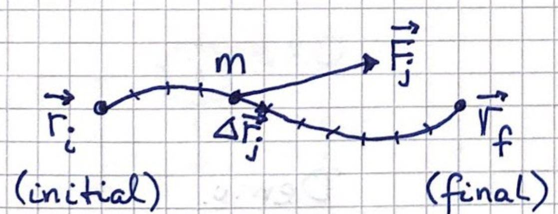
Arbeid $\stackrel{\text{def}}{=}$ Kraft · Forflytning



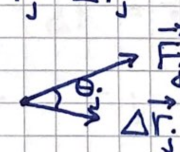
$\Delta W = F \cdot \Delta x$ = arbeid utført av F på klossen

$[W] = N \cdot m = J$ (joule)

Generalisering:



$\Delta W_j = \vec{F}_j \cdot \Delta\vec{r}_j = F_j \cdot \Delta r_j \cdot \cos\theta_j$



$$W = \sum_j \Delta W_j = \sum_j \vec{F}_j \cdot \Delta\vec{r}_j \xrightarrow{\Delta r_j \to 0} \int_{\vec{r}_i}^{\vec{r}_f} \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

= arbeid utført av $\vec{F}$ på massen m, når m flytter seg fra $\vec{r}_i$ til $\vec{r}_f$

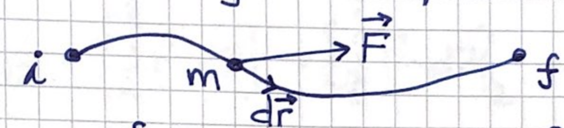
Effekt [OS1 7.4 ; YF 6.4 ; LL 4.1]

Effekt $\stackrel{\text{def}}{=}$ Utført arbeid (evt. overført energi) pr tidsenhet

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{\vec{F}\cdot d\vec{r}}{dt} = \vec{F}\cdot\vec{v} \quad ; \quad [P] = \frac{J}{s} = W \text{ (watt)}$$

Kinetisk energi [OS1 7.2; YF 6.2 ; LL 4.2]

Defineres ved å regne ut utført arbeid med bruk av N2.



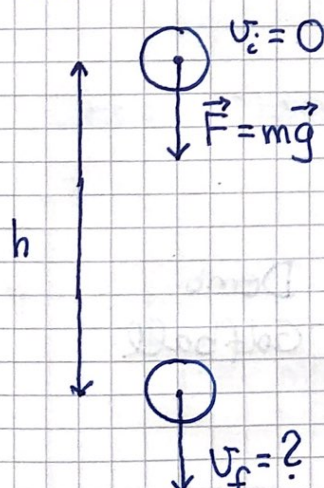
$$W = \int_i^f \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_i^f m\frac{d\vec{v}}{dt}\cdot\vec{v}\,dt = m\int_i^f (d\vec{v}\cdot\vec{v} + \vec{v}\cdot d\vec{v})/2$$

$$= \frac{1}{2}m\int_i^f d(\vec{v}\cdot\vec{v}) = \frac{1}{2}m\int_i^f d(v^2) = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$$

K = kinetisk energi $\stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{2}mv^2$

Dermed : $\boxed{W = K_f - K_i = \Delta K}$ ("Work-energy theorem")

Eks:



Løsn:

$K_i = 0, \quad K_f = \Delta K = \frac{1}{2}mv_f^2$

$$W = \int_i^f \vec{F}\cdot d\vec{r} = F\cdot h = mgh$$

$W = \Delta K$

$\Rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv_f^2$

$\Rightarrow \underline{\underline{v_f = \sqrt{2gh}}}$

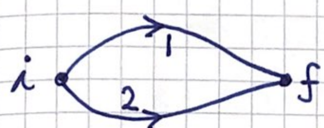
Konservative krefter og potensiell energi

[OS1 8.1-8.4 ; YF 7.1-7.4 ; LL 4.3-4.4]

$\vec{F}$ er konservativ hvis $\oint \vec{F} \cdot d\vec{r} = 0$

Integral rundt lukket bane

Da er W uavhengig av veien fra i til f:



$$W_1 = \left\{ \int_i^f \vec{F} \cdot d\vec{r} \right\}_1 \quad ; \quad W_2 = \left\{ \int_i^f \vec{F} \cdot d\vec{r} \right\}_2$$

$$\Rightarrow W_1 - W_2 = \left\{ \int_i^f \vec{F} \cdot d\vec{r} \right\}_1 + \left\{ \int_f^i \vec{F} \cdot d\vec{r} \right\}_2 = \oint \vec{F} \cdot d\vec{r} = 0$$

$\Rightarrow W_1 = W_2$, uavhengig av veien

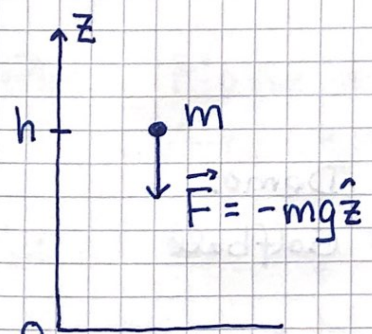
Forskjell (endring) i potensiell energi U:

$$\Delta U = U_f - U_i \stackrel{\text{def}}{=} -\int_i^f \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

NB: Bare <u>forskjeller</u> (endringer) ΔU har fysisk betydning. Vi velger fritt hvor vi har $U = 0$. Anta f.eks. $U = 0$ i posisjon $\vec{r}_0$. Da er

$$U(\vec{r}) = -\int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

Eks: Masse i tyngdefeltet; bestem $U(h)$



Velg (f.eks.) $U(z=0) = 0$.

Da er

$$U(h) = -\int_0^h \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

$$= -\int_0^h (-mg\hat{z}) \cdot (dz\,\hat{z})$$

$$= \underline{\underline{mgh}}$$

Finner $\vec{F}$ fra kjent U ved derivasjon:

1D: $dU = -F(x)\,dx \quad \Rightarrow \quad F(x) = -dU/dx$

3D: $dU = -\vec{F}\cdot d\vec{r} \quad \Rightarrow \quad \vec{F} = -\nabla U$

Gradienten til U:

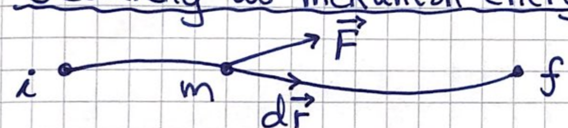
$\nabla U = \left\{\hat{x}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{y}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{z}\frac{\partial}{\partial z}\right\} U$ = vektor i den retningen som U øker raskest; dermed peker $\vec{F}$ i den retningen som U avtar raskest

Eks: Masse m i tyngdefeltet, $U(z) = mgz$

$\Rightarrow \partial U/\partial x = \partial U/\partial y = 0\,; \quad \partial U/\partial z = mg$

$\Rightarrow \vec{F} = -\nabla U = -\hat{z}\,\partial U/\partial z = -mg\hat{z}$, som stemmer.

<u>Bevaring av mekanisk energi</u> [OS1 8.3; YF 7.1-7.3; LL 4.5]



(konservativ $\vec{F}$)

$$\left.\begin{aligned} \Delta K = K_f - K_i &= W = \int_i^f \vec{F}\cdot d\vec{r} \\ \Delta U = U_f - U_i &= -\int_i^f \vec{F}\cdot d\vec{r} = -W \end{aligned}\right\} \begin{aligned} &\Rightarrow K_f - K_i = U_i - U_f \\ &\Rightarrow K_f + U_f = K_i + U_i \end{aligned}$$

Dvs: Total mekanisk energi $E = K + U$ er bevart i et konservativt system

Eks: Masse m som slippes i tyngdefeltet

Anta $z_i = h$, $v_i = 0$ og $z_f = 0$. Bestem v_f.

Løsn: $K_i = U_f = 0$

$\Rightarrow K_f = U_i \quad \Rightarrow \frac{1}{2}mv_f^2 = mgh$

$\Rightarrow v_f = \sqrt{2gh}$, som før