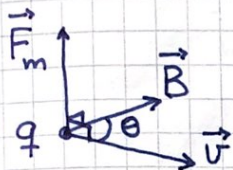


Magnetostatikk [OS2 11,12; YF 27,28; LHL 23] (71)

Magnetisk kraft [OS2 11.2; YF 27.2; LHL 23.4]

En strøm I (og magneter) omgir seg med et magnetfelt \vec{B} .

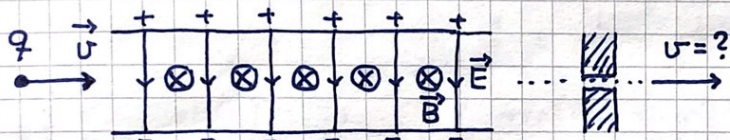
En ladning q med fart \vec{v} i et magnetfelt \vec{B} påvirkes av en magnetisk kraft:



$$\vec{F}_m = q \vec{v} \times \vec{B} ; F_m = q v B \sin\theta$$
$$\vec{F}_m \perp \vec{v} \text{ og } \vec{B}$$

Enhet: $[B] = T$ (tesla); $1T = 10^4 G$ (gauss)

Eks: Krysset \vec{E} og \vec{B}



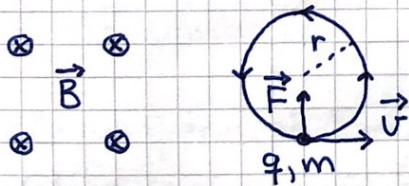
Notasjon:
⊗ inn i planet
⊙ ut av —"

$$\vec{F} = \vec{F}_e + \vec{F}_m = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B} = \text{Lorentzkraften}$$

Hvis f.eks. $q > 0$, peker \vec{F}_e ned og \vec{F}_m opp

\Rightarrow Ingen avbøyning for partikler med $v = E/B$. (Fartfilter!)

Ladning i uniformt \vec{B} -felt [OS2 11.3; YF 27.4; LHL 23.1, 23.4]



Anta $\vec{v} \perp \vec{B}$ (det er bare v_{\perp} som påvirkes av \vec{B})

$$\Rightarrow F = qvB$$

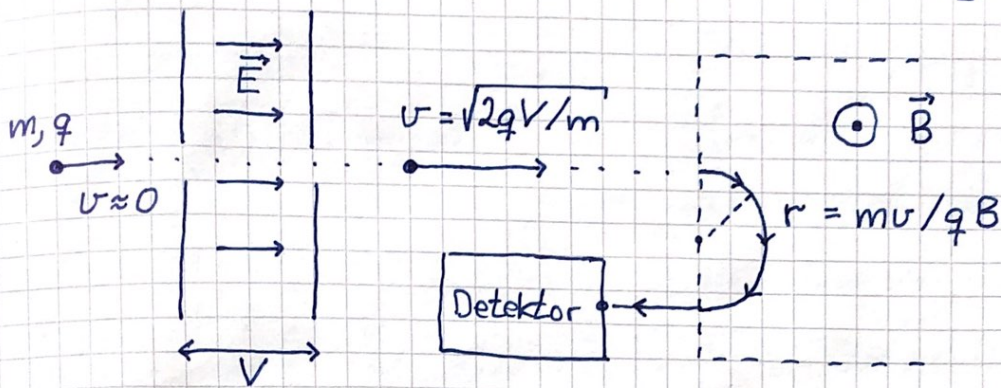
$P = \vec{F} \cdot \vec{v} = 0 \Rightarrow$ Magnetisk kraft gjør aldri arbeid.

\Rightarrow uniform sirkelbevegelse med konstant $K = \frac{1}{2} m v^2$
(spiralbane hvis \vec{v} har komponent v_{\parallel} langs \vec{B})

$$N2: qvB = m v^2 / r \Rightarrow r = m v / q B$$

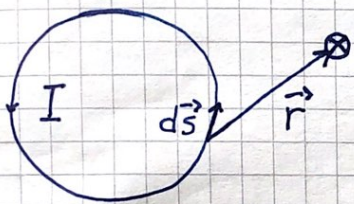
$$\Rightarrow \omega_c = v / r = q B / m = \text{syklotronfrekvensen}$$

Eks: Massespektrometer [OS2 11.7; YF 27.5; Øving 12] (72)



$\Rightarrow r = \sqrt{2Vm/q} \cdot B^{-1} \Rightarrow$ kan separere isotoper og
 identifisere hva slags ioner man har

Biot-Savarts Lov [OS2 12.1; YF 28.2; LHL 23.5]



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2} = \text{magnetfelt}$$

 i avstand r fra lederbit $d\vec{s}$
 i strømsløyfe med strøm I

Totalt magnetfelt fra hele strømsløyfa:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint \frac{d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2} \quad \text{Biot-Savarts lov (1820)}$$

Jf. Coulombs lov:
$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq \hat{r}}{r^2}$$

Vakuump permeabiliteten: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}$

Vakuump permittiviteten: $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$

Farten til E.M. bølger i vakuum: $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

Lysfarten i materiale med permittivitet $\epsilon = \epsilon_r \cdot \epsilon_0$

og permeabilitet $\mu = \mu_r \mu_0$: $v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r}}$

Med unntak av noen få ferromagnetiske materialer er $\mu_r \approx 1$
 slik at $v = c/n$ med $n = \sqrt{\epsilon_r}$ = materialets brytningsindeks

Tre sentrale eksempler (se notat for utledningene)

73

[OS2 12.2+4+6; YF 28.3+5+7; LHL 23.5+6]

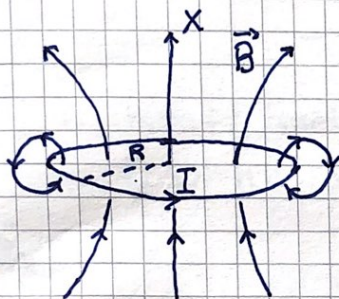
1. Lang rett strømførende leder: $\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \hat{\phi}$, dvs retning



tangentielt til sirkel med lederen i sentrum.

HHR: Tommel langs I
gir fire øyngre fingre langs \vec{B}

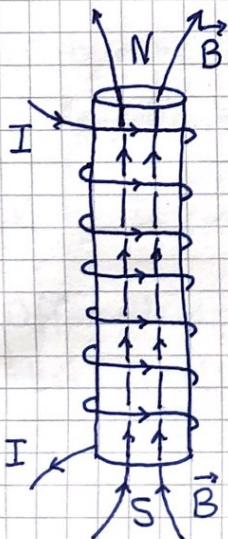
2. Sirkulær strømsløyfe: $\vec{B}(x) = \frac{\mu_0 I R^2}{2(x^2 + R^2)^{3/2}} \hat{x}$



på sløyfas akse (her: x-aksen)
 $R =$ sløyfas radius.

HHR: Fire fingre langs I
gir tommel langs \vec{B} på sløyfas akse.

3. Spole:



Elektromagnet

Antar ideell spole, dvs lang og tettviklet.
Med N viklinger på en lengde l
og spolestrøm I :

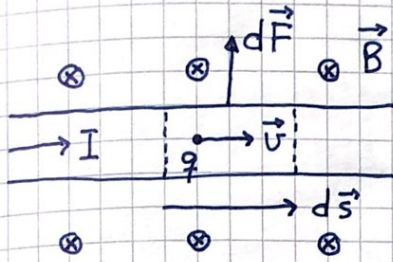
Inni spolen: Uniformt felt med
feltstyrke $B = \mu_0 n I$, der
 $n = N/l =$ antall viklinger pr lengdeenhet

Utenfor spolen: $B \approx 0$
(unntatt ved endene av spolen)

HHR som for enkel strømsløyfe.
 \vec{B} inni spolen fra sørpol S mot
nordpol N.

Magnetisk kraft på strøm [OS2 11.4; YF 27.6; LHL 23.2]

74



$d\vec{F} = N \cdot q \vec{v} \times \vec{B}$ = kraft på de
 N frie ladningene q med midlere
 driftshastighet \vec{v} langs lederen;
 $N = \#$ frie ladn. på lengden ds

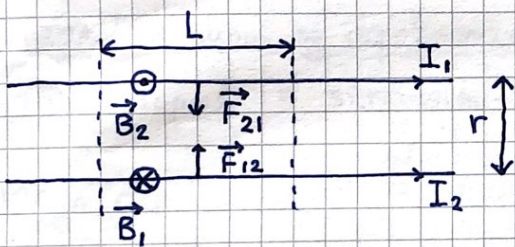
$$I = \frac{dQ}{dt} = \frac{Nq}{ds/v} \Rightarrow Nq\vec{v} = I d\vec{s} \Rightarrow d\vec{F} = I d\vec{s} \times \vec{B}$$

Kraft på hele lederen: $\vec{F} = I \int_{\text{leder}} d\vec{s} \times \vec{B}$

Rettleder, lengde L i uniformt \vec{B} -felt: $F = BIL$

Eks 1: Kraft mellom to parallelle strømmer

[OS2 11.4; YF 28.4; LHL 23.5]



$B_{1,2} = \frac{\mu_0 I_{1,2}}{2\pi r}$ = feltstyrke
 i avstand r fra leder 1, 2.

Innbyrdes kraft på lengde L : $F_{12} = F_{21} = F = \frac{\mu_0 I_1 I_2 L}{2\pi r}$

Pr lengdeenhet: $f = F/L = \mu_0 I_1 I_2 / 2\pi r$

I_1 og I_2 motsatt vei \Rightarrow frastøtende innbyrdes kraft

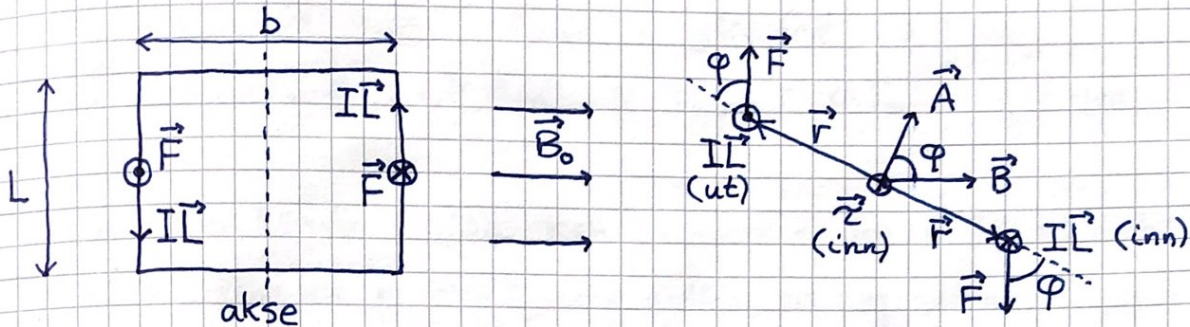
Offisiell definisjon av enheten ampere (inntil 20.05.2019):

Hvis $I_1 = I_2$ og $r = 1\text{m}$ gir $f = 2 \cdot 10^{-7} \text{ N/m}$,

da er $I_1 = I_2 = 1\text{A}$.

Eks 2: Dreiemoment på strømsløyfe i ytre \vec{B}_0 -felt

(75)



$$\vec{F} = I\vec{L} \times \vec{B}_0; \quad \vec{B}_0 \perp \vec{L} \Rightarrow F = ILB_0$$

$$\vec{A} = A \cdot \hat{n} = b \cdot L \cdot \hat{n}; \quad \hat{n} = \text{enhetsvektor } \perp \text{ strømsløyfa}$$

$$|\vec{\tau}| = |\sum \vec{r} \times \vec{F}| = |2 \vec{r} \times \vec{F}| = 2 \cdot \frac{b}{2} \cdot ILB_0 \cdot \sin\phi = IAB_0 \sin\phi$$

$$= |I\vec{A} \times \vec{B}_0|, \quad \text{dvs } \vec{\tau} = I\vec{A} \times \vec{B}_0$$

Dersom spole med N viklinger: $\vec{\tau} = NI\vec{A} \times \vec{B}_0$

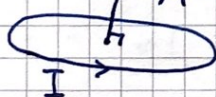
Dette er prinsippet for en likestrømsmotor (DC-motor).

Magnetisk dipol og dipolmoment [os2 11.5; YF 27.7; LHL 23.3, 26.2]

Magn. dipol = strømsløyfe (evt spole med N viklinger)

Magn. dipolmoment $\stackrel{\text{def}}{=}$ produktet mellom strøm og omsluttet areal

$$\vec{A} = A \cdot \hat{n}; \quad \text{HHR gir retning på } \vec{A}$$

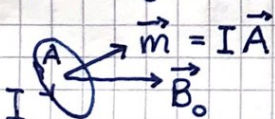


$$\vec{m} = I\vec{A} = \text{strømsløyfas magn. dipolmoment}$$

$$\text{Spole med N viklinger: } \vec{m} = NI\vec{A}$$

$$[\text{m}] = \text{A} \cdot \text{m}^2$$

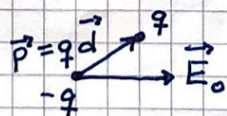
\vec{m} i ytre felt \vec{B}_0 :



$$\vec{\tau} = \vec{m} \times \vec{B}_0$$

$$U = -\vec{m} \cdot \vec{B}_0$$

\vec{p} i ytre felt \vec{E}_0 :



$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}_0$$

$$U = -\vec{p} \cdot \vec{E}_0$$

Eks 1: Spole, $N = 3200$, $A = 4.0 \text{ cm}^2$, $I = 1.5 \text{ A}$.

(76)

$m = |\vec{m}| = ?$ τ_{max} i ytre felt 1.5 T ?

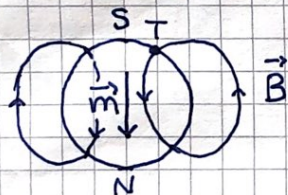
Løsn 1: $m = NIA = 1.9 \text{ Am}^2$; $\tau_{\text{max}} = mB_0 = 2.9 \text{ Nm}$

Eks 2: En Skoda Enyaq kan akselerere fra 0 til 62 mph på 6.9 s. Hva må μ_s minst være mellom dekk og veibane?

Løsn 2: Antar ren rulling (dvs hjula spinner ikke), firehjulsdrift og ingen kraft nedover pga luftstrøm over og under bilen. Dermed: $\mu_s mg \geq ma \Rightarrow \mu_s \geq a/g$ med $a = (62 \cdot 1.6/3.6) \text{ m/s} / 6.9 \text{ s} = 4.0 \text{ m/s}^2 \Rightarrow \mu_s \geq 0.41$

Eks 3: \vec{B} i Trondheim (63.45° N , 10.42° Ø)

Jorda som magnetisk dipol:



$$m \approx 8 \cdot 10^{22} \text{ Am}^2$$

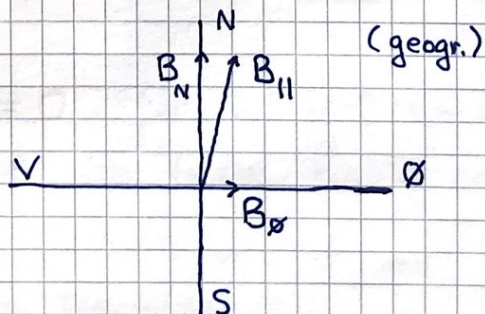
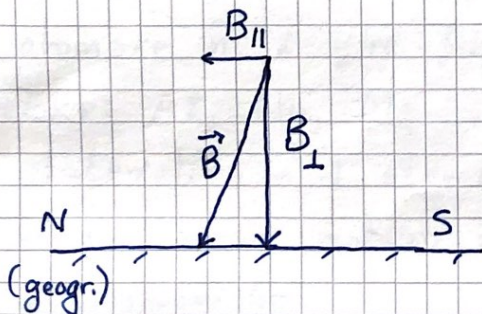
(Magn. N, nær geogr. S, kalles som regel magn. S)

Trondheim mars 2024 (World Magnetic Model)

$$B = |\vec{B}| = 52.21 \mu\text{T}; \quad dB/dt = 47.9 \text{ nT/år}$$

$$B_{\perp} = 50.42 \mu\text{T}; \quad B_{\parallel} = 13.57 \mu\text{T}$$

$$B_N = 13.52 \mu\text{T}; \quad B_{\text{Ø}} = 1.15 \mu\text{T}$$

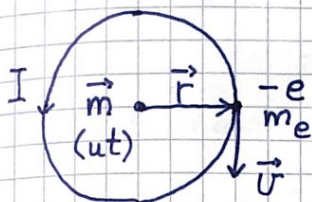


De magn. polene flytter seg flere km pr år.

Magnetisme [OS2 12.7; YF 28.8; LHL 26.1-26.6]

(77)

Atomær magnetisk dipol:



$$I = \frac{e}{2\pi r/v} = \frac{ev}{2\pi r}; \quad A = \pi r^2$$

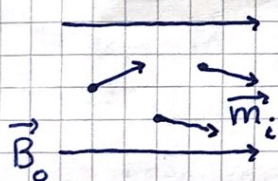
$$\Rightarrow m = IA = \frac{1}{2} evr \quad \left. \begin{array}{l} \\ L = |\vec{r} \times \vec{p}| = r \cdot m_e v \end{array} \right\} \Rightarrow m = \frac{eL}{2m_e}$$

Kvantemekanikk viser at dreieimpuls L og spin S for elektroner og andre elementærpartikler er av størrelsesorden $\hbar = h/2\pi$, med $h \approx 6.626 \cdot 10^{-34}$ Js = Plancks konstant.

Dermed er atomer små magnetiske dipoler med dipolmoment av størrelsesorden

$$\mu_B = e\hbar/2m_e \approx 9.27 \cdot 10^{-24} \text{ Am}^2 = 1 \text{ Bohr magneton}$$

(Noen atomer har $\vec{m} = 0$.) I et ytre felt \vec{B}_0 virker dreiemomentet $\vec{\tau} = \vec{m} \times \vec{B}_0$, som gir tendens til innretting av \vec{m} langs \vec{B}_0 :



Materialets magnetisering $\stackrel{\text{def}}{=} \text{dipolmoment}$

pr volumenhett

$$\vec{M} = \sum_i \vec{m}_i / V; \quad [M] = \text{A/m}$$

[Jf. polarisering \vec{P} , s. 60]

De aller fleste materialer får ubetydelig innretting av atomære \vec{m} i ytre felt \vec{B}_0 og er paramagnetiske.

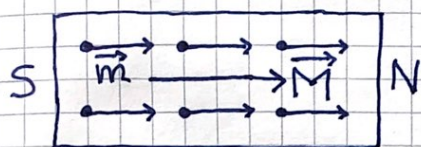
Eks: Al, Na, Mg...

Materialer med atomære $\vec{m} = 0$ får induisert en svak magnetisering motsatt rettet det ytre feltet \vec{B}_0 og er diamagnetiske.

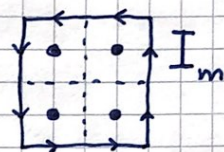
Eks: Cu, Au, Hg... og vann, tre, plast.

Noen få grunnstoffer (Fe, Ni, Co, Gd) og endel (78) legeringer (f.eks. $\text{Nd}_2\text{Fe}_{14}\text{B}$, neodym-magnet) har atomer som vekselvirker med sine nærmeste naboatomer slik at alle atomære \vec{m} i samme retning blir mest stabilt (dvs lavest energi); materialet er ferromagnetisk.

Permanentmagnet: Parallelle \vec{m} i hele materialet.

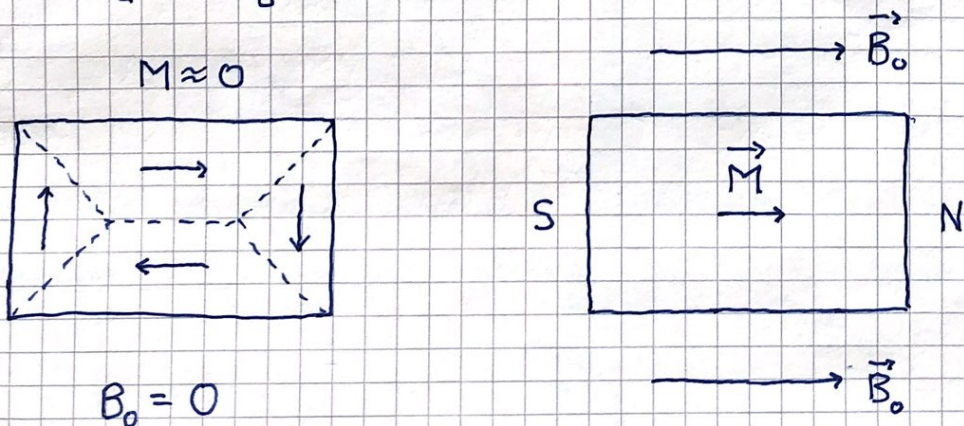


Sett forfra:
(med N ut av planet)



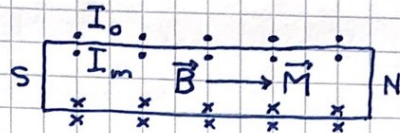
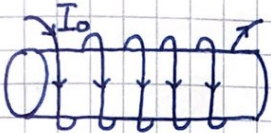
Får makroskopisk, bundet magnetiseringsstrøm I_m i overflaten, mens indre strømmer kansellerer.
(Jf. induert overflateladung på isolator i ytre felt \vec{E}_0 .)

Umagnetisk ferromagnet (f.eks. stål): Har mange små domener (områder med lineær størrelse 1-100 μm). Alle atomære \vec{m} peker i samme retning og gir magnetisering \vec{M}_d i et gitt domene, men ulike domener har \vec{M}_d i ulike retninger, slik at total magnetisering blir $\vec{M} = \sum_d \vec{M}_d \approx 0$. Materialet er umagnetisk, men blir magnetisk i et ytre felt \vec{B}_0 pga innretting av de ulike \vec{M}_d langs \vec{B}_0 :



Eks: Spole med jernkjerne. Lineær respons.

(79)



I_0 = spolestrøm pr vikling

I_m = magnetiseringsstrøm pr vikling

$B_0 = \mu_0 n I_0$ = magnetfelt inni spolen pga I_0

$B_m = \mu_0 n I_m = \text{-----} \parallel \text{-----}$ pga I_m

$B = B_0 + B_m = \mu_0 n (I_0 + I_m)$ = totalt felt inni spolen

Lineær respons: Anta B_m prop. med $B_0 \Rightarrow B$ prop. med B_0

Materialets relative permeabilitet: $\mu_r = B/B_0 \Rightarrow B = \mu_r B_0$

	vakuum	Al	Cu	Fe 99.8%	Rustfritt stål
μ_r	1	1.000022	0.999994	5000	750-1800

Materialets permeabilitet: $\mu = \mu_r \mu_0$

For spolen med jernkjerne: $B = \mu_r B_0 = \mu_r \mu_0 n I_0 = \mu n I_0$

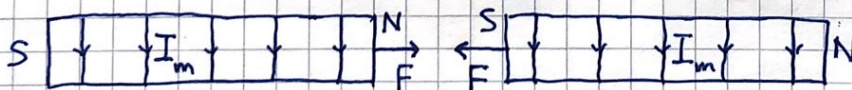
Talleks: $N = 800$, $l = 5.0$ cm, $I_0 = 0.10$ A, $\mu_r = 750$

$\Rightarrow B = 750 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot (800/0.050) \cdot 0.10$ T = 1.5 T

$I_m = (\mu_r - 1) I_0 \approx \mu_r I_0 = 75$ A pr vikling

Eks 2: Hvorfor tiltrekkes motsatte poler på to magneter?

Løsning:



Parallele strømmer nærmere hverandre enn strømmer med motsatt retning gir netto tiltrekning.