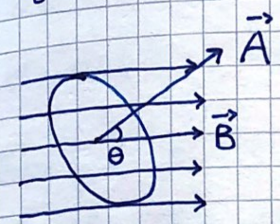
Elektrodynamikk [OS2 13-15 ; YF 29-31 ; LHL 24,25,27]

Magnetisk fluks [OS2 13.1 ; YF 27.3 ; LHL 23.7]

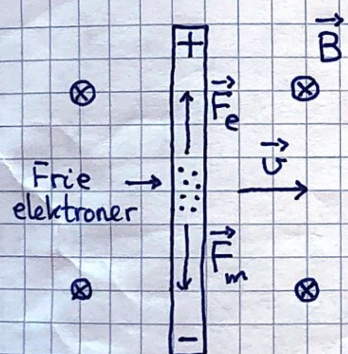


$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{A} = B \cdot A \cdot \cos\theta$ = magn. fluks gjennom flate med areal A og vinkel θ mellom $\vec{B}$ og $\vec{A}$

Generelt: $\Phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$ Enhet: $[\Phi] = T \cdot m^2 = Wb$ (weber)

Faradays induksjonslov [OS2 13.1 ; YF 29.1-4 ; LHL 24.1]

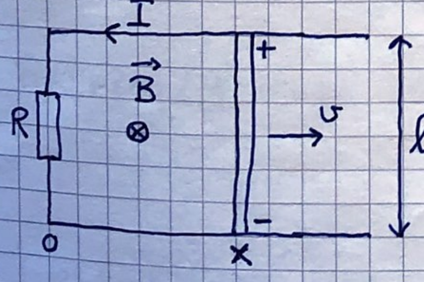
Ser på leder med lengde ℓ som trekkes med fart $\vec{v}$ gjennom et uniformt felt $\vec{B}$:



Pga $\vec{F}_m = -e\vec{v} \times \vec{B}$ på frie elektroner i lederen induseres neg. ladn. nederst og pos. ladn. øverst, og dermed et el. felt $\vec{E}$ rettet nedover, med en tilhørende spenning (pot. forskjell) $\Delta V = E \cdot \ell$ over lederen.

Likevekt (dynamisk) når $F_e = F_m \Rightarrow eE = evB \Rightarrow E = vB$
$\Rightarrow \Delta V = vB\ell$

Vi lager en lukket krets ; og skriver om ΔV :



$$\underline{\Delta V} = vB\ell = \frac{dx}{dt} B\ell = \frac{d}{dt}(xB\ell)$$
$$= \frac{d}{dt}(B \cdot A) = \frac{d}{dt}(\vec{B} \cdot \vec{A}) = \underline{\frac{d\Phi}{dt}}$$

Faradays induksjonslov: Endringen i omsluttet magn. fluks pr tidsenhet tilsvarer indusert spenning i en lukket sløyfe,

$$\Delta V = -d\Phi/dt$$

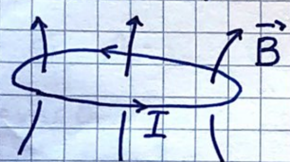
Lenz' lov [OS2 13.2; YF 29.3; LHL 24.1]

Den induserte strømmen I skaper et magnetfelt $\vec{B}_I$ med tilhørende omsluttet fluks $\Phi_I = \int \vec{B}_I \cdot d\vec{A}$ som motvirker den påtvungne fluksendringen $\Delta\Phi$.

Eks: I fig. s. 80 påtvinges en økning $\Delta\Phi = B \cdot \Delta A$ inn i planet. Da går indusert strøm I mot klokka slik at tilhørende omsluttet fluks $\Phi_I = \int \vec{B}_I \cdot d\vec{A}$ er positiv ut av planet.

Induktans og induksjon [OS2 14.1+2; YF 30.2; LHL 25.1]

Selvinduktans:



Pga Biot-Savarts lov er $\vec{B}$ prop. med I, slik at omsluttet fluks Φ er prop. med I.

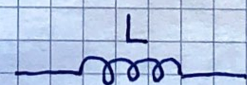
Dermed kan vi skrive: $\Phi = L \cdot I$

L = sløyfas (selv-) induktans

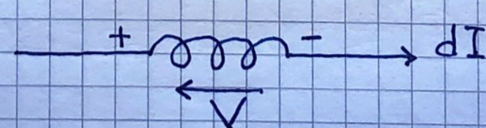
$[L] = Wb/A = H$ (henry)

Selvinduksjon: $V = -d\Phi/dt = -L\, dI/dt$

Spole som kretselement:



Retning/fortegn på V:



Eks: Ideell spole, lengde ℓ, tverrsnitt A, N viklinger

$\Phi = NBA$; $B = \mu_0 n I = \mu_0 (N/\ell) I$

$\Rightarrow L = \Phi/I = N^2 \mu_0 A/\ell$

Energi i $\vec{B}$-felt [OS2 14.3 ; YF 30.3 ; LHL 25.3] 82

Endring av strømmen i en spole, fra $i = 0$ til $i = I$, krever at det gjøres et arbeid for å overvinne den induserte motspenningen $v = L\,di/dt$.

$$dU = P\,dt = v \cdot i\,dt = L\frac{di}{dt} \cdot i\,dt = L\,i\,di$$

= tilført energi når strømmen økes fra i til $i + di$

$$\Rightarrow U = \int_0^I L\,i\,di = \frac{1}{2}LI^2 = \text{total tilført energi}$$

$$L = N^2 \mu_0 A/\ell \; ; \quad I = B/\mu_0(N/\ell)$$

$$\Rightarrow U = \frac{1}{2\mu_0} B^2 \cdot (A \cdot \ell)$$

Her er $A \cdot \ell$ volumet inni spolen, der vi har $B \neq 0$.

Dermed:

$$u_B = B^2/2\mu_0 = \text{energi pr volumenhet i } \vec{B}\text{-feltet}$$

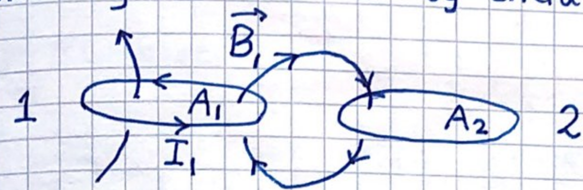
som gjelder generelt.

Dersom vi har både $\vec{E}$ og $\vec{B}$ samtidig, f.eks. i en elektromagnetisk bølge:

$$u = u_E + u_B = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{2\mu_0} B^2$$

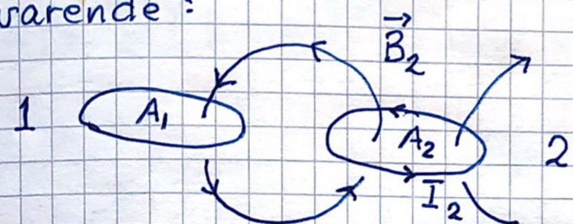
= energi pr volumenhet i et elektromagnetisk felt

Gjensidig induktans og induksjon:



Fluks Φ_2 gjennom A_2 er prop. med I_1 : $\Phi_2 = M_{21} \cdot I_1$

Tilsvarende:



Fluks Φ_1 gjennom A_1 er prop. med I_2 : $\Phi_1 = M_{12} \cdot I_2$

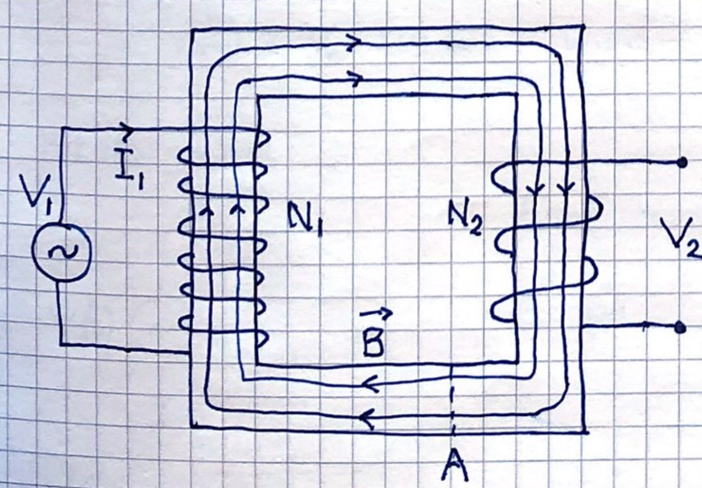
Det kan bevises at $M_{12} = M_{21} = M$, som er de to sløyfenes gjensidige induktans, med samme enhet som L, dvs $[M] = H$.

Gjensidig induksjon:

$V_2 = -d\Phi_2/dt = -M\, dI_1/dt$

$V_1 = -d\Phi_1/dt = -M\, dI_2/dt$

Eks: Transformator

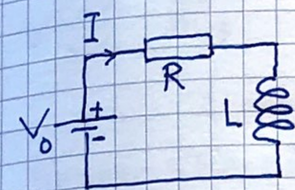


$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\dot{\Phi}_2}{\dot{\Phi}_1} = \frac{N_2}{N_1}$$

(siden $\Phi_1 = N_1 BA$ og $\Phi_2 = N_2 BA$)

Avsluttende eksempler [OS2 14,15; YF 30,31; LHL 25,27]

Eks1: RL-krets

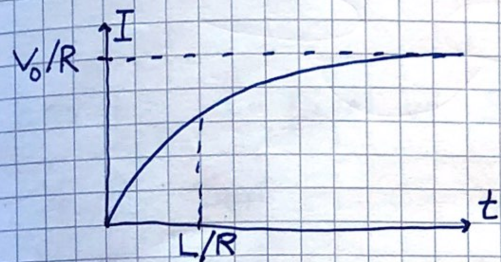


V_0 kobles til ved $t=0$

K2: $V_0 - RI - L\, dI/dt = 0$

dvs samme lign. for $I(t)$ som vi hadde for $Q(t)$ i RC-kretsen

$$\Rightarrow I(t) = \frac{V_0}{R}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$ med tidskonstant $\tau = L/R$



Pga indusert motspenning i spolen tar det noe tid før vi oppnår maks. strøm V_0/R.

Eks 2: Vannkraft og vekselspenning

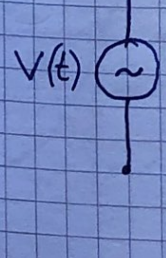
Rennende vann driver en turbin, som sørger for å rotere en spole med N viklinger rundt tverrsnitt A i et magnetfelt $\vec{B}$ med vinkelfart ω. Dette gir en tidsavhengig omsluttet fluks

$$\Phi(t) = NBA \cos \omega t$$

og dermed en indusert vekselspenning (AC, alternating current)

$$V(t) = V_0 \sin \omega t \quad \text{med} \quad V_0 = NBA\omega$$

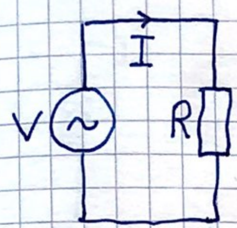
Kretssymbol:



Frekvens: $f = \omega/2\pi$

Europa: $f = 50$ Hz

Eks 3: Effektivverdier



K2: $V_0 \sin\omega t - RI = 0$

$\Rightarrow I(t) = I_0 \sin\omega t \; ; \quad I_0 = V_0/R$

Effekttap: $P(t) = V(t)I(t) = V_0 I_0 \sin^2\omega t$

Midlere effekttap: $\langle P \rangle = \frac{1}{2} V_0 I_0$ da $\langle \sin^2 \omega t \rangle = \frac{1}{2}$

Skriver $\langle P \rangle$ på formen $\langle P \rangle = V_{rms} \cdot I_{rms}$

Effektivverdier: $V_{rms} = V_0/\sqrt{2}$; $I_{rms} = I_0/\sqrt{2}$

Kontakten i veggen: $V_{rms} = 230\ V \Rightarrow V_0 = 325\ V$

Eks 4: 1-fase vs 3-fase ; 230 V vs 400 V

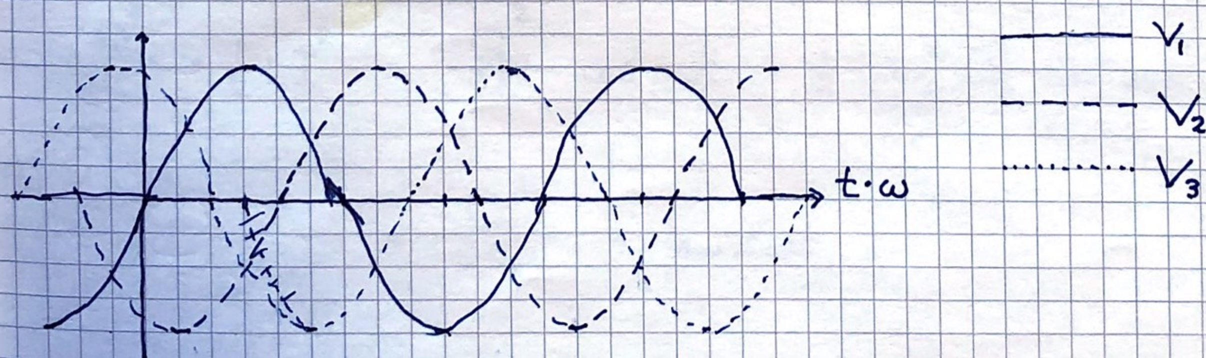
V_1 •	Sort	$V_1 = V_0 \sin\omega t$	
V_2 •	Brun	$V_2 = V_0 \sin(\omega t + 2\pi/3)$	
V_3 •	Grå	$V_3 = V_0 \sin(\omega t + 4\pi/3)$	
N •	Blå	$V_N = 0$	(nøytral-leder)
PE •	Gul og grønn	$V_{PE} = 0$	(Protective Earth)

Siden $\sin a - \sin b = 2\cos\frac{a+b}{2} \cdot \sin\frac{a-b}{2}$ får vi

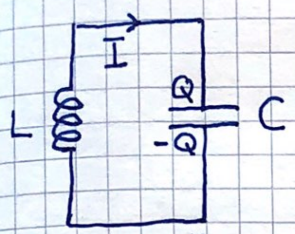
$$V_{21} = V_2 - V_1 = 2V_0 \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right) \cdot \sin\frac{\pi}{3} = \sqrt{3}\, V_0 \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right)$$

dvs $(V_{21})_{rms} = \frac{\sqrt{3}\, V_0}{\sqrt{2}} \approx 400\ V$ når $V_0 = 325\ V$

og tilsvarende for V_{32} og V_{31}.



Eks 5: LC-krets og mekanisk analogi



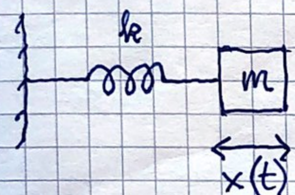
Anta $Q = Q_0$ og $I = 0$ ved $t = 0$

K2: $-L\dot{I} - Q/C = 0$; $I = \dot{Q}$

$\Rightarrow \ddot{Q} + \omega_0^2 Q = 0$; $\omega_0^2 = 1/LC$

$\Rightarrow Q(t) = Q_0 \cos \omega_0 t$; $I(t) = -\omega_0 Q_0 \sin \omega_0 t$

Mekanisk analogi:



N2: $-kx = m\ddot{x}$

$\Rightarrow \ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$; $\omega_0^2 = k/m$

$x(t) = x_0 \cos \omega_0 t$

(der vi antok $x = x_0$ ved $t = 0$)

Analoge størrelser i de to systemene:

$Q \longleftrightarrow x$; $I \leftrightarrow \dot{x}$; $L \longleftrightarrow m$; $C \longleftrightarrow \frac{1}{k}$

$K = \frac{1}{2} m\dot{x}^2 \longleftrightarrow \frac{1}{2} L I^2$ = energi i $\vec{B}$-feltet i spolen

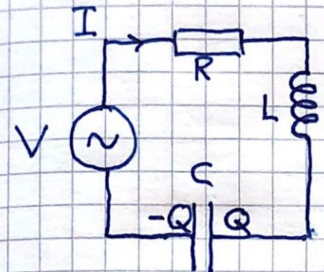
$U = \frac{1}{2} k x^2 \longleftrightarrow \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$ = energi i $\vec{E}$-feltet i kondensatoren

Begge systemer er konservative, uten tap av energi (dissipasjon):

$$\frac{Q^2}{2C} + \frac{1}{2} L I^2 = \frac{Q_0^2}{2C} \cos^2 \omega_0 t + \frac{1}{2} \underbrace{L \omega_0^2}_{= C^{-1}} Q_0^2 \sin^2 \omega_0 t$$

$$= \frac{Q_0^2}{2C} = \text{konstant}$$

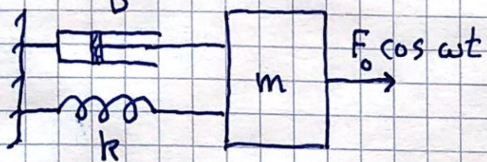
Eks 6 : RLC resonanskrets



$$K2: \; V_0 \cos \omega t - R\dot{Q} - L\ddot{Q} - \frac{Q}{C} = 0$$

$$\Rightarrow \; L\ddot{Q} + R\dot{Q} + \frac{1}{C}Q = V_0 \cos \omega t$$

Mekanisk analogi :



$$N2: \; m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = F_0 \cos \omega t$$

$$\Rightarrow \; b \longleftrightarrow R \; ; \; F_0 \longleftrightarrow V_0$$

Resonans når $\omega \approx \omega_0 = 1/\sqrt{LC}$:

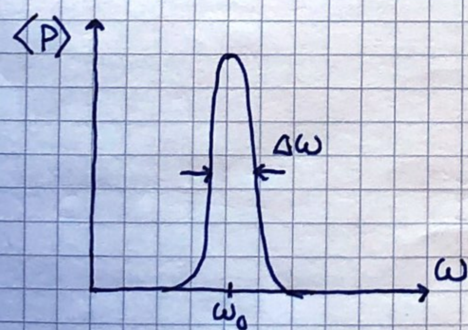
$$Q(t) = Q_0(\omega) \sin(\omega t + \varphi)$$

$$Q_0(\omega) = \frac{V_0/L}{\{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + (2\gamma\omega)^2\}^{1/2}} \; ; \; 2\gamma = R/L$$

$$I(t) = I_0(\omega) \cos(\omega t + \varphi) \; ; \; I_0(\omega) = \omega Q_0(\omega)$$

$$\langle P \rangle (\omega) = \langle V(t) I(t) \rangle \sim Q_0^2(\omega)$$

[Jf. mek. energi $E(\omega) \sim A^2(\omega)$; s. 42]



Halvverdibredde : $\Delta\omega = 2\gamma = R/L$
(FWHM)

Oscillatorens kvalitetsfaktor :

$$\frac{\omega_0}{\Delta\omega} = \frac{f_0}{\Delta f} = \frac{\sqrt{L/C}}{R}$$

Eksp. : Med voltmetre måles $V_R = RI$ og $V_C = Q/C$ og dermed $I_0(\omega)$ og $Q_0(\omega)$.