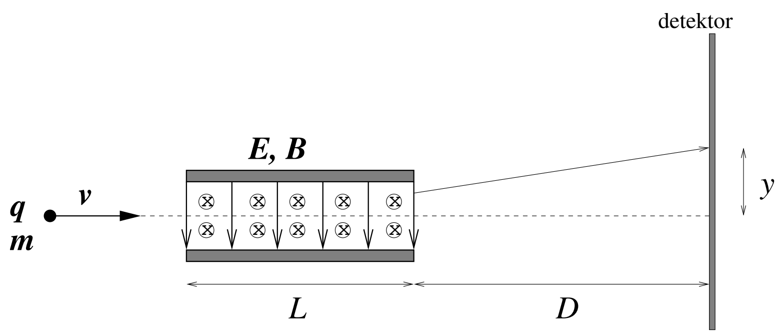
TFY4125 Fysikk. Institutt for fysikk, NTNU.
Øving 12.

Oppgave 1

Partikler med masse m, ladning q og hastighet $\boldsymbol{v}$ kommer inn i et område med "krysset" elektrisk og magnetisk felt, $\boldsymbol{E}$ og $\boldsymbol{B}$, som vist i figuren. $\boldsymbol{E}$ har retning nedover, $\boldsymbol{B}$ har retning inn i papirplanet. I området med utstrekning L antar vi at feltene er homogene. Utenfor dette området er $\boldsymbol{E} = \boldsymbol{B} = 0$.



Du holder den elektriske feltstyrken E konstant gjennom hele eksperimentet. I det første eksperimentet setter du $B = 0$ og registrerer at partiklene avbøyes og treffer detektoren i en avstand y ovenfor senterlinjen (som er stiplet). Deretter gjentar du forsøket, men denne gangen justerer du verdien av B inntil partiklene ikke bøyes av.
Vis at forholdet mellom partiklenes ladning og masse er proporsjonal med avbøyningen (når $B = 0$), dvs

$$\frac{q}{m} = -ay,$$

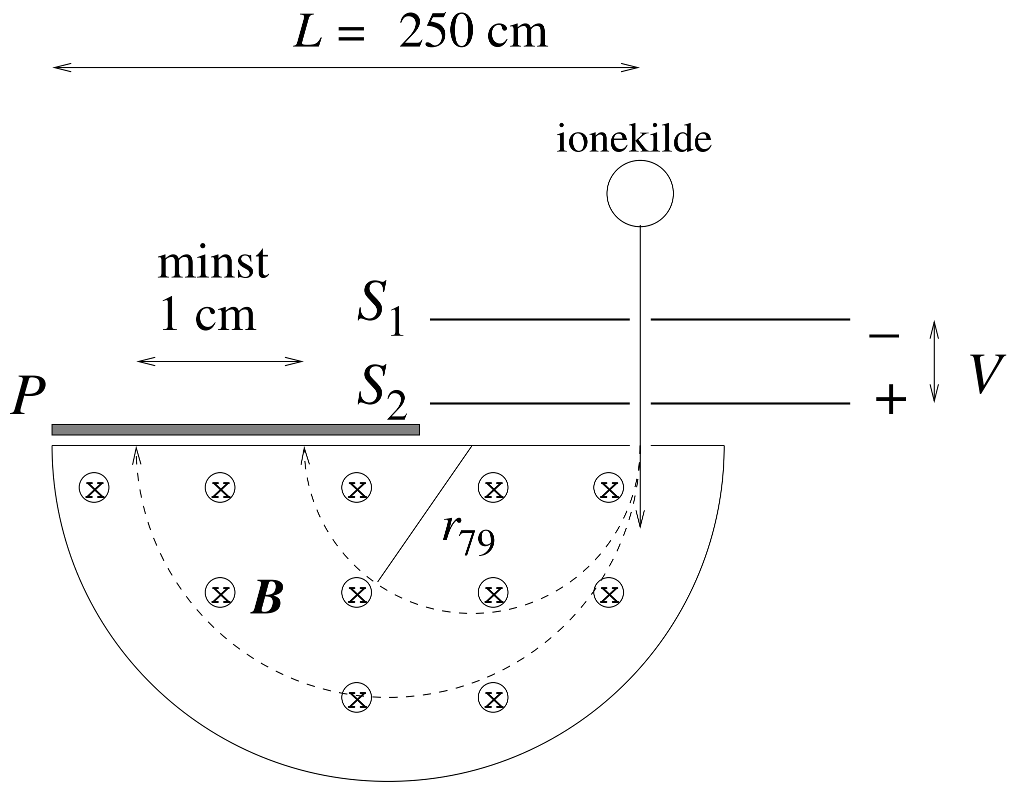
og finn størrelsen a uttrykt ved E, B, D og L.

Oppgitt: $\boldsymbol{F} = q\left(\boldsymbol{E} + \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}\right)$ (Lorentzkraften)

På denne måten analyserte J. J. Thomson i 1897 såkalte katodestråler og påviste at disse bestod av en bestemt type partikler med negativ ladning. Dette er nettopp elektroner som emitteres fra metallet i katoden. Thomson var altså den første som bestemte forholdet e/m_e. Thomson fant det samme forholdet uavhengig av hva slags metall han brukte i katoden og kunne konkludere med at de observerte partiklene måtte være en *fundamental* ingrediens i naturen.

Fasit: $a = E/\left(B^2\left(DL + L^2/2\right)\right)$

Oppgave 2



Figuren viser et massespektrometer. En ionekilde emitterer ladete partikler. Åpningene S_1 og S_2 sørger for at en godt samlet (*kollimert*) partikkelstråle kommer inn i området med magnetfelt $\boldsymbol{B}$ (som har retning inn i papirplanet). Mellom S_1 og S_2 har vi en spenningsforskjell V som akselererer ionene. Hastigheten ved S_2 er mye større enn ved S_1, slik at vi kan sette $v = 0$ ved S_1. Ionene bøyes i alt 180° av magnetfeltet og detekteres på en fotografisk plate P.

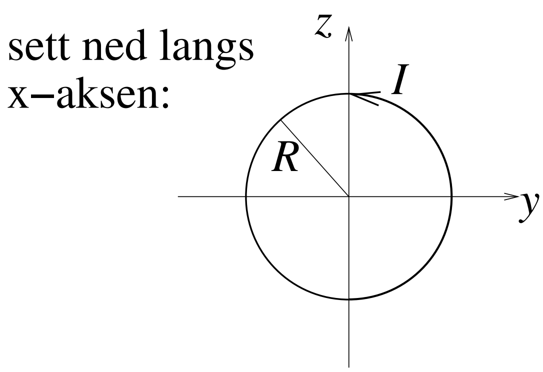
Spektrometeret skal brukes til å separere bromisotopene ^{79}Br og ^{81}Br. Kilden sender ut disse isotopene i form av ioner med ladning $-e$. Anta at isotopene har atommasser henholdsvis $79m_p$ og $81m_p$.

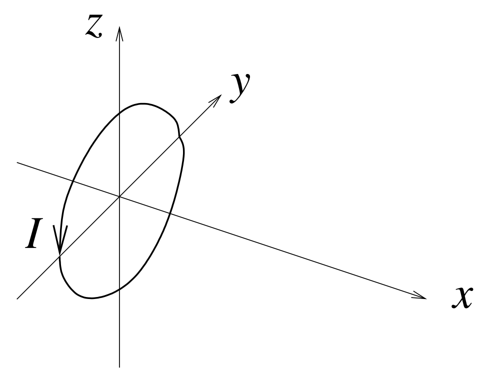
På den fotografiske platen ønskes isotopenes treffpunkt adskilt med en avstand på minst 1.0 cm. Samtidig må vi sørge for at begge isotopenes treffpunkt havner *på* den fotografiske platen, som har en bredde $L = 250$ cm, målt fra der ionene kommer inn i magnetfeltet. Med disse betingelsene, hva blir øvre og nedre grense for styrken på magnetfeltet B når akselerasjonsspenningen V er 400 V?

Oppgitt: $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C, $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27}$ kg [Ett av svarene: $B_{\min} = 21$ mT]

Oppgave 3

Ei sirkulær strømsløyfe med radius R fører en elektrisk strøm I. Strømsløyfa ligger i yz-planet med sentrum i origo. Retningen på I er mot klokka hvis vi har positiv x-akse ut av papirplanet.





I forelesningene brukte vi Biot–Savarts lov,

$$\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint \frac{I d\boldsymbol{s} \times \hat{r}}{r^2}$$

til å vise at magnetfeltstyrken er

$$B(x) = \frac{\mu_0 I R^2}{2\left(x^2 + R^2\right)^{3/2}}$$

på x-aksen (dvs på dipolens akse).

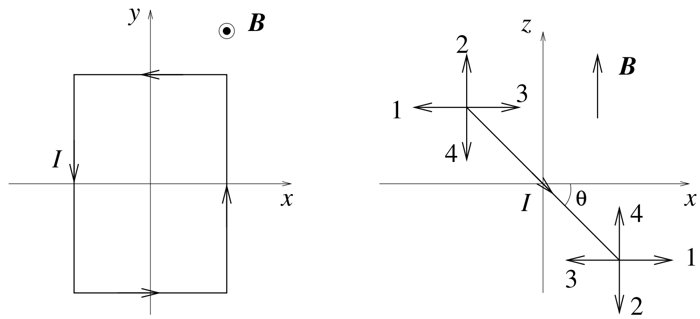
Bestem $B(x)$ i stor avstand fra strømsløyfa (dvs: til ledende orden når $x \gg R$) og uttrykk svaret ved hjelp av sløyfas magnetiske dipolmoment $m = |\boldsymbol{m}|$.

Til sammenligning: Det elektriske feltet i stor avstand fra en elektrisk dipol plassert i origo, og som peker i x-retningen, dvs $\boldsymbol{p} = p\,\hat{x}$, er $E(x) = p/2\pi\varepsilon_0 x^3$. Gå tilbake til øving 9, oppgave 2c, og finn dette resultatet selv: Sett $\theta = 0$ i uttrykket for potensialet V, og regn ut $E = -dV/dr$. I øving 9 lå dipolen langs z-aksen; med $\theta = 0$ blir da $r = z$ i den oppgaven.

Oppgave 4

1) Ei kvadratisk ledersløyfe fører en strøm I og kan rotere omkring y-aksen. Den er plassert i et uniformt magnetfelt $\boldsymbol{B}$ rettet langs z-aksen. I figurene nedenfor betrakter vi ledersløyfa i henholdsvis xy-planet (til venstre) og xz-planet (til høyre). Ledersløyfas plan danner en vinkel θ med xy-planet, som vist i figuren til høyre. Hvilket av kraftparene nummerert fra 1 til 4 i figuren til høyre virker da på de to lengdene av ledersløyfa som ligger parallelt med y-aksen?

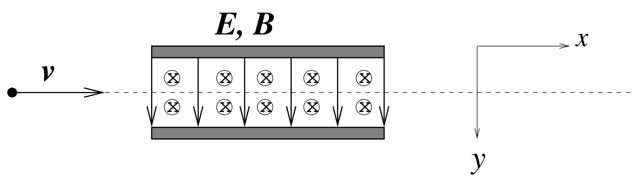
A 1
B 2
C 3
D 4



(z–aksen ut av planet) (y–aksen inn i planet)

2) Partikler, alle med ladning forskjellig fra null, med ulike masser og hastigheter (men alle med hastighet i positiv x-retning) kommer inn i et område der det elektriske feltet er $\boldsymbol{E} = E_0\,\hat{y}$ (nedover i figuren) mens magnetfeltet er $\boldsymbol{B} = B_0\,\hat{z}$ (inn i planet). Hvis $E_0 = 10$ kV/m og $B_0 = 50$ mT, må de partiklene som passerer gjennom området med elektrisk felt og magnetfelt *uten å avbøyes*

A være elektroner.
B være protoner.
C ha hastighet 500 m/s.
D ha hastighet 200 km/s.



3) Et elektron med masse m_e og ladning $-e$ befinner seg i et uniformt magnetfelt $\boldsymbol{B} = B_0\,\hat{z}$. Ved tidspunktet $t = 0$ har elektronet hastighet $\boldsymbol{v} = v_0\,\hat{x} + v_0\,\hat{y}$. Hva slags bevegelse får elektronet?

A Sirkelbevegelse med radius $m_e v_0/eB_0$
B Sirkelbevegelse med radius $\sqrt{2}m_e v_0/eB_0$
C Sirkelbevegelse med radius $\sqrt{2}eB_0/m_e$
D Sirkelbevegelse med radius eB_0/m_e

4) Hva er magnetisk feltstyrke inne i en luftfylt spole med lengde 31.42 cm, 2000 viklinger, spolestrøm 2.0 A og tverrsnitt 1 cm^2?

A 16 μT B 16 mT
C 16 T D 16 kT

5) Hva er magnetisk dipolmoment for en ledersløyfe formet som en regulær sekskant med sidekanter 1.0 cm og strømstyrke 1.0 A i ledertråden?

A 0.2 Acm^2 B 1.4 Acm^2
C 2.6 Acm^2 D 3.8 Acm^2

Kommentarer:

- Magnetisk dipolmoment $\boldsymbol{m}$ for ei plan, lukket strømsløyfe som omslutter et areal A er pr definisjon

$$\boldsymbol{m} = I\boldsymbol{A} = IA\,\hat{n}$$

der $\hat{n}$ er enhetsvektoren normalt til den plane omsluttede flaten. Magnetisk dipolmoment er altså en *vektor* (på samme måte som elektrisk dipolmoment $\boldsymbol{p}$). Positiv retning på $\boldsymbol{m}$ er definert ved hjelp av høyrehåndsregelen: Fire fingre i strømmens retning gir tommelen i samme retning som $\boldsymbol{m}$.

- Merk at ulike lærebøker bruker litt ulik notasjon her: Noen kaller det "magnetisk dipolmoment", andre bare "magnetisk moment". Noen bruker symbolet $\boldsymbol{\mu}$, andre bruker $\boldsymbol{m}$. Uansett, det er samme fysiske størrelse det dreier seg om! Vi velger å bruke symbolet $\boldsymbol{m}$ og kaller det magnetisk dipolmoment, i tråd med f.eks. den norske boka (LHL). (TM bruker $\boldsymbol{\mu}$, det samme gjør Young og Freedman.)

- For de spesielt interesserte: I likhet med elektrisk dipolmoment har også magnetisk dipolmoment en mer *generell* definisjon enn den vi innførte ovenfor. (Verden består ikke bare av parvise punktladninger med motsatt fortegn og plane strømsløyfer!) La oss repetere den generelle definisjonen av elektrisk dipolmoment (notatene side 72): Har vi en romladningstetthet $\rho(\boldsymbol{r})$, er elektrisk dipolmoment $\boldsymbol{p}$ pr definisjon

$$\boldsymbol{p} = \int \boldsymbol{r}\, dq = \int \boldsymbol{r}\rho(\boldsymbol{r})\, d^3r,$$

der d^3r er et lite volumelement. Og har vi en strømfordeling gitt ved strømtettheten $\boldsymbol{j}(\boldsymbol{r})$, er magnetisk dipolmoment $\boldsymbol{m}$ pr definisjon

$$\boldsymbol{m} = \frac{1}{2}\int \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{j}(\boldsymbol{r})\, d^3r.$$

Her går integralet over "hele rommet", dvs der henholdsvis ρ og $\boldsymbol{j}$ er forskjellig fra null. For *spesialtilfellene*, som vi stort sett ser på i dette kurset, nemlig parvise punktladninger $\pm q$ i innbyrdes avstand beskrevet ved vektoren $\boldsymbol{d}$, og plane strømsløyfer med stasjonær strøm I som omslutter et areal beskrevet ved vektoren (noen ganger kalt "vektorarealet") $\boldsymbol{A} = A\,\hat{n}$, reduserer disse generelle definisjonene seg nettopp til

$$\boldsymbol{p} = q\boldsymbol{d}$$

og

$$\boldsymbol{m} = I\boldsymbol{A}$$