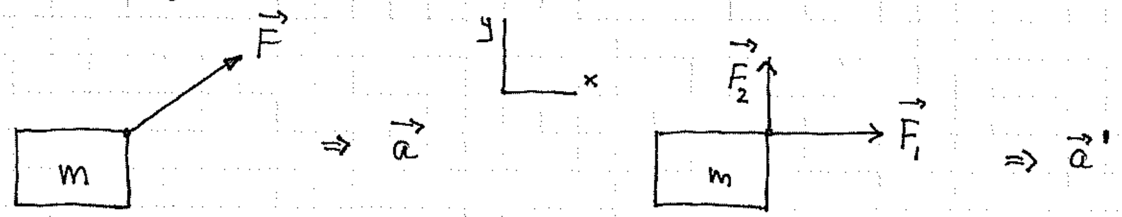
Kort rep. fra sist:

N1 : $\vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{v} = \text{konst.}$

N2 : $\vec{F} = m\vec{a}$

N3 : $\vec{F}_{BA} = -\vec{F}_{AB}$

Superposisjonsprinsippet (SPP) [YF 4.1]



Hvis $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F}$ er $\vec{a}\,' = \vec{a}$

Kanskje opplagt, i hvert fall nyttig!

Kan regne ut $x(t)$ fra $\vec{F}_1$ og $y(t)$ fra $\vec{F}_2$ separat.

Ofte en betydelig forenkling.

Anvendelser av Newtons Lover [YF 5, LL 3]

Strategi:

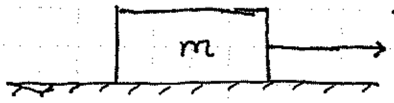
- Identifiser alle ytre krefter $\vec{F}_i$ som virker på legemet/-ene.
  (Tyngde $m\vec{g}$, Snordrag $\vec{S}$, Friksjon $\vec{f}$, Normalkraft $\vec{N}$, ...)
- Tegn figur(er): Kraftdiagram (Free Body Diagram, Frilegemediag.)
  [YF 4.6, LL 3.2]
  * Legemets omgivelser representeres av krefter på legemet
  * Tegn alle ytre krefter en gang
  * Pil starter der $\vec{F}_i$ angriper
  * Pilenes lengde prop. med $|\vec{F}_i|$

- Velg passende koordinatsystem
- Bruk $\vec{a} = \sum_i \vec{F}_i / m$ (N2) evt $\sum_i \vec{F}_i = 0$ (N1)

Friksjon [YF 5.3, LL 3.1]

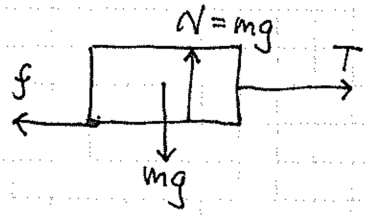
- Kontaktkrefter rettet <u>mot</u> (potensiell) relativ bevegelse
- Ønsket (svinge, bremse bil) eller uønsket (dårlig glid på ski, energitap i motor ($\Rightarrow$ varme) ...) !

Tørr friksjon



$\vec{T}$ = ytre trekk-kraft

$\Rightarrow$ Kraft-diagram :



Statisk friksjon: (kloss i ro)

N1 $\Rightarrow$ $f = T$ $\quad (\vec{f} = -\vec{T})$

Erfaringsmessig (siden da Vinci ca 1500 !):

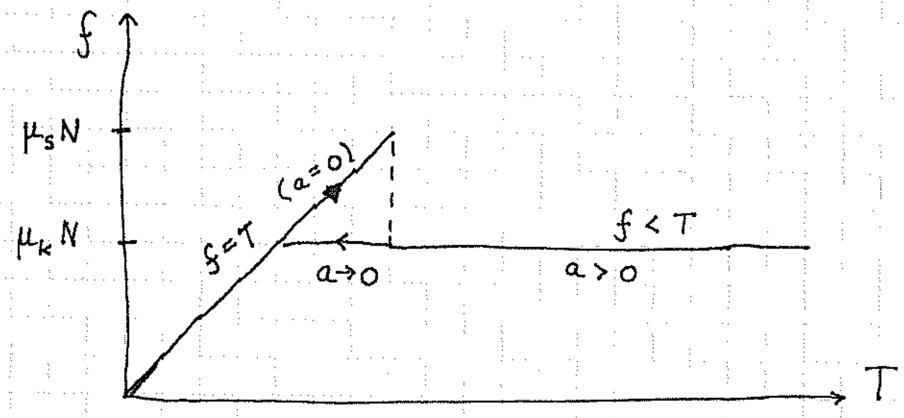
$$f \leq \mu_s \cdot N \overset{\text{(her)}}{=} \mu_s mg$$

Kinetisk friksjon:

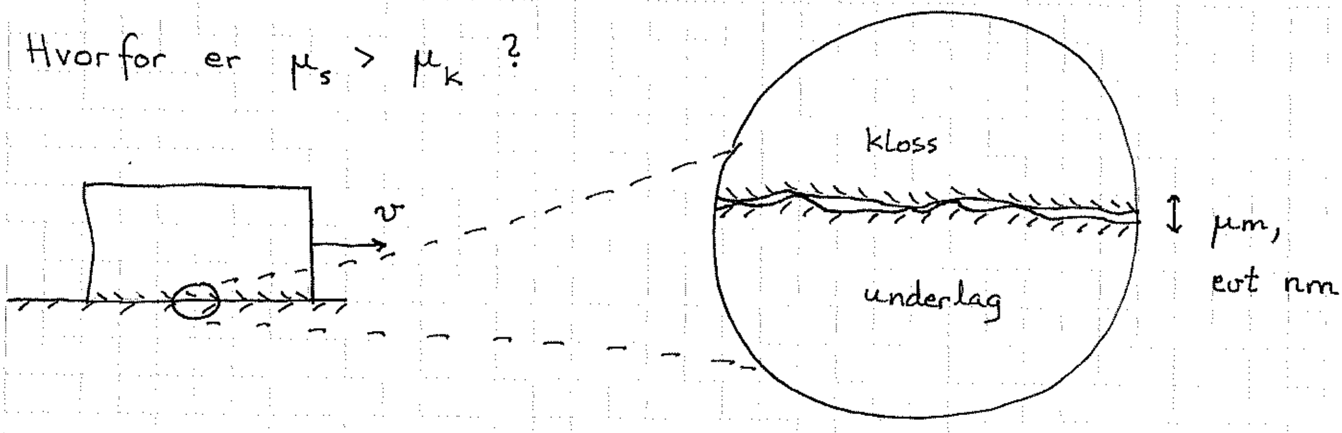
$$f = \mu_k \cdot N$$

$\mu_k < \mu_s$ (alltid, såvidt meg bekjent)

$[\mu_k] = [\mu_s] = 1$



Hvorfor er $\mu_s > \mu_k$?



$v = 0 \Rightarrow$ godt grep mellom flatene [på molekylnivå: bindinger]

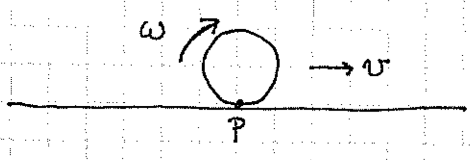
$v > 0 \Rightarrow$ dårligere grep, tendens til å flyte oppå [bindinger brytes og dannes, som krever energi ⇒ friksjonsarbeid, varme]

$\Rightarrow \mu_s > \mu_k$

Tallverdier:

Materialer	μ_s	μ_k	
tre mot tre	0.25-0.50	0.2	sånn omtrent
ski mot snø	0.1	0.05	
gummi mot tørr asfalt	1.0	0.8	
— " — våt — " —	0.30	0.25	

Rulling:



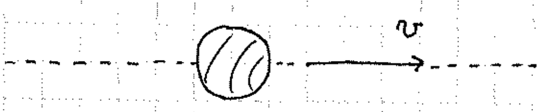
Hvis ren rulling:

Kontaktpunkt P i ro

$\Rightarrow$ praktisk talt null friksjonsarbeid

Friksjon i gasser og væsker (fluider) [YF 5.3]

Anta rotasjonssymmetrisk legeme omkring $\vec{v}$-aksen:



- For tilstrekkelig liten v:

  "Pen", laminær strømning rundt legemet, $\vec{f}_\ell = -k\vec{v} = -kv\hat{v}$

  Kan utledes fra Newtons lover

  Eks: Kule. $f_\ell = 6\pi\eta R v$

  R = kulas radius, η ("eta") = fluidets viskositet

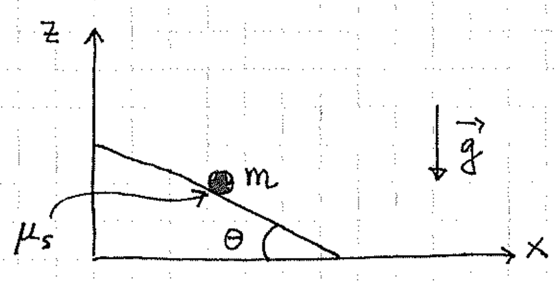
  [Mer i TEP4105 Fluidmekanikk]

- Stor v:

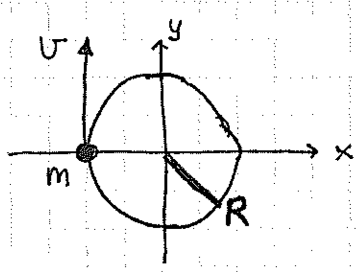
  Turbulent strømning, $\vec{f}_t = -Dv^2\hat{v}$ ("drag")

  Tommelfingerregel

Eks 1: Dosert sving [YF 5.4, LL 3.4]



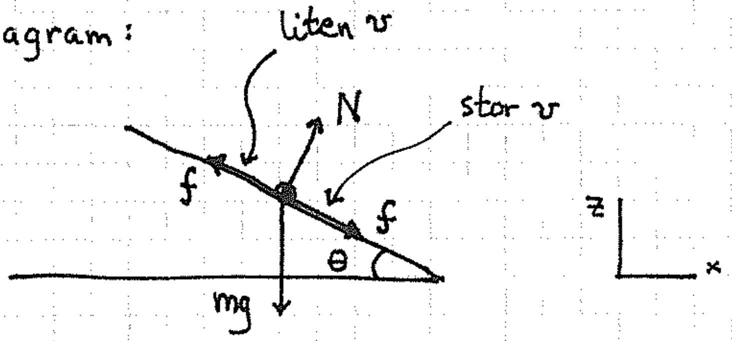
θ = doseringsvinkel



R = krumningsradius

Finn $v_{min} < v < v_{max}$ slik at bilen ikke sklir inn/ut!

Kraftdiagram:



$$f_{max} = \mu_s N$$

uniform sirkelbevegelse : $a = v^2/R$

[Merk: Kan her <u>ikke</u> sette N lik $mg \cdot \cos\theta$!
Vi <u>har</u> akselerasjon $\perp$ skråplanet !]

Dermed: $\vec{N} + \vec{f} + m\vec{g} = (mv^2/R)\,\hat{x}$

i x-retn: $N \sin\theta \pm \mu_s N \cos\theta = mv^2/R$ (1)

i z-retn: $N \cos\theta \mp \mu_s N \sin\theta = mg$ (2)

(Med $f = \mu_s N$ gir dette v_{max} (øvre fortegn) og v_{min} (nedre fortegn).)

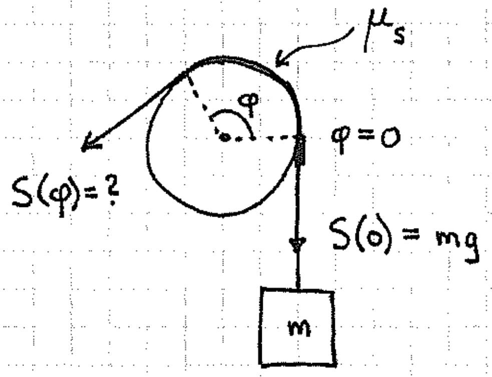
(1)/(2) $\Rightarrow$ $$v_{\substack{max\\min}} = \sqrt{gR\,\frac{\sin\theta \pm \mu_s \cos\theta}{\cos\theta \mp \mu_s \sin\theta}} = \underline{\underline{\sqrt{gR\,\frac{\tan\theta \pm \mu_s}{1 \mp \mu_s \tan\theta}}}}$$

Hit 12.09.11

[Analyse av resultatet : 19.09.11]

14.09.11

Eks 2: Tau rundt sylinder

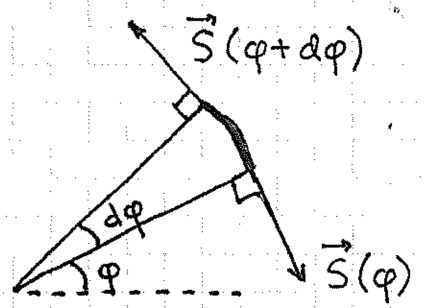


Demo:

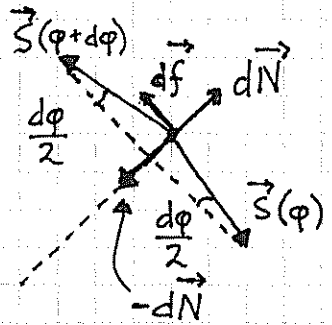
- PVC-rør
- Basthyssing
- Blylodd (ca 335 g)
- Fjærvekter

Strategi:

- Krefter? Figur! N1! .....
- Tenk smått! Tenk differensielt!

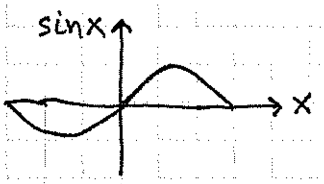


- se på liten taubit mellom φ og $\varphi + d\varphi$
- $\vec{S}(\varphi + d\varphi) + \vec{S}(\varphi) \neq 0$ og balanseres av (liten) normalkraft $d\vec{N}$ fra sylinderen på taubiten og (liten) friksjonskraft $d\vec{f}$ tangentielt



- $d\vec{f}$ rettet <u>mot</u> klokka når friksjonen hjelper oss å holde loddet i ro, og $df = \mu_s dN$ er max friksjonskraft på taubit

- Fra figur: $dN = S(\varphi) \sin \frac{d\varphi}{2} + S(\varphi + d\varphi) \sin \frac{d\varphi}{2}$



Ser at <u>$\sin x \approx x$</u> for små x.

$$\Rightarrow dN \approx \frac{d\varphi}{2} \left\{ S(\varphi) + \underbrace{S(\varphi + d\varphi)}_{\approx S(\varphi)} \right\} \approx S(\varphi)\, d\varphi$$

- Kraftbalanse tangentielt:

$$\underbrace{S(\varphi + d\varphi) - S(\varphi)}_{dS} \pm \underbrace{df}_{\mu_s S\, d\varphi} = 0$$

$+$: $d\vec{f}$ mot klokka
$-$: df med —"—

$$\Rightarrow \quad dS = \mp \mu_s S\, d\varphi$$

$$\Rightarrow \quad \int_{S(0)}^{S(\varphi)} \frac{dS}{S} = \mp \int_0^{\varphi} \mu_s\, d\varphi$$

$$\Rightarrow \quad \ln \frac{S(\varphi)}{S(0)} = \mp \mu_s \varphi$$

$$\Rightarrow \quad \underline{\underline{S(\varphi) = S(0)\, e^{\mp \mu_s \varphi}}}$$

$\boxed{\text{Hit } 14.09.11}$

Motivasjonsforedrag nr 1 14.09.11:

Espen R. Jakobsen, IMF : Aksjer, opsjoner og matematikk