

31.08.11

Størrelser og enheter. SI-systemet [YF 1] (2)

Fysisk størrelse: Målbart (som regel!) størrelse for fysisk fenomen.

Eks: Lengde, $l = 17.3 \text{ km}$
↑ symbol
↑ måltall
↑ enhet, inkl. dekadisk prefiks (k)

Vanlig notasjon: $[l] = m$
"enheten til lengde er meter"

SI - enheter:

Grunnenheter (7 stk):

| Navn | Symbol (f.eks.) | Enhet | |
|-----------------------|-----------------|-------|------------------------|
| lengde | l, s, \dots | m | } De viktige i MekFys. |
| masse | m, M, \dots | kg | |
| tid | t, \dots | s | |
| elektrisk strømstyrke | I | A | (ELMag) |
| temperatur | T | K | (Termisk) |
| stoffmengde | n | mol | (Kjemi, MekFys...) |
| Lysstyrke | I | cd | (Sjelden!) |

Sammensatte enheter:

| | | | |
|------------------|-----------|--------------------------------------|----------------------|
| hastighet (fart) | v | $m/s = m \cdot s^{-1}$ | } = avledete enheter |
| akselerasjon | a | $m/s^2 = m \cdot s^{-2}$ | |
| kraft | F | $kg \cdot m/s^2 \stackrel{def}{=} N$ | |
| trykk | p | $N/m^2 \stackrel{def}{=} Pa$ | |
| energi | W, E, ... | $N \cdot m \stackrel{def}{=} J$ | |

Dekadiske prefikser:

3

| Navn | Symbol | Tallfaktor |
|-------|--------|------------|
| femto | f | 10^{-15} |
| piko | p | 10^{-12} |
| nano | n | 10^{-9} |
| mikro | μ | 10^{-6} |
| milli | m | 10^{-3} |
| centi | c | 10^{-2} |
| desi | d | 10^{-1} |
| kilo | k | 10^3 |
| mega | M | 10^6 |
| giga | G | 10^9 |
| tera | T | 10^{12} |
| peta | P | 10^{15} |

Omregning til og fra SI-enheter; eksempler:

- Hvor fort er 10 m/s angitt i km/h ? ($1 \text{ h} = 1 \text{ time}$)

$$10 \text{ m/s} = 10 \cdot \underbrace{(10^{-3} \text{ km/m})}_{=1} \cdot \underbrace{(3600 \text{ s/h})}_{=1} \text{ m/s} = 36 \text{ km/h}$$
- Hva er energimengden 1 kWh (evt 1 kWh) i SI-enheter?
 $1 \text{ W} = 1 \text{ J/s}$ (effekt; energi pr tidsenhet)
 $1 \text{ kWh} = 1 \cdot 1000 \text{ J/s} \cdot 3600 \text{ s} = 3.6 \cdot 10^6 \text{ J} = 3.6 \text{ MJ}$

Kinematikk [YF 2 og 3, LL1]

(4)

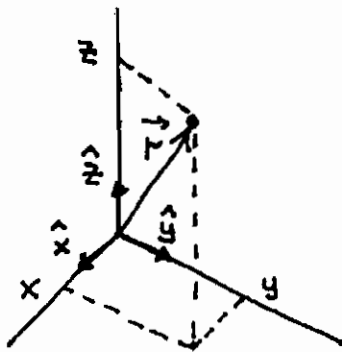
= beskrivelsen av bevegelse

[Senere: Dynamikk - Hva forårsaker bevegelsen? Krefter, Newtons lover.]

Ser først på punktpartikler; kan betraktes som modell / tilnærming for virkelige legemer.

[Senere: Stive legemers dynamikk. Rotasjon etc.]

Posisjon:



$$\vec{r}(t) = x(t)\hat{x} + y(t)\hat{y} + z(t)\hat{z}$$

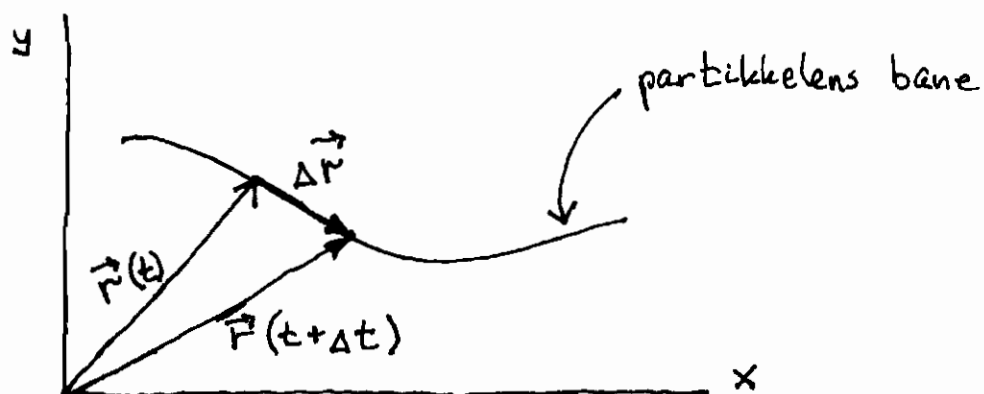
= posisjon angitt i fast (dvs: tidsuavhengig) kartesisk koordinat-system (høyrehendt)

$\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$ = enhetsvektorer i hhv (positiv) x, y, z-retning
 $|\hat{x}| = |\hat{y}| = |\hat{z}| = 1$; $[\hat{x}] = [\hat{y}] = [\hat{z}] = 1$ (dvs dimensjonsløs)

Alternativ notasjon:

$$\hat{x} = \hat{i} = \vec{e}_x = \vec{u}_x; \quad \hat{y} = \hat{j} = \dots; \quad \hat{z} = \hat{k} = \dots$$

Bevegelse i (f.eks) xy-planet [enklere å tegne i 2D enn 3D]:

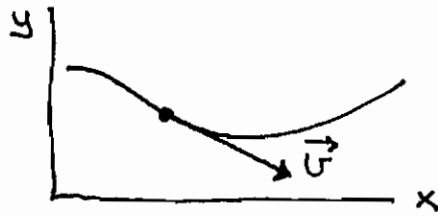


5

Hastighet = forflytning pr tidsenhet:

$$\vec{v}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}}$$

(Vanlig notasjon: $\frac{d}{dt}(\dots) = (\dots)^{\cdot}$, $\frac{d^2}{dt^2}(\dots) = (\dots)^{\ddot{\cdot}}$ etc)



\vec{v} er rettet
tangentielt til banen

Akselerasjon = hastighetsendring pr tidsenhet:

$$\vec{a}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \dot{\vec{v}} = \frac{d}{dt} \left(\frac{d\vec{r}}{dt} \right) = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \ddot{\vec{r}}$$

På komponentform (her: kartesiske komponenter):

$$\vec{v} = v_x \hat{x} + v_y \hat{y} + v_z \hat{z}$$

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt} \hat{x} + \frac{dy}{dt} \hat{y} + \frac{dz}{dt} \hat{z}$$

Tilsvarende: $a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2 x}{dt^2} = \ddot{x}$ etc.

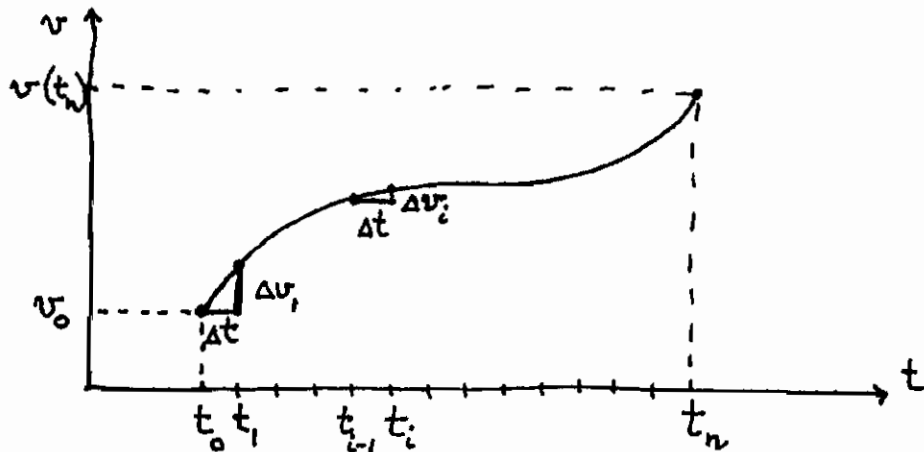
Vi finner altså \vec{a} og \vec{v} fra hver \vec{v} og \vec{r} ved derivasjon (mhp tida t).

Omvendt kan vi finne \vec{v} og \vec{r} fra hver \vec{a} og \vec{v} ved integrasjon (mhp t).

6
Ser for enkelhets skyld på 1D, dvs beregelse
Langs rett linje, f.eks x-aksen:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \Delta v = a \cdot \Delta t$$

Anta $v = v_0$ ved $t = t_0$:



$$\begin{aligned} \Rightarrow v(t_n) &= v_0 + \Delta v_1 + \dots + \Delta v_i + \dots + \Delta v_n \\ &= v_0 + \sum_{i=1}^n \Delta v_i \\ &\approx v_0 + \sum_{i=1}^n a_i \cdot \Delta t \end{aligned}$$

Når vi nå lar $\Delta t \rightarrow 0$, vil $\Sigma \rightarrow \int$ og $\Delta t \rightarrow dt$

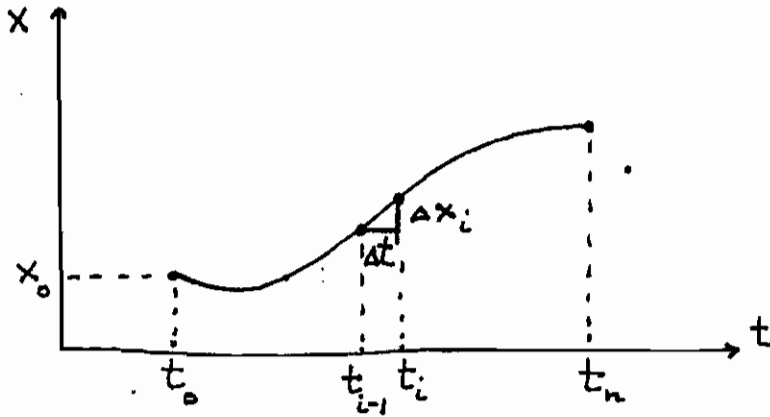
$$\Rightarrow v(t_n) = v_0 + \int_{t_0}^{t_n} a(t) dt$$

$$\Rightarrow v(t_n) - v_0 = \int_{v(t_0)}^{v(t_n)} dv = \int_{t_0}^{t_n} a(t) dt$$

Tilsvarende:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta x = v \cdot \Delta t$$

Anta $x = x_0$ ved $t = t_0$:



$$\Rightarrow x(t_n) = x_0 + \Delta x_1 + \dots + \Delta x_n$$

$$= x_0 + \sum_{i=1}^n \Delta x_i$$

$$\approx x_0 + \sum_{i=1}^n v_i \cdot \Delta t$$

$$\xrightarrow{\Delta t \rightarrow 0} x_0 + \int_{t_0}^{t_n} v(t) dt$$

$$\Rightarrow x(t_n) - x_0 = \int_{x(t_0)}^{x(t_n)} dx = \int_{t_0}^{t_n} v(t) dt$$

Kinematikk (forts.)

Oppsummering fra sist, inkl. generalisering til 3D av integral-sammenhengene:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}} \quad (v_x = \dot{x} \text{ etc.})$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \ddot{\vec{r}} \quad (a_x = \ddot{x} \text{ etc.})$$

$$\int_{\vec{r}(t_0)}^{\vec{r}(t)} d\vec{r} = \int_{t_0}^t \vec{v}(t) dt \quad \left(\int_{x(t_0)}^{x(t)} dx = \int_{t_0}^t v_x(t) dt \text{ etc.} \right)$$

$$\int_{\vec{v}(t_0)}^{\vec{v}(t)} d\vec{v} = \int_{t_0}^t \vec{a}(t) dt \quad \left(\int_{v_x(t_0)}^{v_x(t)} dv_x = \int_{t_0}^t a_x(t) dt \text{ etc.} \right)$$

Viktig spesialtilfelle: $\vec{a} = \text{konstant}$

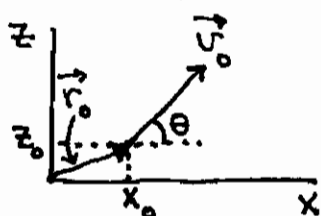
Anta $\vec{r}(t_0) = \vec{r}_0$ og $\vec{v}(t_0) = \vec{v}_0$ (gitte initialbetingelser)

Da er: $\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{a} \cdot (t - t_0)$

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 \cdot (t - t_0) + \frac{1}{2} \vec{a} \cdot (t - t_0)^2$$

Eks: Kast i tyngdefeltet, $\vec{a} = -g \hat{z}$.

Ved $t_0 = 0$:



$$\Rightarrow x(t) = x_0 + v_0 t \cos \theta$$

$$z(t) = z_0 + v_0 t \sin \theta - \frac{1}{2} g t^2$$

Eliminasjon av t gir banen:

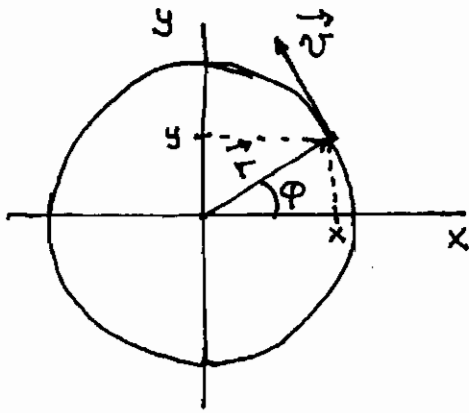
$$z(x) = z_0 + [x(t) - x_0] \tan \theta - \frac{g}{2} \frac{[x(t) - x_0]^2}{v_0^2 \cos^2 \theta}$$

= PARABEL

Annent viktig spesialtilfelle:

Sirkelbevegelse [YF 3.4, LL 1.7, eks 1.6]

Anta først konstant $v = |\vec{v}|$ (uniform sirkelbev.)
og bev. i xy-planet:



Ser fra figur:

$$x = r \cos \varphi$$

$$y = r \sin \varphi$$

med $r = |\vec{r}| = \text{konst.}$

Uunnværlig størrelse:

Vinkelhastighet (\equiv vinkel frekvens) = vinkelendring pr tidsenhet

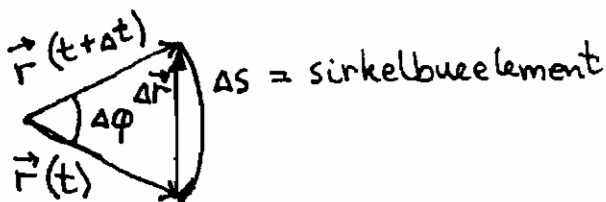
$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt} = \dot{\varphi}$$

$$[\omega] = s^{-1}$$

(evt. rad/s)

Vinkel = buelengde delt på radius:

$$\Delta \varphi = \frac{\Delta s}{r}$$

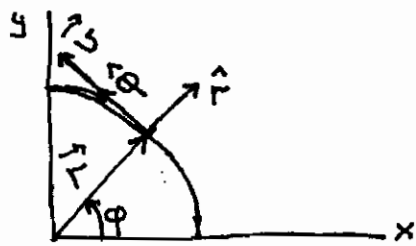


Når $\Delta t \rightarrow 0$, vil også $\Delta \varphi \rightarrow 0$, $\Delta \vec{r} \perp \vec{r}$,

og $|\Delta \vec{r}| \approx \Delta s = r \Delta \varphi$

Dermed: $\underline{v} = |\vec{v}| = \left| \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \right| = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{r \Delta \varphi}{\Delta t} = r \dot{\varphi} = \underline{r \omega}$

Hva med \vec{v} , inkl. retningen? $\Delta\vec{r}$ og \vec{v} har samme retning, og $\Delta\vec{r} \perp \vec{r}$. Altså er \vec{v} tangentiell til sirkelbanen: (10)



$$\Rightarrow \vec{v} = r\omega \hat{\varphi}$$

($\hat{\varphi}$ = enhetsvektor i "phi-retning", dvs retning som øker phi uten å endre r)

Når v , og dermed ω , er konstant, øker φ lineært med t :

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} \Rightarrow d\varphi = \omega dt \xrightarrow[\substack{\text{ved} \\ t=0}]{\substack{\text{anta} \\ \varphi=0}} \varphi(t) = \omega t$$

Dermed:

$$\vec{r}(t) = x(t)\hat{x} + y(t)\hat{y} = r \cos \omega t \cdot \hat{x} + r \sin \omega t \cdot \hat{y}$$

Kartesiske komponenter av \vec{v} :

$$\dot{x}(t) = -r\omega \sin \omega t, \quad \dot{y}(t) = r\omega \cos \omega t$$

Akselerasjon ved uniform sirkelbevegelse

$$\ddot{x}(t) = -r\omega^2 \cos \omega t = -\omega^2 x(t)$$

$$\ddot{y}(t) = -r\omega^2 \sin \omega t = -\omega^2 y(t)$$

$$\Rightarrow \vec{a}(t) = \ddot{x}(t)\hat{x} + \ddot{y}(t)\hat{y} = -\omega^2 [x(t)\hat{x} + y(t)\hat{y}] = -\omega^2 \vec{r}(t)$$

$$\boxed{\vec{a}(t) = -\omega^2 \vec{r}(t)}$$

Sentripetalaks,
(retning inn mot sentrum)

Da $v = \omega r$: $a = |\vec{a}| = \omega^2 r = v^2/r$ (mer kjent?) (11)

Kan også skrive: $\vec{a} = -\omega^2 r \hat{r}(t) = -(v^2/r) \hat{r}(t)$

[Merk at \hat{r} og $\hat{\phi}$ avhenger av stedet (x, y) og dermed av tida t , i motsetning til \hat{x} og \hat{y} som ligger fast i et fast kartesisk koordinatsystem.]

Noen flere nyttige størrelser:

Vinkelakselerasjon: $\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \dot{\omega} = \ddot{\phi}$, $[\alpha] = s^{-2}$

Periode: $T =$ tid pr omdreining, $[T] = s$

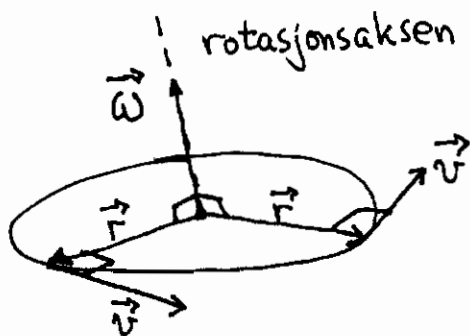
Frekvens: $f =$ antall omdreininger pr tidsenhet, $[f] = \text{Hz} (= s^{-1})$

Dette gir diverse sammenhenger, f.eks:

$$v = \frac{2\pi r}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

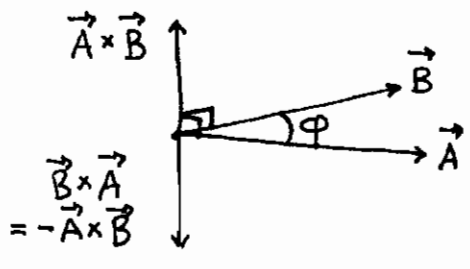
Vinkelhastighet som vektor



Ved å la $\vec{\omega}$ peke langs rotasjonsaksen kan vi skrive

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$$

Kryssprodukt:



$$|\vec{A} \times \vec{B}| = A \cdot B \cdot \sin \varphi$$

Retning med høyrehandsregel.

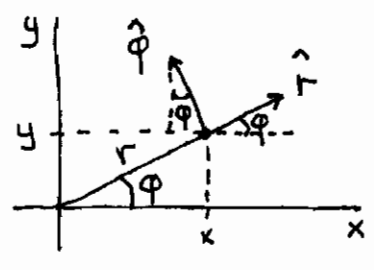
For sirkelbevegelsen ser vi at $\vec{\omega} \perp \vec{r}$ (og $\vec{\omega} \perp \vec{v}$)

$$\Rightarrow |\vec{\omega} \times \vec{r}| = \omega \cdot r \cdot \sin \frac{\pi}{2} = \omega r = v; \quad \text{OK!}$$

Hvis $\vec{\omega}$ opp : $\vec{\omega} \times \vec{r}$ tangentielt mot klokka } se fig. s 11
 Hvis $\vec{\omega}$ ned : ————— med ————— }

Merk: $\hat{x} \times \hat{y} = \hat{z}, \quad \hat{y} \times \hat{z} = \hat{x}, \quad \hat{z} \times \hat{x} = \hat{y}$
 $\hat{x} \times \hat{x} = \hat{y} \times \hat{y} = \hat{z} \times \hat{z} = 0$

Litt (mer) om polarkoordinater:



Ser fra figur: $x = r \cos \varphi, \quad y = r \sin \varphi,$
 $r = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad \tan \varphi = x/y$

Ser også: $\hat{r} = \hat{x} \cos \varphi + \hat{y} \sin \varphi, \quad \hat{\varphi} = -\hat{x} \sin \varphi + \hat{y} \cos \varphi$

[Øving 2: Trening med $\hat{r}, \hat{\varphi}, \dot{\hat{r}}, \dot{\hat{\varphi}}$ når $\varphi = \omega t$, dvs sirkelbev.]

Merk: $\hat{r} \cdot \hat{\varphi} = 0, \quad \hat{r} \cdot \hat{r} = \hat{\varphi} \cdot \hat{\varphi} = 1,$
 $\hat{r} \times \hat{\varphi} = \hat{z}, \quad \hat{z} \times \hat{r} = \hat{\varphi} \quad \text{etc.}$

07.09.11

Newton's Lover [YF 4, LL 2]

(13)

- Empiriske lover, dvs basert på eksperimenter
- For litt historikk, se YF 4-intro, LL 1-Essay (Impetus)

Newton's 1. lov (N1): $\vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{v} = \text{konst.}$

Når netto ytre kraft \vec{F} er null, forblir legemet i ro eller i rettlinjert bevegelse med uendret hastighet.

Newton's 2. lov (N2): $\vec{F} = m\vec{a}$

Når det virker en netto ytre kraft \vec{F} på et legeme, får legemet en akselerasjon proporsjonal med nettokraften. $m =$ legemets masse.

Generalisering av N2 dersom massen ikke er konstant:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}; \quad \vec{F} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) \quad [= m\vec{a} \text{ hvis } m \text{ er konst.}]$$

Eks: Rakett som forbrenner drivstoff.

[Kommer tilbake til dette senere.]

Newton's 3. lov (N3): $\vec{F}_{BA} = -\vec{F}_{AB}$

Når A virker på B med kraften \vec{F}_{AB} , virker B på A med kraften $\vec{F}_{BA} = -\vec{F}_{AB}$, dvs motsatt rettet og like stor i absoluttverdi.

- $[F] = \text{kgm/s}^2 \equiv \text{N (newton)}$
- Krefter virker alltid mellom to legemer/partikler (jf N3!), vi sier at legemene vekselvirker med hverandre. (Eng: "interact")

Fundamentale vekselvirkninger (v.v.) [YF 5.5, LL 2.1]

(14)

Gravitasjons v.v. [FY3452]

Tiltrekkende kraft mellom to legemer pga masse.

Lang rekkevidde. Meget svak.

Elektromagnetiske v.v. [FY1003/TFY4155, TFY4240, ...]

Tiltr. eller frastøtende kraft pga elektrisk ladning.

Lang rekkevidde (som grav.). Mye sterkere enn gravitasjon.

Svake v.v. [FY3402]

Kort rekkevidde. Årsak til β -decay (en form for radioaktiv stråling):
$$n \rightarrow p + e + \bar{\nu}$$

(neutron) (proton) (elektron) (antineutrino)

Sterke v.v. [FY3466]

Kort rekkevidde. Holder kjernepartikler sammen i atomkjernen.

Mye sterkere enn el.magn. krefter på avstander $\sim 10^{-15}$ m.

60- og 70-åra: Fellas teori for el.magn. og svake v.v.:

Elektrosvak v.v. Verifisert eksperimentelt.

Senere: GUT (Grand Unified Theory)

Strengteori

TOE (Theory of everything)

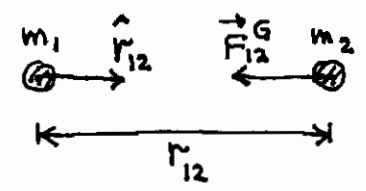
⋮

Ikke verifisert eksperimentelt.

J MekFys er bare gravitasjon og elektromagn. krefter relevante.

Newtons gravitasjons lov:

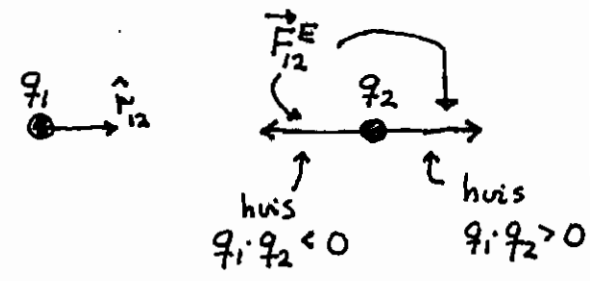
$$\vec{F}_{12}^G = -G \frac{m_1 \cdot m_2}{r_{12}^2} \hat{r}_{12}$$



$G \approx 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$ = gravitasjonskonstanten
[G måles i labøkt nr 4]

Coulombs lov:

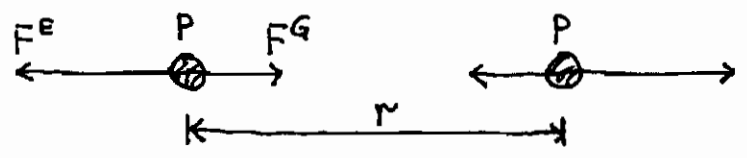
$$\vec{F}_{12}^E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 \cdot q_2}{r_{12}^2} \hat{r}_{12}$$



$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \approx 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2, \quad [q] = \text{C} = \text{coulomb}$$

(ϵ_0 = vakuumpemittiviteten; mer i FY1003/TFY4155)

Eks: For to protoner, hva er $|F^G/F^E|$?



$$m_p \approx u \approx 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}, \quad q_p = e \approx 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$\Rightarrow |F^G/F^E| \approx \frac{G u^2}{e^2/4\pi\epsilon_0} \approx \frac{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot (1.67 \cdot 10^{-27})^2}{(1.6 \cdot 10^{-19})^2 \cdot 9 \cdot 10^9} \sim \underline{10^{-36}}$$

\Rightarrow Dagliglivet kun styrt av F^E ?!

Nei! Atomer har Z protoner og Z elektroner

$$\Rightarrow q_{\text{Atom}} = Ze - Ze = 0$$

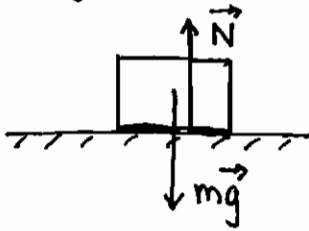
\Rightarrow elektriske krefter er i stor grad "nøytralisert" pga at tiltr. og frastøt. krefter kansellerer

\Rightarrow gravitasjon ("tyngdekrefter") styrer dagliglivet sammen med el.magn. krefter

Elektrostatiske krefter i MekFys, eksempler:

(16)

Trykk-krefter

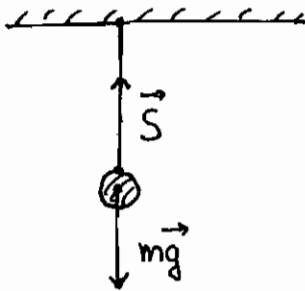


Kloss i ro $\Rightarrow N = mg$ (pga N1)

Normalkraft N skyldes frastøt.

coulombkrefter mellom kloss og underlag.

Strekk-krefter

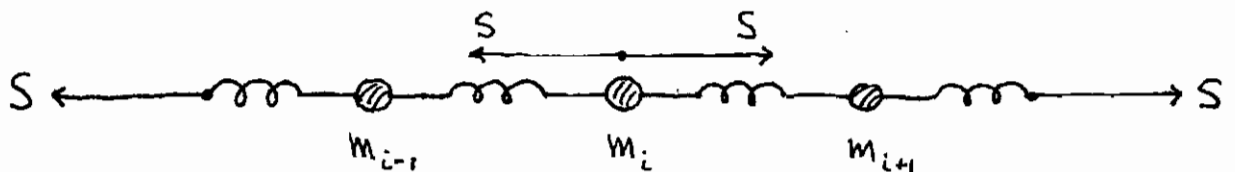


Kule i ro $\Rightarrow S = mg$ (pga N1)

Snorkraft S skyldes tiltrekkende

coulombkrefter mellom snor og kule.

Inne i strukket snor, stang eller fjær (modell):



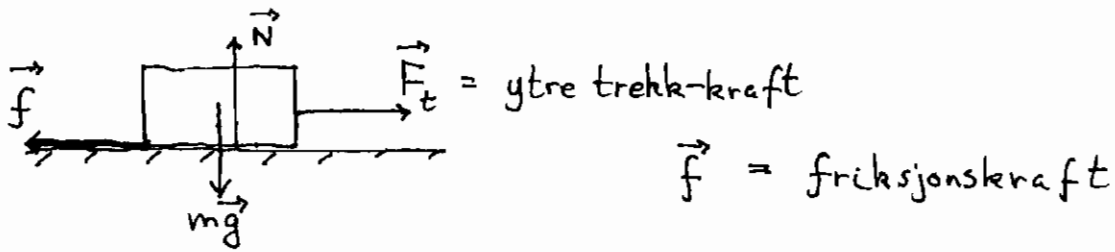
m_i i ro \Rightarrow snorkraft S like stor i begge retninger

Hvis $M_{\text{snor}} \cdot g \ll S$, har vi tilnærmet masseløs snor.

Da må S være like stor langs hele snora. Ofte nyttig!

Friksjonskrefter

(17)

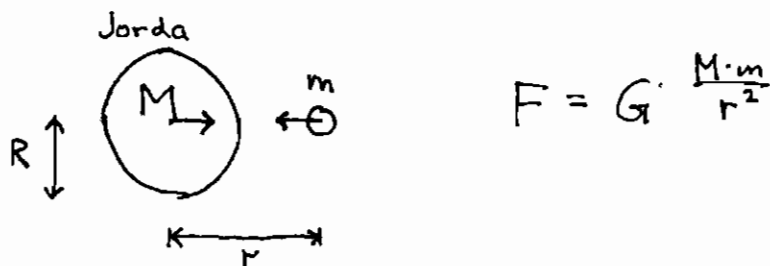


Hvis kloss er i ro: $f = F_t$ (N1)

Hvis kloss akselererer: $f < F_t$

Alle disse (trykk-, strekk-, friksjonskrefter) er kontaktkrefter.
Sammen med tyngdekraften styrer de mye av hverdagen omkring oss.

Masse og tyngde [YF 4.4, LL 2.5]



Masse m på jordoverflaten trekkes mot jorda med tyngdekraften ($M = \text{jordmassen}$, $R = \text{jordradien}$)

$$F = mg, \quad g = \frac{GM}{R^2} \approx 9.8 \text{ m/s}^2 = \text{tyngdeaks.}$$

Hvis mg er eneste kraft: Fritt fall

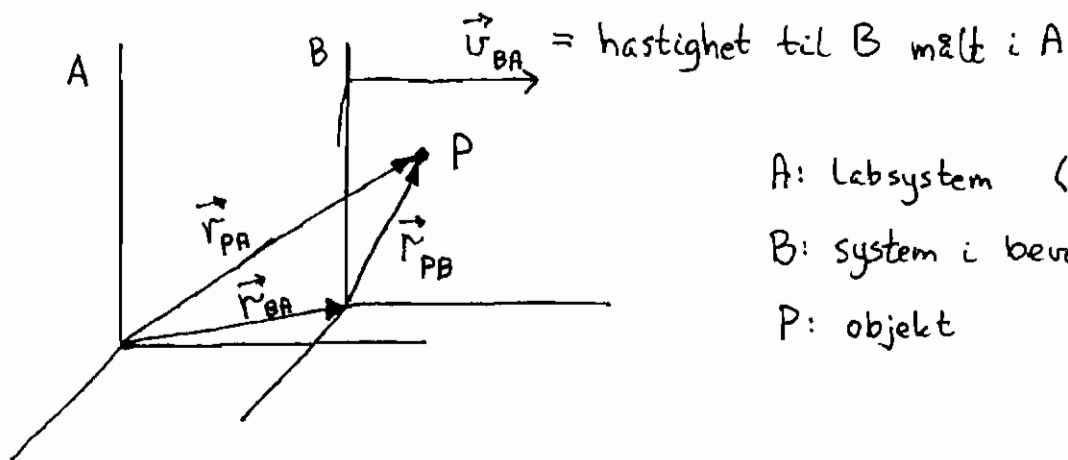
$$\Rightarrow mg = ma \quad (\text{N2})$$

$$\Rightarrow a = g \approx 9.8 \text{ m/s}^2$$

Newtons lover og beregelse i ulike referansesystem

[YF 3.5 + 4.2, LL 1.9 + 2.7]

(18)



A: Labsystem (i ro)

B: system i bevegelse

P: objekt

$$\vec{r}_{PA} = \vec{r}_{PB} + \vec{r}_{BA} \Rightarrow \vec{v}_{PA} = \vec{v}_{PB} + \vec{v}_{BA} \Rightarrow \vec{a}_{PA} = \vec{a}_{PB} + \vec{a}_{BA}$$

Vi ser at kun hvis $\vec{a}_{BA} = 0$, dvs $\vec{v}_{BA} = \text{konst.}$, vil observatører i A og B måle samme akselerasjon for objektet P, $\vec{a}_{PA} = \vec{a}_{PB}$.

Da er A og B inertialsystemer relativt hverandre.

Hvis N1 gjelder i A, vil da N1 også gjelde i B.

Videre, hvis en netto ytre kraft \vec{F} virker på P, vil samme ligning, $\vec{F} = m\vec{a}$, med $\vec{a}_{PA} = \vec{a}_{PB} = \vec{a}$,

beskrive den observerte bevegelsen til P for observatørene i både A og B. Dette er i samsvar med relativitetsprinsippet, som slår fast at fysikkens lover må ha samme form i alle inertialsystemer.

Jorda roterer omkring sin egen akse (og omkring sola).

\Rightarrow Jordoverflaten er bare tilnærmet inertialsystem.

I roterende ref. system oppleves krefter som skyldes rotasjonen: sentrifugalkraft og corioliskraft.

dat 07.09.11 [Kanskje mer om det senere!]