28.08.12

Størrelser og enheter. SI-systemet [YF 1]

Fysisk størrelse : målbar størrelse for fysisk fenomen
(som regel)

Eks: Lengde. $\ell = 3.14$ cm

symbol — målltall — enhet, inklusive dekadisk prefiks (c = centi = 1/100)

Notasjon: $[\ell] = m$

(enheten til lengde er meter)

SI - systemet: 7 grunnenheter

Navn	Symbol	Enhet	
lengde	$\ell, s, \ldots$	m	Viktige i Mek. Fys.
masse	$m, M, \ldots$	kg	
tid	$t, \tau, \ldots$	s	
elektrisk strømstyrke	I	A	(ELMag)
temperatur	T	K	(Termisk)
stoffmengde	n	mol	(Kjemi)
lysstyrke	I	cd	(Sjeldent brukt)

Sammensatte enheter:

hastighet	v	m/s	
akselerasjon	a	$m/s^2 = ms^{-2}$	
kraft	F	$kgm/s^2 \equiv N$	avledete enheter
trykk	p	$N/m^2 \equiv Pa$	
energi, arbeid	$W, E, \ldots$	$Nm \equiv J$	

Dekadiske prefikser:

Navn	femto	piko	nano	mikro	milli	centi	desi
Symbol	f	p	n	μ	m	c	d
Tallfaktor	10^{-15}	10^{-12}	10^{-9}	10^{-6}	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}
— " —	peta	tera	giga	mega	kilo	hekto	deka
	P	T	G	M	k	h	da
	10^{15}	10^{12}	10^{9}	10^{6}	10^{3}	10^{2}	10^{1}

Omregning til/fra SI-enheter; eksempler:

- Hvor fort er $\frac{1}{36}$ cm/s angitt i km/h ?

  Løsning:

  $$\frac{1}{36}\,\frac{\text{cm}}{\text{s}} = \frac{1}{36}\,\frac{\text{cm}}{\text{s}} \cdot \underbrace{\left(10^{-5}\,\frac{\text{km}}{\text{cm}}\right)}_{=1} \cdot \underbrace{\left(3600\,\frac{\text{s}}{\text{h}}\right)}_{=1} = 10^{-3}\ \text{km/h}$$

- En norsk husholdning bruker ca 24 MWh energi pr år. Hvor mye er dette angitt i SI-enhet ?

  Løsning:

  1 W = 1 J/s (energi pr tidsenhet; <u>effekt</u>)

  $$\Rightarrow 24\ \text{MWh} = 24\cdot 10^{6}\ \frac{\text{J}}{\text{s}} \cdot 3600\ \text{s} = 8.64\cdot 10^{10}\ \text{J}\ (\approx 86\ \text{GJ})$$

- Per og Kari sykler med lufttrykk hhv 4 bar og 35 PSI. Hvem har hardest dekk ?

  Løsning:

  $$1\ \text{bar} = 10^{5}\ \text{Pa} = 10^{5}\ \text{N/m}^2 \approx 1\ \text{atm}$$

  (1 atm ≈ 1013 mbar)

  $$\begin{aligned} 1\ \text{PSI} &= 1\ \text{pound pr square inch} \\ &= 0.454\ \text{kg}\cdot 9.81\ \text{m/s}^2 \,/\, (2.54\cdot 10^{-2}\ \text{m})^2 \\ &= 6903\ \text{N/m}^2 \\ &= 6903\ \text{Pa}\cdot 10^{-5}\ \text{bar/Pa} \end{aligned}$$

  $\Rightarrow 35\ \text{PSI} = 35\cdot 69\cdot 10^{-3}\ \text{bar} \approx 2.4\ \text{bar}$ $\Rightarrow$ Per har hardest dekk.

Kinematikk [YF 2 og 3, LL1]

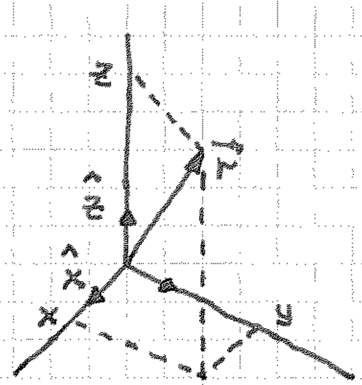
= " beskrivelse av bevegelse "

[Senere: Dynamikk. Krefter. Newtons lover.]

Først: punktpartikler (modell / tilnærming for virkelige legemer)

[Senere: Stive legemers dynamikk. Rotasjon etc.]

Posisjon:



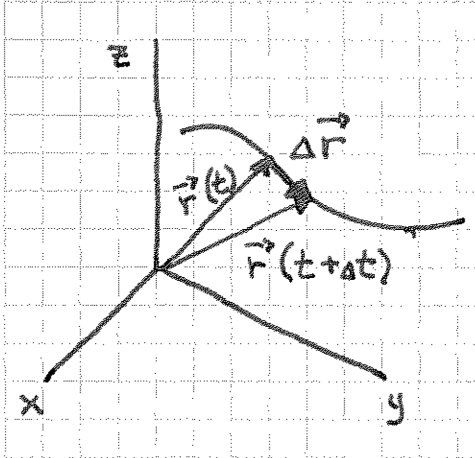
$$\vec{r}(t) = x(t)\,\hat{x} + y(t)\,\hat{y} + z(t)\,\hat{z}$$

= posisjon ved tid t
(i fast, høyrehendt kartesisk koordinatsystem)

$\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$: enhetsvektorer i x-, y-, z-retning

$|\hat{x}| = |\hat{y}| = |\hat{z}| = 1$; $[\hat{x}] = [\hat{y}] = [\hat{z}] = 1$ (dimensjonsløse)

Partikkelens bevegelse gitt ved dens bane:



Forflytning:

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)$$

Hastighet = forflytning pr tidsenhet:

$$\vec{v}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

Δt er en (positiv) skalar størrelse

$\Rightarrow \vec{v} \parallel \Delta\vec{r} \quad \Rightarrow \vec{v}$ er tangentiell til banen

Akselerasjon = hastighetsendring pr tidsenhet:

$$\vec{a}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right) = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

Standard notasjon for derivert mhp tiden t:

$$\dot{x} = \frac{dx}{dt}, \quad \ddot{x} = \frac{d^2x}{dt^2} \quad \text{etc.}$$

$$\Rightarrow \quad \vec{v} = \dot{\vec{r}}, \quad \vec{a} = \dot{\vec{v}} = \ddot{\vec{r}}$$

På <u>komponentform</u> (med kartesiske koordinater):

$$\vec{v} = v_x\,\hat{x} + v_y\,\hat{y} + v_z\,\hat{z}$$

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\,\hat{x} + \frac{dy}{dt}\,\hat{y} + \frac{dz}{dt}\,\hat{z}$$

$\Rightarrow v_x = \frac{dx}{dt}$ osv.

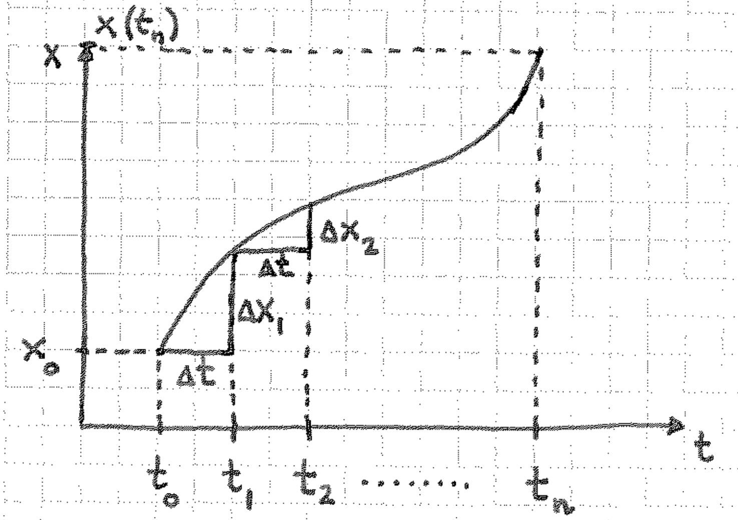
Tilsvarende: $a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x}$ osv.

Finner altså $\vec{v}$ og $\vec{a}$ fra $\vec{r}$ og $\vec{v}$ ved <u>derivasjon</u> (mhp t).

Må da kunne finne $\vec{r}$ og $\vec{v}$ fra $\vec{v}$ og $\vec{a}$ ved <u>integrasjon</u>!

Ser først på bevegelse langs rett linje (evt x-komponenten av bevegelse i 3D):

$$v \approx \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad \Rightarrow \quad \Delta x \approx v \cdot \Delta t$$



$$x(t_n) = x_0 + \Delta x_1 + \Delta x_2 + \ldots + \Delta x_n$$

$$= x_0 + \sum_{i=1}^{n} \Delta x_i$$

$$\approx x_0 + \sum_{i=1}^{n} v_i \cdot \Delta t$$

Når $\Delta t \to 0$: $\sum \to \int$

$\Delta t \to dt$

$\approx \; \to \; =$

$$\Rightarrow \quad x(t_n) = x_0 + \int_{t_0}^{t_n} v(t)\,dt$$

"På direkten", fra $v = \frac{dx}{dt}$, dvs $dx = v\,dt$:

$$\int_{x(t_0)}^{x(t_n)} dx = \int_{t_0}^{t_n} v(t)\,dt \quad \Rightarrow \quad x(t_n) - x(t_0) = \int_{t_0}^{t_n} v(t)\,dt$$

Tilsvarende "oppskrift", fra $a = \frac{dv}{dt}$, dvs $dv = a\,dt$:

$$\int_{v(t_0)}^{v(t_n)} dv = \int_{t_0}^{t_n} a(t)\,dt \quad \Rightarrow \quad v(t_n) - v(t_0) = \int_{t_0}^{t_n} a(t)\,dt$$

Hit 28.08.12

Generalisering til 3D: $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$, $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$

$$\Rightarrow \int_{\vec{r}(t_0)}^{\vec{r}(t)} d\vec{r} = \int_{t_0}^{t} \vec{v}(t)\,dt \,, \qquad \int_{\vec{v}(t_0)}^{\vec{v}(t)} d\vec{v} = \int_{t_0}^{t} \vec{a}(t)\,dt$$