FY1001/TFY4145 Mekanisk fysikk. Institutt for fysikk, NTNU. Høsten 2012.
Veiledning: 2. - 5. oktober. Innleveringsfrist: Onsdag 10. oktober kl 14.

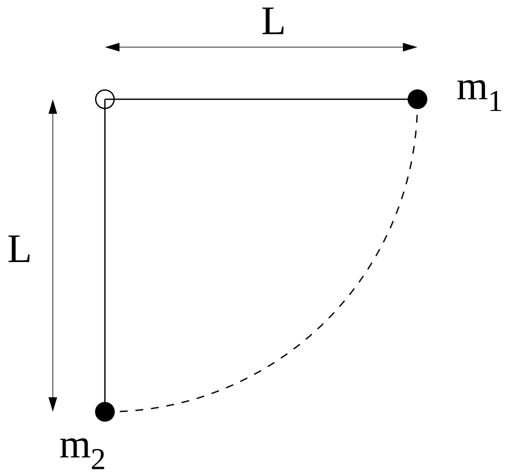
Øving 6

Oppgave 1: β-decay

En atomkjerne med masse $3.90 \cdot 10^{-25}$ kg ligger opprinnelig i ro og emitterer et elektron med impuls $9.22 \cdot 10^{-21}$ kg m/s og et antinøytrino med impuls $5.33 \cdot 10^{-21}$ kg m/s. De to emitterte partiklenes hastigheter står vinkelrett på hverandre. Hva blir atomkjernens impuls og hastighet? Angi både absoluttverdi og retning. (Velg selv notasjon (symboler) og et passende koordinatsystem; tegn figur.)

Oppgave 2: Kulekollisjoner

To kuler med masse m_1 og m_2 er hengt opp i samme punkt med tynne, vektløse snorer med lengde L. Kula med masse m_1 trekkes ut til snora er horisontal og slippes. Den svinger nedover og treffer kula med masse m_2 i et sentralt støt. Betrakt kulene som punktmasser slik at snorene er vertikale når kollisjonen skjer.



a) Hva er hastigheten v_1 til kula med masse m_1 og strekket S_1 i snora som masse m_1 henger i, like før støtet?

b) Anta at kulene er klebrige og kollisjonen fullstendig uelastisk. Hvor høyt kommer kulene etter kollisjonen?

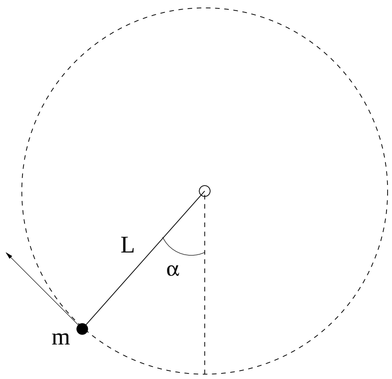
c) Finn forholdet mellom mekanisk energi etter og før denne fullstendig uelastiske kollisjonen.

Anta heretter at kollisjonen er elastisk.

d) Finn uttrykk for hastighetene til kule 1 og kule 2 like etter kollisjonen.

e) Hva må masseforholdet m_1/m_2 minst være for at kule 2 etter støtet skal svinge helt rundt, dvs nå topp-punktet med stram snor?

Oppgave 3: Matematisk pendel



Kule nr 2 i forrige oppgave vil, etter kollisjonen med kule nr 1, oppføre seg som en såkalt matematisk pendel. La oss erstatte snora med ei vektløs stang, slik at kula hele tiden følger sirkelbanen med radius L (og ikke går over i et skrått kast, jf øving 5, oppgave 1c). **Vis at** kulas bevegelse er bestemt ved ligningen

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{g}{L} \sin\alpha = 0.$$

Tips: N2 tangentielt til sirkelbanen, og sammenhengen mellom kulas hastighet og α.

Denne ligningen for vinkelen α kan, såvidt jeg vet, ikke løses analytisk. (Det er mulig å finne et analytisk uttrykk for svingeperioden T, men bare med betydelig strev.) Numerisk er det imidlertid ingen problemer. Den enkleste og mest intuitive numeriske måten å bestemme $\alpha(t)$ på er den såkalte Euler-metoden: N2 kan skrives på formen

$$dv = \frac{F}{m}\, dt.$$

Det betyr at hastigheten ved tidspunktet $t+dt$ kan bestemmes dersom vi kjenner hastigheten ved tidspunktet t:

$$v(t + dt) = v(t) + dv = v(t) + \frac{F}{m}\, dt.$$

Med et *endelig* tidssteg Δt blir ligningen

$$v(t + \Delta t) = v(t) + \Delta v = v(t) + \frac{F(t)}{m}\, \Delta t$$

bare tilnærmet riktig, men formodentlig en riktig *god* tilnærmelse dersom Δt velges tilstrekkelig liten. Samme oppskrift kan vi bruke i neste omgang for å bestemme posisjonen, eller som her, vinkelen $\alpha(t)$. Vi har $v = dl/dt = L\, d\alpha/dt$, dvs

$$d\alpha = \frac{v}{L}\, dt,$$

og med endelig tidssteg gir dette

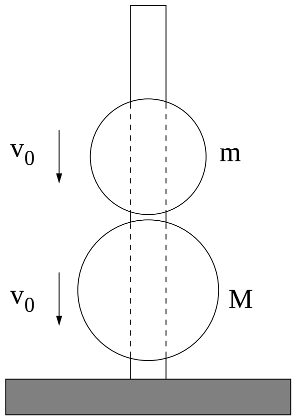
$$\alpha(t + \Delta t) = \alpha(t) + \Delta\alpha = \alpha(t) + \frac{v(t)}{L}\, \Delta t.$$

Hvis vi nå, som her, kjenner $\alpha(t = 0)$ og $v(t = 0)$, for eksempel $\alpha(0) = 0$ og $v(0) = v_0$, kan ligningene over brukes til å finne $\alpha(\Delta t)$ og $v(\Delta t)$, deretter $\alpha(2\Delta t)$ og $v(2\Delta t)$ osv. I vårt konkrete tilfelle er det tyngdens tangentialkomponent som bestemmer akselerasjonen, og dermed hastigheten tangentielt,

$$\frac{F}{m} = -g \sin\alpha.$$

I MATLAB-programmet pendel_matematisk.m er denne oppskriften implementert. **Kjør programmet** med ulike verdier av starthastigheten v_0 (dvs $v(1)$ i programmet), les av tilhørende maksimalt vinkelutslag, og plott svingeperioden T som funksjon av $\alpha_{\max}$. **Vis at** mekanisk energi (pr masseenhet), $E/m = (K + U)/m$, er bevart, ved å regne den ut og plotte den som funksjon av t i programmet.

Oppgave 4: Sprettballer



To baller, begge med hull gjennom sentrum, kan gli friksjonsfritt nedover en stang. Den nederste ballen har masse M og den øverste har masse m. Ballene slippes, med null starthastighet, fra en høyde h over bakken. Alle kollisjoner er i denne oppgaven fullstendig *elastiske* og har neglisjerbar varighet.

a) Bestem ballenes hastighet v_0 rett før den nederste ballen støter mot bakken. Hva er den nederste ballens hastighet rett *etter* støtet mot bakken? (Vi antar at støtet mot bakken er fullført før de to ballene kolliderer med hverandre.)

b) Som sagt, umiddelbart etter at nederste ball har fullført støtet mot bakken kolliderer de to ballene med hverandre. Bestem den øverste ballens hastighet v rett etter kollisjonen. Finn også ut hvor høyt, y, den vil sprette. Uttrykk v og y ved h og masseforholdet $\alpha = M/m$. Hvor stor blir y i de to grensetilfellene $M \gg m$ og $M \ll m$, samt spesialtilfellet $M = m$? (Evt: $\alpha \gg 1$, $\alpha \ll 1$ og $\alpha = 1$.)

Diverse fasitsvar:
1b: $2.73 \cdot 10^4$ m/s.
2a: $S_1 = 3m_1 g$; 2b: $((m_1/(m_1+m_2))^2 L$; 2c: $m_1/(m_1+m_2)$;
2d: $v_1(m_1-m_2)/(m_1+m_2)$, $2v_1 m_1/(m_1+m_2)$ (positive mot venstre);
2e: $\sqrt{5}/(\sqrt{8}-\sqrt{5})$.
4b: $y = h \cdot ((3\alpha-1)/(\alpha+1))^2$.