

Hvis v endrer seg:

01.09.14

8

Baneakselerasjon:

$$a_{\parallel} = \dot{v} = \frac{d}{dt}(vr) = r\dot{\omega}$$

Total akselerasjon:

$$\vec{a} = \vec{a}_{\perp} + \vec{a}_{\parallel} = -\omega^2 r \hat{r} + r\dot{\omega} \hat{\phi}$$

Vinkelakselerasjon:

$$\alpha = d\omega/dt = d^2\phi/dt^2 ; \quad [\alpha] = \frac{1}{s^2}$$

Andre sentrale størrelser ved sirkelbevegelse

(og, generelt, ved gjentakende (periodisk) oppførsel) :

Periode: $T =$ tid pr omløp $[T] = s$

Frekvens: $f =$ antall omløp pr tidsenhet $[f] = \text{Hz} = \frac{1}{s}$

Relasjoner: Fra $v =$ omkrets/periode $= 2\pi r/T$ følger

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi}{\omega} ; \quad f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

Newtons Lover

[YF 4,5 ; LL 2,3]

9

Empiriske, dvs basert på erfaring / eksperimenter.

N1:

$$\vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{v} = \text{konst.}$$

Null netto ytre kraft $\vec{F} \Rightarrow$ Legemet forblir i ro eller i rettlinjet bevegelse med uendret hastighet \vec{v} .

N2:

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

Netto ytre kraft $\vec{F} \Rightarrow$ Legeme med masse m får akselerasjon prop. med \vec{F} : $\vec{a} = \vec{F}/m$.

N3:

$$\vec{F}_{BA} = -\vec{F}_{AB}$$

Hvis A virker på B med kraft \vec{F}_{AB} , virker

B på A med kraft $\vec{F}_{BA} = -\vec{F}_{AB}$.

A og B vekselvirker.

Enhet: $[F] = [m \cdot a] = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \text{N}$ (newton)

Fundamentale krefter

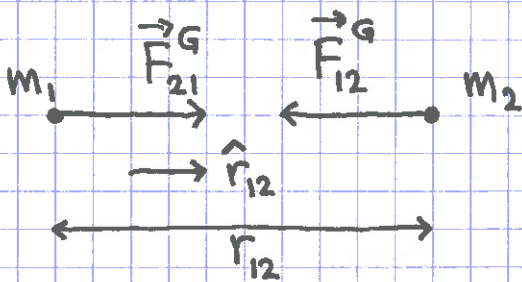
[YF 5.5 ; LL 2.1]

(10)

- Gravitasjon : Svak tiltrekning mellom masser.
- Elektromagnetisk : Tiltrekning eller frastøtning mellom elektriske ladninger.
- Kjernekrefter, svake og sterke : Kort rekkevidde, hvor ca 10^{-18} og 10^{-15} m. Beskriver hvor radioaktivitet og at kjernepartikler holdes sammen.

MekFys: Gravitasjon og Elektrostatisk.

Newton's gravitasjonslov:

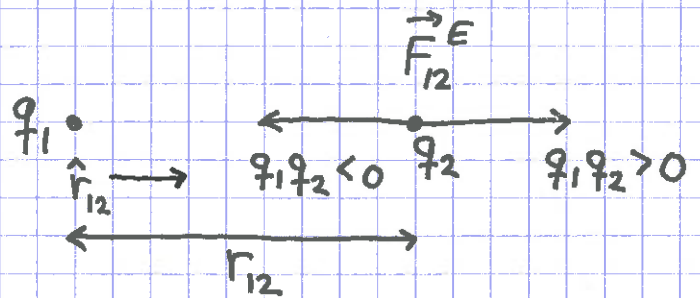


$$\vec{F}_{12}^G = -G \frac{m_1 m_2}{r_{12}^2} \hat{r}_{12}$$

$$G \approx 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$$

(gravitasjonskonstanten ; lab nr 4)

Coulombs lov:



$$\vec{F}_{12}^E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \hat{r}_{12}$$

$$[q] = \text{C (coulomb)}$$

$$\epsilon_0 \approx 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}}{\text{Nm}^2}$$

(vakuumpermittiviteten)

Krefter mellom to elektroner: $m \sim 10^{-30}$ kg, $|q| = e \sim 10^{-19}$ C (11)

$$\Rightarrow F^E / F^G \sim 10^{43}$$

Mellom jord og måne; anta f.eks. ca 10^6 C (netto) på begge:

$$F^E / F^G \sim 10^{-15}$$

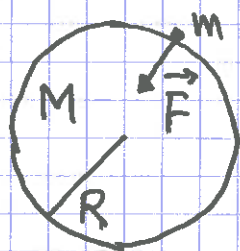
Mellom "dagligdagse" objekter i kontakt:

$F^E \gg F^G$ (selv med elektrisk nøytrale objekter)

I tillegg: F^G fra jorda

\Rightarrow "Hverdagen" styres av både F^E og F^G .

Tyngde [YF 4.4; LL 2.5]



Tiltr. kraft på m fra jorda
($M \approx 6 \cdot 10^{24}$ kg; $R \approx 6370$ km):

$$F = |\vec{F}| = G \cdot \frac{mM}{R^2} = m \cdot g$$

$$\text{med } g = GM/R^2 \approx 9.8 \text{ m/s}^2 \\ = \text{tyngdens akselerasjon}$$

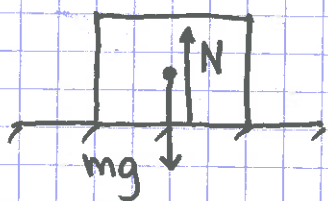
Fritt fall: Hvis mg er eneste kraft, er $mg = ma$ (N2)

$$\Rightarrow \underline{a = g}$$

Kontaktkrefter [YF 4.1 ; LL 3]

(12)

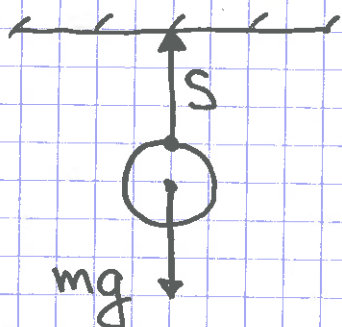
Normalkraft (trykk-kraft)



Kloss i ro $\Rightarrow \vec{N}_1 = mg$

Normalkraft N er netto frastøtende coulombkraft fra underlag på kloss

Snordrag (strek-kraft)

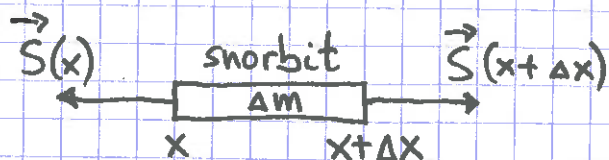


Kule i ro $\Rightarrow \vec{N}_1 = S = mg$

Snordrag S er netto tiltrekkende coulombkraft fra snor på kule

[Gjør rede for N_3 i disse to eksemplene!]

Konstant snordrag i lett ("masseløs") snor (stang):

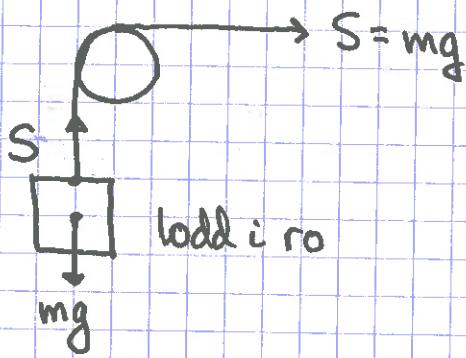


$$N_2: \vec{S}(x+\Delta x) + \vec{S}(x) = \Delta m \cdot \vec{a} \quad (S \gg \Delta m \cdot g)$$

$$\Rightarrow \vec{S}(x+\Delta x) = -\vec{S}(x) \quad \text{hvis } \Delta m = 0 \quad (\text{evt. } \vec{a} = 0)$$

\Rightarrow konst. S langs hele snora (som blir rett)

Retningsendring med tåse (sylinder):

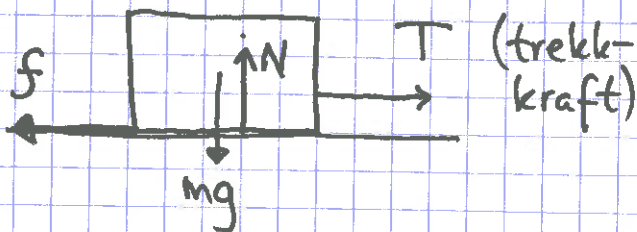


$N_1: 2S = mg$
 $S = mg/2$
 (talje)

Friksjon [YF 5.3 ; LL 3.1]

Kontaktkrefter rettet mot (potensiell) relativ bevegelse

Tørr friksjon:



$f = \text{friksjonskraft}$

Statisk (kloss i ro): $f = T$ (N_1)

$f_{\max} = \mu_s N$ (empirisk)

Kinetisk (kloss i bevegelse): $f = \mu_k N$

Frksjonskoeffisienter,

statisk: μ_s

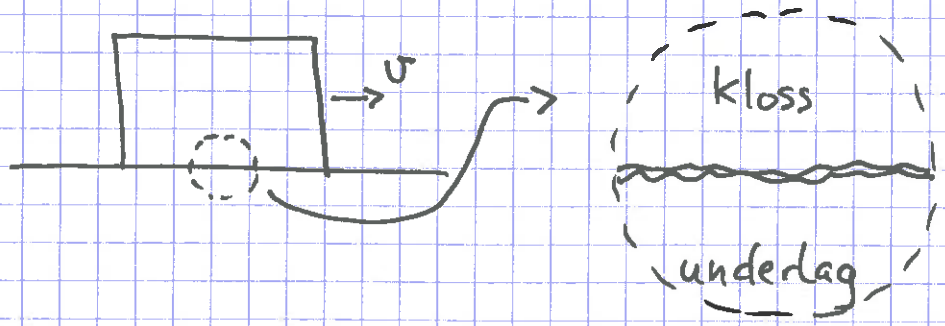
kinetisk: μ_k

$[\mu] = 1$

Noen tallverdier:

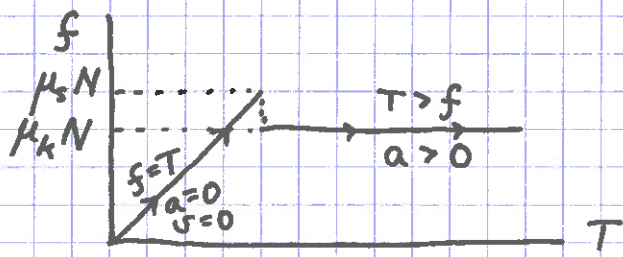
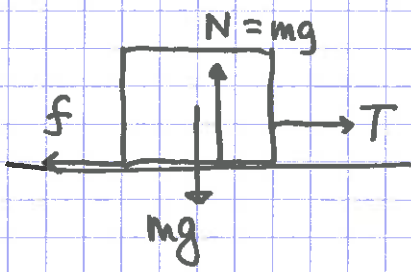
	μ_s	μ_k
tre mot tre	0.25-0.50	0.2
sølv mot sølv	1.4	0.55
gummi mot tørr asfalt	1.0	0.8
— " — våt — " —	0.3	0.25

Hvorfor $\mu_s > \mu_k$?

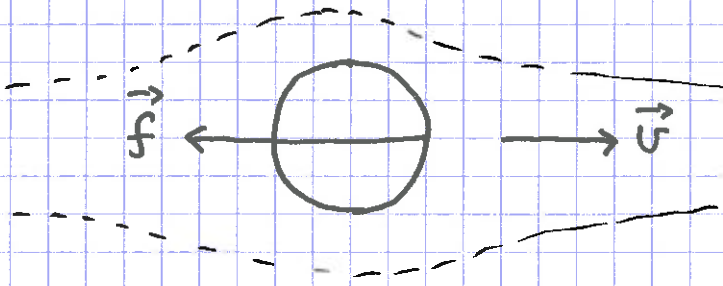


statisk ($v=0$): godt grep

kinetisk ($v>0$): flyter oppå



Friksjon i fluider (Våt friksjon) [YFS.3; LL8]



- Liten $v \Rightarrow$ laminær (pen) strømming av fluidet omkring legemet

$$\vec{f} = -k \vec{v} = -k v \hat{v}$$

- Stor $v \Rightarrow$ turbulent strømming

$$\vec{f} = -D v^2 \hat{v}$$

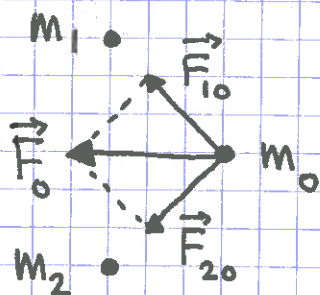
[Vis at $[k] = \text{kg/s}$ og $[D] = \text{kg/m}$]

Superposisjonsprinsippet

[YF 4.1]

(16)

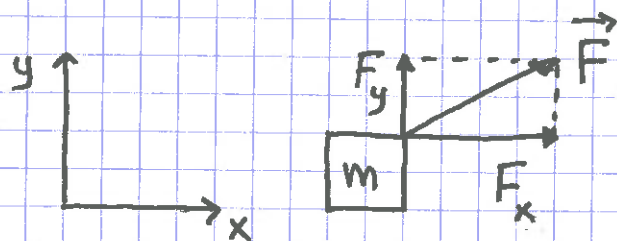
Krefter adderes vektorielt:



Nettokraft på m_0 fra m_1 og m_2 :

$$\vec{F}_0 = \vec{F}_{10} + \vec{F}_{20}$$
$$\Rightarrow \vec{a}_0 = \frac{1}{m_0} \vec{F}_0 = \frac{1}{m_0} \sum_j \vec{F}_{j0}$$

Omvendt kan vi dekomponere krefter:



$$\vec{a} = \vec{F}/m$$

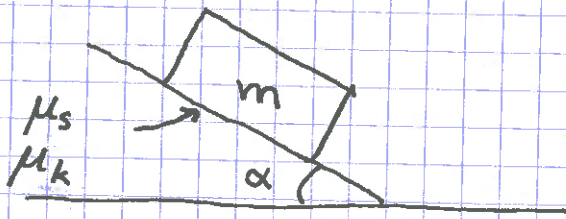
$$\Rightarrow \ddot{x} = F_x/m, \quad \ddot{y} = F_y/m$$

Anvendelse av Newtons lover [YF 5, LL3]

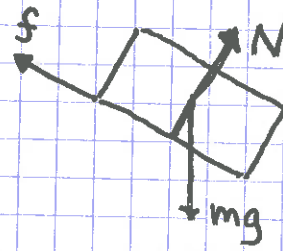
Strategi:

- Finn alle krefter \vec{F}_i som virker på legemet
- Tegn figur: Fritt legeme-diagram, dvs omgivelsene erstattes av krefter på legemet.
- Velg hensiktsmessig koord. system. Dekomponer.
- Bruk N2, evt. N1, alt etter behov.

Eks: Kloss(er) på skrånplan

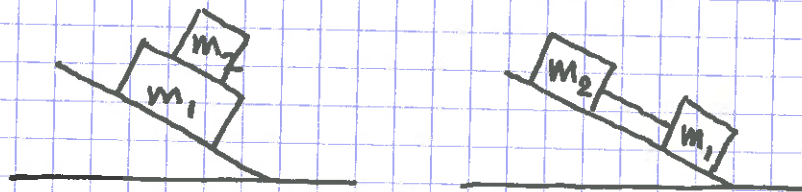


Fritt-legeme-diagram:

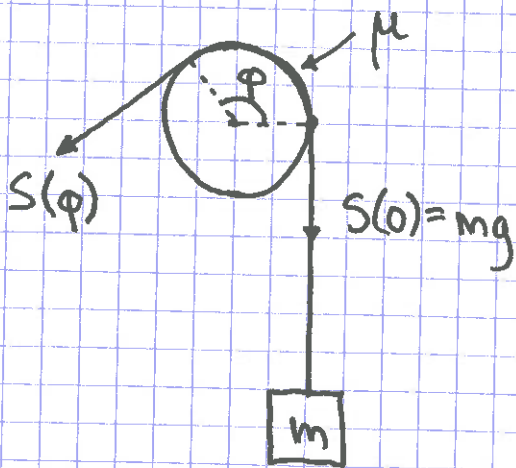


Mange aktuelle problemstillinger; se øving!

Flere klosser:



Eks: Snor rundt sylinder



$S(\varphi)$ = snordrag med kontaktvinkel φ mellom snor og sylinder

$S_{min}(\varphi)$ = minste snordrag for å holde lodd oppe

$S_{max}(\varphi)$ = største snordrag uten at lodd heises opp

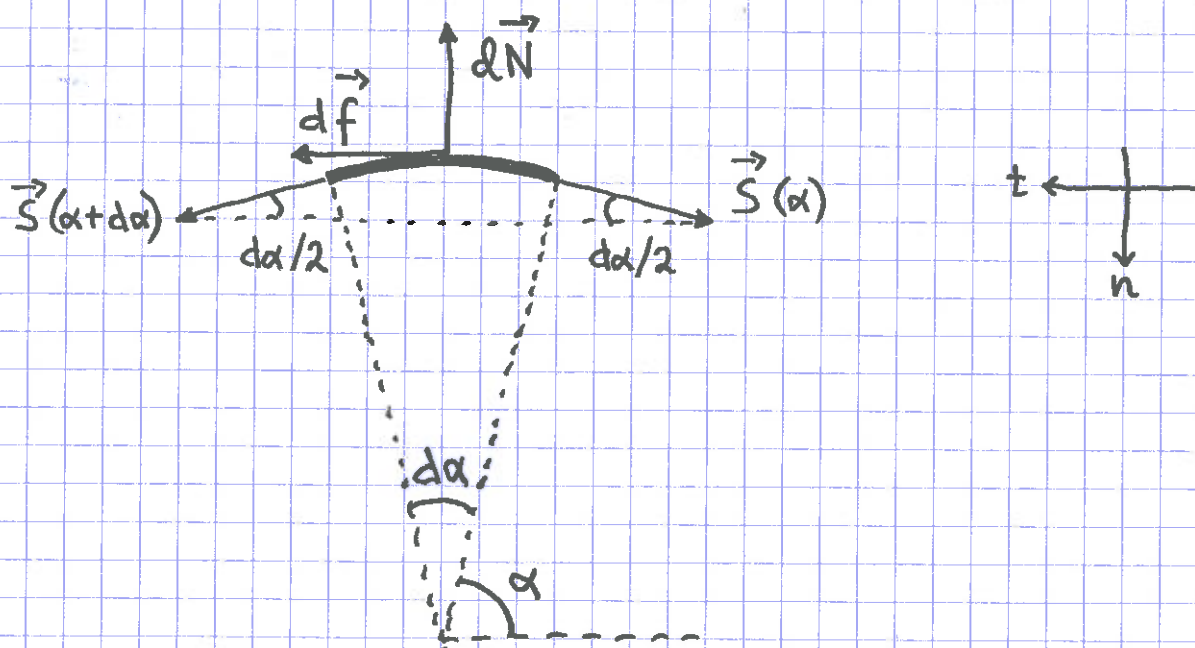
μ = statisk friksjonskoeff.

Erfaring: S_{min} og S_{max} avhenger sterkt av φ

Oppgave: Bestem $S_{min}(\varphi)$ og $S_{max}(\varphi)$

Strategi: Pga friksjon varierer S langs snora

\Rightarrow Se på liden snorbit mellom α og $\alpha + d\alpha$



\vec{S} = kraft på snorbit fra resten av snora
 $d\vec{N}$ = normalkraft fra sylinter på snorbit
 $d\vec{f}$ = friksjonskraft fra sylinter på snorbit;
 $df \leq \mu \cdot dN$; $df = \mu \cdot dN$ når $S(\varphi) = S_{\min}(\varphi)$ (max)

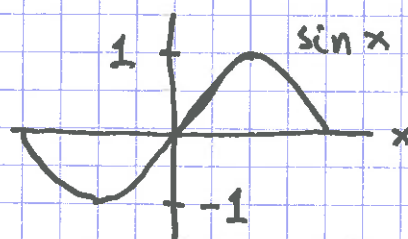
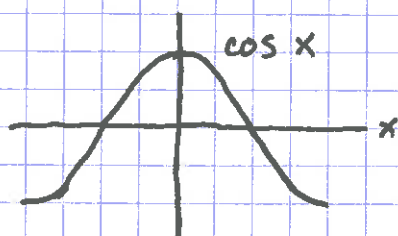
Snorbit i ro $\stackrel{N1}{\Rightarrow} \vec{S}(\alpha + d\alpha) + \vec{S}(\alpha) + d\vec{N} + d\vec{f} = 0$

Dekomponer tangentielt (t) og normalt på (n):

$$(t) \quad S(\alpha + d\alpha) \cos \frac{d\alpha}{2} - S(\alpha) \cos \frac{d\alpha}{2} \pm df = 0$$

$$(n) \quad S(\alpha + d\alpha) \sin \frac{d\alpha}{2} + S(\alpha) \sin \frac{d\alpha}{2} - dN = 0$$

Når $d\alpha \rightarrow 0$:



$$\Rightarrow \cos(d\alpha/2) \approx 1$$

$$\sin(d\alpha/2) \approx d\alpha/2$$

$$\Rightarrow (t) \quad S(\alpha+d\alpha) - S(\alpha) \pm \mu dN = 0$$

$$(n) \quad [S(\alpha+d\alpha) + S(\alpha)] \cdot d\alpha/2 - dN = 0$$

Har videre: $S(\alpha+d\alpha) - S(\alpha) = dS$

$$S(\alpha+d\alpha) + S(\alpha) \approx 2S$$

$$\Rightarrow (t) \quad dS = \mp \mu dN$$

$$(n) \quad S d\alpha = dN$$

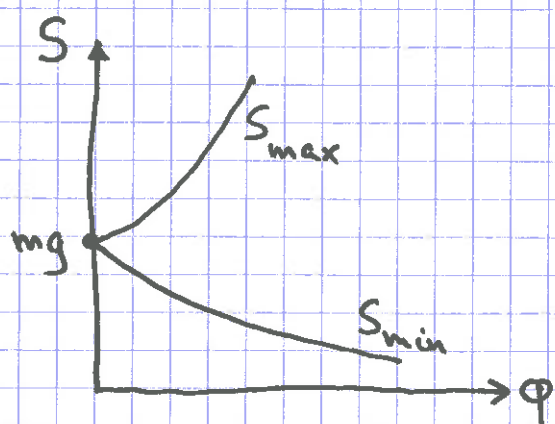
$$\stackrel{(t)/(n)}{\Rightarrow} \frac{dS}{S} = \mp \mu d\alpha \quad \Rightarrow \int_{S(0)}^{S(\varphi)} \frac{dS}{S} = \mp \int_0^\varphi \mu d\alpha$$

$$\Rightarrow \ln S(\varphi) - \ln S(0) = \ln [S(\varphi)/S(0)] = \mp \mu \varphi$$

$$\Rightarrow S(\varphi) = S(0) \exp(\mp \mu \varphi) \quad ; \quad S(0) = mg$$

Øre fortegn: $d\vec{f}$ bidrar til å holde lødd opppe (som i fig.)

$$\Rightarrow S_{\min}(\varphi) = mg \cdot \exp(-\mu \varphi) \quad ; \quad S_{\max}(\varphi) = mg \cdot \exp(+\mu \varphi)$$



Talleks: $\mu = 0.2$, $\varphi = 2\frac{1}{4}$ omdrein. $= 9\pi/2$ gir

$$S_{\min}/mg = \exp(-0.9\pi) \approx 0.06$$

$$S_{\max}/mg = \exp(0.9\pi) \approx 17$$