

Institutt for fysikk

Eksamensoppgave i FY1001/TFY4145 Mekanisk Fysikk

Faglig kontakt under eksamen: Jon Andreas Støvneng

Tlf.: 45 45 55 33

Eksamensdato: 16. desember 2014

Eksamenstid (fra-til): 0900-1300

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: C (Godkjent kalkulator; Rottmann, Matematisk formelsamling; Angell og Lian, Fysiske størrelser og enheter)

Annen informasjon: Kun ett av svarene er rett på hver av de 18 deloppgavene på Oppgave 1. Du krysser av for A, B, C eller D i tabellen på det siste arket. Rett svar gir 2.5 poeng. Feil svar, flere svar eller ingen svar gir 0 poeng. Husk å skrive på emnekode og kandidatnummer i boksene over svartabellen.

Oppgavene er utarbeidet av Jon Andreas Støvneng.

Sensurfrist: 16. januar.

Målform/språk: Bokmål og Nynorsk

Antall sider med oppgaver: 5 (for hver målform)

Antall sider med formler: 4

Antall sider med svartabell og julehilsen: 2

I alt 10 ark inklusive dette forsidearket

Kontrollert av:

Dato

Sign

FORMLER: Fete symboler angir vektorer. Symboler med hatt over angir enhetsvektorer. Formlernes gyldighetsområde og de ulike symbolenes betydning antas forøvrig å være kjent. Symbolbruk og betegnelser som i forelesningene.

MEKANISK FYSIKK INKL SVINGNINGER

- Newtons andre lov: $\mathbf{F} = d\mathbf{p}/dt$ $\mathbf{p} = m\mathbf{v} = m\dot{\mathbf{r}}$
- Konstant akselerasjon: $v = v_0 + at$ $x = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$
- Konstant vinkelakselerasjon: $\omega = \omega_0 + \alpha t$ $\theta = \theta_0 + \omega_0t + \frac{1}{2}\alpha t^2$
- Arbeid: $dW = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ Kinetisk energi: $K = \frac{1}{2}mv^2$
- Konservativ kraft og potensiell energi: $U(\mathbf{r}) = -\int_{\mathbf{r}_0}^{\mathbf{r}} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$
- Friksjon, statisk: $f \leq \mu_s N$ kinetisk: $f = \mu_k N$
- Luftmotstand (liten v): $\mathbf{f} = -k\mathbf{v}$ Luftmotstand (stor v): $\mathbf{f} = -Dv^2\hat{v}$
- Tyngdepunkt: $\mathbf{R}_{CM} = \frac{1}{M} \sum_i \mathbf{r}_i m_i \rightarrow \frac{1}{M} \int \mathbf{r} \cdot dm$ Tyngdepunktbevegelsen: $M\ddot{\mathbf{R}}_{CM} = \mathbf{F}_{\text{ytre}}$
- Sirkelbevegelse: $v = r\omega$ Sentripetalakselerasjon: $a = -v^2/r$ Baneakselerasjon: $a = dv/dt = r d\omega/dt$
- Dreiemoment: $\boldsymbol{\tau} = (\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) \times \mathbf{F}$ Statisk likevekt: $\sum \mathbf{F}_i = 0$ $\sum \boldsymbol{\tau}_i = 0$
- Dreieimpuls: $\mathbf{L} = (\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) \times \mathbf{p}$ N2 rotasjon: $\boldsymbol{\tau} = d\mathbf{L}/dt$
- Stivt legeme, refleksjonssymmetri mhp rotasjonsaksen: $\mathbf{L} = \mathbf{L}_b + \mathbf{L}_s = (\mathbf{R}_{CM} - \mathbf{r}_0) \times M\mathbf{V} + I_0\boldsymbol{\omega}$
- Kinetisk energi, stivt legeme: $K = \frac{1}{2}MV^2 + \frac{1}{2}I_0\omega^2$ Trehetsmoment: $I = \sum_i m_i r_i^2 \rightarrow \int r^2 dm$
- Stivt legeme, rotasjon om fast akse: $K = \frac{1}{2}I\omega^2$
- N2 rotasjon, akse med fast orientering: $\tau = I \frac{d\omega}{dt}$
- Steiners sats (parallellakse-teoremet): $I = I_0 + Md^2$
- Gravitasjon: $U(r) = -\frac{GMm}{r}$ $\mathbf{F} = -\frac{GMm}{r^2}\hat{r} = -\hat{r}\frac{dU(r)}{dr}$ $V(r) = \frac{U(r)}{m}$ $\mathbf{g} = \frac{\mathbf{F}}{m} = -\hat{r}\frac{dV(r)}{dr}$
- Enkel harmonisk oscillator: $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$ $T = 2\pi/\omega_0$ $f = 1/T = \omega_0/2\pi$
Masse i fjær: $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ Matematisk pendel: $\omega_0 = \sqrt{g/L}$ Fysisk pendel: $\omega_0 = \sqrt{mgd/I}$
- Fri, dempet svingning, langsom bevegelse i fluid: $m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = 0$
 $\Rightarrow \ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$ $\omega_0^2 = k/m$ $\gamma = b/2m$
Underkritisk demping ($\gamma < \omega_0$) $x(t) = Ae^{-\gamma t} \sin(\omega t + \phi)$ $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$
Overkritisk demping ($\gamma > \omega_0$) $x(t) = Ae^{-\alpha_1 t} + Be^{-\alpha_2 t}$ $\alpha_{1,2} = \gamma \pm \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2}$
Kritisk demping ($\gamma = \omega_0$) $x(t) = Ae^{-\gamma t} + Bte^{-\gamma t}$

- Tvungen svingning, harmonisk ytre kraft: $m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = F_0 \cos \omega t$
 (partikulær-)løsning: $x(t) = A(\omega) \sin(\omega t + \phi(\omega))$
 amplitude: $A(\omega) = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + (2\gamma\omega)^2}}$
 halvverdibredde: $\Delta\omega \simeq 2\gamma$
 Q-faktor: $Q = \omega_0/\Delta\omega$

BØLGEFYSIKK

- Harmonisk plan bølge (forplantning i positiv x -retning):

$$\xi(x, t) = \xi_0 \sin(kx - \omega t + \phi) \quad , \quad k = 2\pi/\lambda \quad , \quad \omega = 2\pi/T = 2\pi f$$

- Bølgeligning:

$$\frac{\partial^2 \xi(x, t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi(x, t)}{\partial t^2}$$

- Fasehastighet: $v = \lambda/T = \omega/k$
- Gruppehastighet: $v_g = d\omega/dk$
- Lineær respons i elastiske, isotrope medier (Hookes lov):

mekanisk spenning = elastisk modul \times relativ tøyning

S = strekk-kraft, B = bulkmodul, E = elastisitetsmodul, G = skjærmodul

- For transversale bølger på streng: $v = \sqrt{S/\mu}$
- For longitudinale bølger (lydbølger) i fluider (gasser og væsker): $v = \sqrt{B/\rho}$
- For longitudinale bølger i tynn stang (fast stoff): $v = \sqrt{E/\rho}$
- For longitudinale (v_P) og transversale (v_S) bølger i faste stoffer (bulk):
 $v_P = \sqrt{(B + 4G/3)/\rho}$; $v_S = \sqrt{G/\rho}$

- Midlere energi pr lengdeenhet for harmonisk bølge på streng:

$$\bar{\epsilon} = \frac{1}{2} \mu \omega^2 y_0^2$$

- Midlere energi pr volumenhet for harmonisk plan longitudinal bølge (lydbølge):

$$\bar{\epsilon} = \frac{1}{2} \rho \omega^2 \xi_0^2$$

- Midlere effekt transportert med harmonisk bølge på streng:

$$\bar{P} = v\bar{\epsilon} = \frac{1}{2} v \mu \omega^2 y_0^2$$

- (Midlere) Intensitet i harmonisk plan longitudinal bølge (lydbølge):

$$I = v\bar{\epsilon} = \frac{1}{2} v \rho \omega^2 \xi_0^2$$

- Lydtrykk:

$$\Delta p = -B \frac{\partial \xi}{\partial x}$$

- Lydtrykksnivå:

$$\beta(\text{dB}) = 10 \log \frac{I}{I_0} \quad \text{med } I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$$

- Refleksjon og transmisjon av bølge på streng:

$$y_{r0} = \frac{\sqrt{\mu_2} - \sqrt{\mu_1}}{\sqrt{\mu_2} + \sqrt{\mu_1}} y_{i0} \quad ; \quad y_{t0} = \frac{2\sqrt{\mu_1}}{\sqrt{\mu_2} + \sqrt{\mu_1}} y_{i0} \quad ; \quad R = \frac{\overline{P}_r}{\overline{P}_i} = \left(\frac{y_{r0}}{y_{i0}} \right)^2 \quad ; \quad T = \frac{\overline{P}_t}{\overline{P}_i} = 1 - R$$

- Dopplereffekt:

$$f_O = \frac{v + v_m - v_O}{v + v_m - v_S} f_S$$

- Svevning ("interferens i tid"):

$$f_S = |f_1 - f_2|$$

- Interferens (romlig):

$$I_{\text{max}} \text{ for } d \sin \theta = n \lambda \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

RELATIVITETSTEORI

- Lorentzfaktor:

$$\gamma = \left(1 - v^2/c^2 \right)^{-1/2}$$

- Lorentztransformasjonene (\overline{S} har hastighet $\mathbf{v} = v\hat{x}$ i forhold til S):

$$\begin{array}{ll} \overline{x} = \gamma(x - vt) & x = \gamma(\overline{x} + v\overline{t}) \\ \overline{y} = y & y = \overline{y} \\ \overline{z} = z & z = \overline{z} \\ \overline{t} = \gamma\left(t - \frac{v}{c^2}x\right) & t = \gamma\left(\overline{t} + \frac{v}{c^2}\overline{x}\right) \end{array}$$

- Tidsdilatasjon:

$$\Delta t = \gamma \Delta \overline{t}$$

- Lengdekontraksjon:

$$\Delta \overline{x} = \gamma \Delta x$$

- Hastighet i S ($\mathbf{u} = u_x\hat{x} + u_y\hat{y} + u_z\hat{z}$): $u_x = dx/dt$ $u_y = dy/dt$ $u_z = dz/dt$

$$\text{Hastighet i } \overline{S} (\overline{\mathbf{u}} = \overline{u}_x\hat{x} + \overline{u}_y\hat{y} + \overline{u}_z\hat{z}): \overline{u}_x = d\overline{x}/d\overline{t} \quad \overline{u}_y = d\overline{y}/d\overline{t} \quad \overline{u}_z = d\overline{z}/d\overline{t}$$

Transformasjon av hastigheter:

$$u_x = (\overline{u}_x + v)/(1 + \overline{u}_x v/c^2) \quad u_y = (\overline{u}_y/\gamma)/(1 + \overline{u}_x v/c^2) \quad u_z = (\overline{u}_z/\gamma)/(1 + \overline{u}_x v/c^2)$$

- Addisjon av hastigheter (alle hastigheter i samme retning; Einsteins addisjonsformel):

$$v_{AC} = \frac{v_{AB} + v_{BC}}{1 + v_{AB}v_{BC}/c^2}$$

- Relativistisk impuls:

$$\mathbf{p} = \gamma m \mathbf{v}$$

- Relativistisk energi:

$$E = \gamma mc^2 \quad ; \quad E_0 = mc^2 \quad ; \quad K = E - E_0 \quad ; \quad E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2$$

- Elastisk prosess: E , \mathbf{p} , K og m bevart.
- Uelastisk prosess: E og \mathbf{p} bevart.

MIDDELVERDI OG FEIL I MÅLINGER

- Gauss' feilforplantningslov: $(\Delta q)^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial q}{\partial a_i} \Delta a_i \right)^2$
- Middelerdi (gjennomsnittsverdi): $\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$
- Standardavvik (feil i enkeltmåling): $\delta_x = \sqrt{\left(\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \right)}$
- Standardfeil (feil i middelerdi): $\delta_{\bar{x}} = \delta_x / \sqrt{N}$

KONSTANTER, OMREGNINGSAKTORER OG DEKADISKE PREFIKSER

- Fundamentale konstanter:

$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$	$h = 6.63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$
$g = 9.81 \text{ m/s}^2$	$\hbar = h/2\pi = 1.05 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$
$m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$	$e = 1.60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
$m_p = m_n = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$	$c = 3.00 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

- Omregningsfaktorer:

$$1 \text{ eV} = 1.60 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$$

- Dekadiske prefikser: p = piko = 10^{-12} , n = nano = 10^{-9} , μ = mikro = 10^{-6} , m = milli = 10^{-3} , c = centi = 10^{-2} , k = kilo = 10^3 , M = mega = 10^6 , G = giga = 10^9

Svartabell for Oppgave 1

Emnekode (FY1001 eller TFY4145):

Kandidatnummer:

Deloppgave	A	B	C	D
1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
9	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
10	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
11	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
12	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
13	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
14	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
15	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
16	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
17	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
18	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

NB: Kontroller at du har satt nøyaktig ETT kryss for HVER av de 18 oppgavene!

GOD JUL!