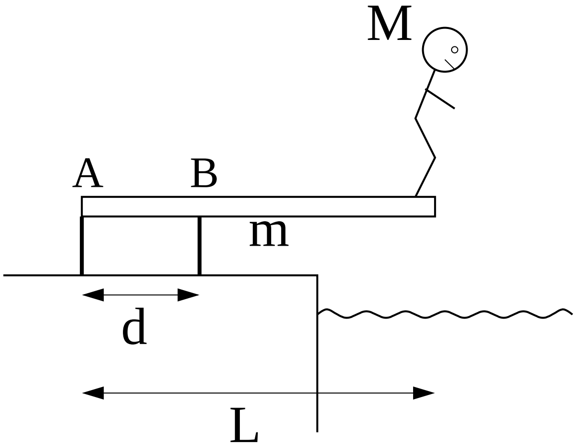
FY1001/TFY4145 Mekanisk fysikk. Institutt for fysikk, NTNU. Høsten 2014.
Veiledning: 30. september - 3. oktober. Innleveringsfrist: Mandag 6. oktober kl 14.

Øving 5

Øvingen inneholder fem oppgaver. Det er tilstrekkelig å gjøre (dvs: ha gjort et seriøst forsøk på) tre av dem for å få øvingen godkjent. Kos deg med resten lenger utpå høsten!

Oppgave 1: Stupebrett

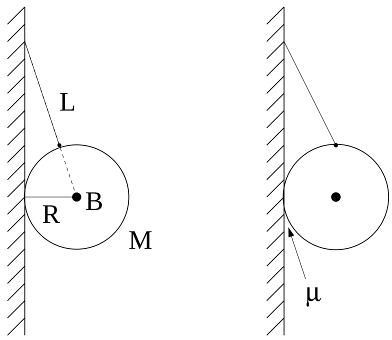


En stuper med masse M står på kanten av et stupebrett med lengde L og masse m. Stupebrettet er festet til to støtter som vist i figuren. Støttene står en avstand d fra hverandre. Bruk A som referansepunkt og finn uttrykk for kreftene F_A og F_B som virker på stupebrettet i festet til støttene i hhv A og B. Sett til slutt uttrykket for F_A inn i dreiemomentet mhp B og vis at dette (også!) er null.

Oppgave 2: Ball på vegg

a) En ball med masse M og radius R henger mot en vertikal vegg. Ei snor med lengde L er festet til veggen og ballen som vist i figuren til venstre. Anta i første omgang at det ikke er friksjon mellom veggen og ballen. Forklar hvorfor forlengelsen av snora da må passere gjennom ballens sentrum (B). Vis at snordraget S og normalkraften N fra veggen blir

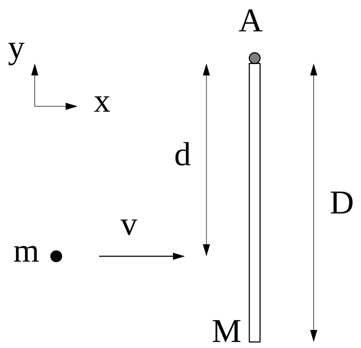
$$
\begin{aligned}
S &= Mg\,\frac{L+R}{\sqrt{L(L+2R)}} \\
N &= Mg\,\frac{R}{\sqrt{L(L+2R)}}
\end{aligned}
$$



Vurder om uttrykkene for S og N er rimelige dersom snora er veldig lang ($L \gg R$) eller veldig kort ($L \ll R$).

b) Hvor stor må den statiske friksjonskoeffisienten μ være for at ballen skal kunne henge med snorfestet på toppen, som vist i figuren til høyre?

Oppgave 3: Kollisjon mellom stav og kule



En stav med lengde D og masse M kan rotere friksjonsfritt om sin ene ende (A). En kule med masse m og hastighet $\boldsymbol{v}$ kolliderer fullstendig uelastisk med staven i avstand d fra A.

a) Hva er treghetsmomentet I til systemet stav + kule etter sammenstøtet, mhp aksen gjennom A?

b) Hva er systemets impuls $\boldsymbol{p}_i$ før sammenstøtet?

c) Hva er systemets dreieimpuls $\boldsymbol{L}_i$ om A før sammenstøtet?

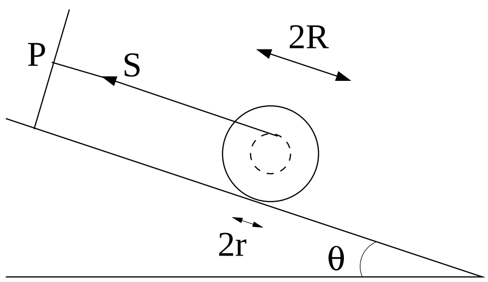
d) Hva er systemets dreieimpuls $\boldsymbol{L}_f$ om A umiddelbart etter sammenstøtet?

e) Hva er systemets vinkelhastighet $\boldsymbol{\omega}$ umiddelbart etter sammenstøtet?

f) Hva er systemets impuls $\boldsymbol{p}_f$ umiddelbart etter sammenstøtet? For hvilke verdier av d er hhv $p_f < p_i$ og $p_f > p_i$? (Tips: Heng opp en stav, gi den en "kakk" på ulike steder og se hva som skjer!)

g) Finn et uttrykk for $\Delta K = K_f - K_i$, dvs endringen i systemets kinetiske energi i sammenstøtet. Hva er den prosentvise endringen i K for grensetilfellene $m \gg M$ og $m \ll M$?

Oppgave 4: Sluresnelle



Ei snelle – to hjul med radius R forbundet med en aksling med radius r – ligger på et skråplan med helningsvinkel θ. Ei snor er vikla om akslingen, og strukket parallellt med skråplanet til et festepunkt P på oversiden av det lille hjulet. Snellas treghetsmoment om akslingen er I, massen er M, statisk friksjonskoeffisient mot skråplanet er μ_s, og kinetisk friksjonskoeffisient er μ_k, der $\mu_k < \mu_s$.

Skråplanet bikkes (helningsvinkelen økes), og ved en helningsvinkel $\theta = \theta_0$ begynner snella å gli (slure) nedover.

a) Ved $\theta = \theta_0$ **like før** den starter å slure er snella i likevekt (i ro). Bruk likevektsbetingelser til å vise at vinkelen θ_0 og strekket S i snora er hhv

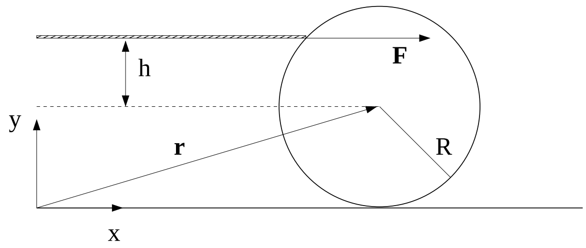
$$\theta_0 = \arctan\left[\mu_s\left(1 + R/r\right)\right]$$

og

$$S = Mg\,\mu_s(R/r)\cos\theta_0.$$

Oppgave 5: Elementær snooker

Snooker er en krevende sport, og fordrer at spilleren har et godt praktisk grep på kulers tyngdepunktsbevegelse og rotasjon, friksjonskreftenes rolle, samt resultatet av elastiske støt mellom kuler. Her skal vi ta for oss en "enkel" problemstilling som likevel er en god illustrasjon av den relativt subtile mekanikk som kommer til anvendelse på snookerbordet. Oppgaven hører ikke til de enkleste, men den er lærerik, for fysikkstudenter såvel som snookerspillere.



Situasjonen vi skal se på er som følger: Snookerkula med masse M og radius R får et kraftig, men kortvarig støt av en horisontal kø. Vi legger et koordinatsystem xyz med origo på bordflata og xy-planet lik vertikalplanet gjennom kulas massesenter.
Køen er rettet i x-retning og treffer kula (som ligger i ro) i xy-planet med en kraft F i x-retning. Treffpunktet er i høyden h over massesenteret (eller under, hvis $h < 0$), se figuren.
Støtet er så kraftig og er over på så kort tid at vi under selve støtet kan neglisjere innvirkningen av friksjonskraften fra snookerbordet. *Etter* støtet derimot, vil friksjonskraften f spille en viktig rolle for kulas fortsatte bevegelse.

a) Det kortvarige støtet gir kula en impuls $\Delta p = F\,\Delta t$, som resulterer i at massesenteret får starthastigheten V_0. Det kortvarige støtet gir også kula en dreieimpuls $\Delta L = \tau\,\Delta t$, som resulterer i at kula starter opp med vinkelhastigheten ω_0. Vis at sammenhengen mellom V_0 og ω_0 er

$$V_0 = \frac{2R^2}{5h} \cdot \omega_0.$$

Hva er betingelsen for at vi allerede fra første øyeblikk får ren rulling?

b) For de fleste verdier av "støtparameteren" h vil snookerkula i begynnelsen gli på bordet samtidig som den roterer. Hvilken retning vil friksjonskraften f, fra bordet på kula, ha i denne fasen, avhengig av h's verdi?

c) Etter at støtet er overstått vil kulas totale dreieimpuls $\boldsymbol{L} = M\,(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_0) \times \boldsymbol{V} + I_0\boldsymbol{\omega}$ være bevart, *dersom* vi velger referansepunktet $\boldsymbol{r}_0$ i et punkt på skjæringslinja mellom bordets overflate og vertikalplanet gjennom kulas massesenter (dvs langs x-aksen i figuren). Enkleste valg er i origo, dvs $\boldsymbol{r}_0 = 0$, se figuren. Hvorfor får vi dreieimpulsbevarelse med dette valget? Vi antar at bare z-komponenten til $\boldsymbol{L}$ er aktuell her, dvs ingen rotasjon om andre akser.

d) Pga friksjonen mellom bord og kule vil kulas bevegelse etter en viss tid gå over til ren rulling. Bruk bevaring av L_z til å finne massesenterhastigheten V_r etter at ren rulling har inntrådt. Skisser kurven $V_r(h)$ for $-R < h < R$. (Hvis betingelsen for ren rulling er oppfylt fra første øyeblikk, skrumper denne "en viss tid" inn til null, og $V_r = V_0$. Ha dette som en kontroll av svaret.)

e) Vis at tiden det tar fra slaget til snookerkula ruller, t_r, er gitt som

$$t_r = \frac{2V_0}{7\mu_k g}\left|1 - \frac{5h}{2R}\right|,$$

der μ_k er den kinetiske friksjonskoeffisienten mellom bord og kule. Tips: Bruk svaret i *b*) og en ligning for konstant akselerasjon.

Frivillige ekstraspørsmål.

$4b$) Finn uttrykk for akselerasjonen a nedover skråplanet når snella har begynt å slure. Helningsvinkelen holdes på fast vinkel θ litt større enn θ_0.

$5f$) Bestem energitapet ΔE.

$5g$) Bestem forskjøvet strekning x_r langs underlaget i tiden t_r, dvs fra støtet til ren rulling oppnås.

Noen svar:
$2f : d > 2D/3 \Rightarrow p_f > p_i$;
$3b : \Delta K = -K_i/2$;