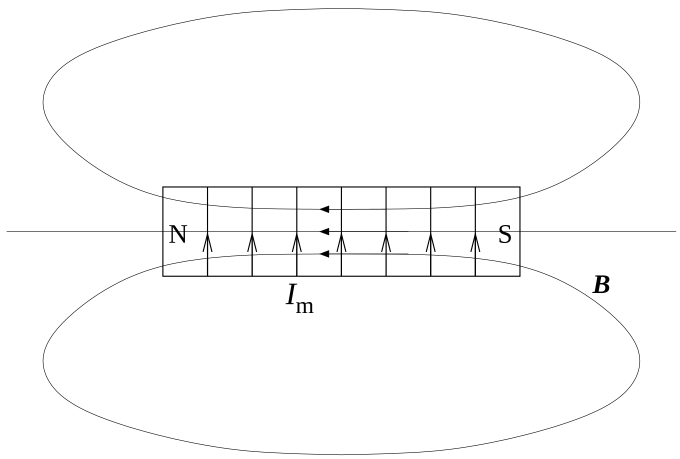
Institutt for fysikk, NTNU
TFY4155/FY1003 Elektrisitet og magnetisme
Vår 2005

Løsningsforslag til øving 14

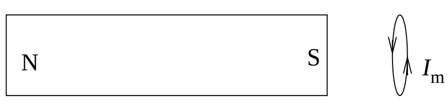
Veiledning torsdag 21. og fredag 22. april

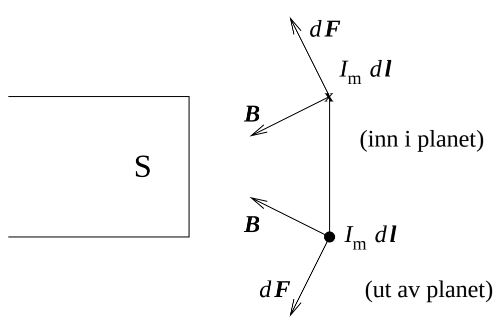
Oppgave 1

a)



b) La oss tenke oss sylinderformede stavmagneter. En slik magnet kan da oppfattes som et strømførende sylinderskall (dorull!), eventuelt tettliggende strømførende ringer. Vi ser nå på den magnetiske kraften som virker på en slik ring i magnetfeltet fra den andre stavmagneten:





Kraften $d\boldsymbol{F}$ på et lite element $d\boldsymbol{l}$ av ringen som fører en strøm I_m er i magnetfeltet $\boldsymbol{B}$ gitt ved

$$d\boldsymbol{F} = I_m d\boldsymbol{l} \times \boldsymbol{B}$$

To slike er tegnet inn på figuren over. Vi ser at av symmetrigrunner må nettokraften på en slik ring bli rettet mot venstre. Det samme argumentet gjelder for alle ringene som utgjør hele stavmagneten, altså får vi en *tiltrekning* mellom magnetene.
En plassering med S mot S, evt N mot N, tilsvarer at vi snur strømretningen i ringen i figuren over. Da må vi også snu retningen på alle kraftbidragene $d\boldsymbol{F}$ slik at total netto kraft på magneten blir rettet mot høyre, dvs *frastøtning*.

c) Ei umagnetisk stålkule inneholder et stort antall ferromagnetiske *domener*, der atomære magnetiske dipoler innenfor et gitt domene peker i samme retning, slik at magnetiseringen $\boldsymbol{M}_d$ i domenet blir forskjellig fra null. Uten et ytre magnetfelt vil imidlertid $\boldsymbol{M}_d$ i ulike domener peke i alle mulige retninger, slik at den totale magnetiseringen i kula blir lik null. Når kula kommer inn i magnetfeltet fra stavmagneten, blir de atomære magnetiske dipolene rettet inn langs det ytre feltet, slik at hele kula får en magnetisering $\boldsymbol{M}_k$ i samme retning som magnetens akse. Da har vi essensielt samme situasjon som i punkt b) og kan tilskrive kula en magnetiseringsstrøm i overflaten, på samme måte som vi gjorde med stavmagneten. Vi får dermed en tiltrekkende kraft mellom stavmagneten og stålkula.
Det spiller ingen rolle om vi plasserer kula ved magnetens S- eller N-pol. Uansett vil kulas magnetiske dipoler rettes inn langs det påtrykte feltet og gi en netto magnetisering og tilhørende magnetiseringsstrøm i overflaten med retning slik at nettokraften blir inn mot magneten (dvs inn mot der vi har det sterkeste feltet.

Oppgave 2

a) Vi har brukt Amperes lov i forelesningene til å regne ut magnetfeltet inne i en slik lang spole:

$$B = \mu_0 n I_1 = \mu_0 \frac{N_1}{d} I_1$$

En vikling av spoletråden omslutter et areal $A = \pi R^2$, og dermed en magnetisk fluks

$$\phi = BA = \mu_0 \frac{N_1}{d} I_1 \pi R^2$$

Da må N_1 viklinger omslutte en fluks som er N_1 ganger så stor, for her er jo magnetfeltet konstant overalt inne i spolen. Altså:

$$\phi_1 = N_1 \phi = \mu_0 \frac{N_1^2}{d} I_1 \pi R^2$$

En vikling av spole 2 omslutter her akkurat det samme arealet, og dermed like stor fluks ϕ, slik at N_2 viklinger av spole 2 må omslutte en total magnetisk fluks lik

$$\phi_2 = N_2 \phi = \mu_0 \frac{N_1 N_2}{d} I_1 \pi R^2$$

b) Selvinduktansen L blir

$$L = \frac{\phi_1}{I_1} = \mu_0 \frac{N_1^2}{d} \pi R^2$$

c) Gjensidig induktans M blir

$$M = \frac{\phi_2}{I_1} = \mu_0 \frac{N_1 N_2}{d} \pi R^2$$

d) Tallverdier:

$$L = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{1200^2}{0.6} \cdot \pi \cdot 0.01^2 = 9.5 \cdot 10^{-4}$$

$$M = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{1200 \cdot 600}{0.6} \cdot \pi \cdot 0.01^2 = 4.7 \cdot 10^{-4}$$

I SI-systemet har induktans fått sin egen enhet, henry (H). Her blir altså selvinduktansen 0.95 mH og den gjensidige induktansen 0.47 mH. Alternativt kunne vi f.eks. ha brukt enheten T m^2/A, ettersom magnetisk fluks må ha enheten til magnetfelt ganger areal, dvs T m^2.

Oppgave 3

Vi må her bestemme i hvilke posisjoner $\pm x_0$ vi har viklinger som gir null x-komponent for $\boldsymbol{B}_{\text{dipol}}$. Viklingene på intervallet $(-x_0, x_0)$ vil da være de som bidrar med negativ x-komponent til $\boldsymbol{B}$.
Fra den oppgitte formelen og figuren i oppgaveteksten får vi:

$$\begin{aligned}
3\left(\boldsymbol{m} \cdot \hat{r}\right)\hat{r} - \boldsymbol{m} &= 3\left(m\,\hat{x} \cdot \left(\frac{x}{r}\hat{x} + \frac{y}{r}\hat{y}\right)\right)\left(\frac{x}{r}\hat{x} + \frac{y}{r}\hat{y}\right) - m\hat{x} \\
&= 3m\frac{x}{r}\frac{x}{r}\hat{x} + 3m\frac{x}{r}\frac{y}{r}\hat{y} - m\hat{x} \\
&= \left(3\frac{x^2}{r^2} - 1\right)m\hat{x} + 3\frac{xy}{r^2}m\hat{y}
\end{aligned}$$

Vi har her uttrykt $\hat{r}$ i kartesiske komponenter, dvs $\hat{r} = \cos\theta\,\hat{x} + \sin\theta\,\hat{y} = (x/r)\,\hat{x} + (y/r)\,\hat{y}$, der θ er vinkelen mellom $\boldsymbol{m}$ og $\hat{r}$.
Altså null x-komponent når

$$3\frac{x^2}{r^2} - 1 = 0$$

og ettersom $r^2 = x^2 + y^2$, finner vi

$$x_0 = y/\sqrt{2}$$

På lengden $2x_0 = \sqrt{2}y = 0.707$ m har vi 707 viklinger.