

Midtsemesterprøve fredag 8. april kl 1030 – 1330.

Svartabellen står på et eget ark. Sett tydelige kryss.
Husk å skrive på studentnummer. Bare *en* svartabell leveres inn.

Tillatte hjelpemidler: C

- K. Rottmann: Matematisk formelsamling. (Eller tilsvarende.)
- O. Øgrim og B. E. Lian: Størrelser og enheter i fysikk og teknikk eller B. E. Lian og C. Angell: Fysiske størrelser og enheter.
- Typegodkjent kalkulator, med tomt minne, i henhold til liste utarbeidet av NTNU. (HP30S eller lignende.)
- Formelsamling Elektrostatikk er inkludert på baksiden av dette arket.

Opplysninger:

- Prøven består av 40 oppgaver. Hver oppgave har ett riktig og tre gale svaralternativ.
- Kryss av for *ett* svaralternativ på *hver* oppgave. Avkryssing for *mer enn ett* alternativ eller *ingen* alternativ betraktes som *feil* svar.
- Dersom ikke annet er oppgitt, antas det at systemet er i elektrostatisk likevekt.
- Dersom ikke annet er oppgitt, er ”potensial” underforstått ”elektrostatisk potensial”, og tilsvarende for ”potensiell energi”.
- Dersom ikke annet er oppgitt, er nullpunkt for potensial og potensiell energi valgt uendelig langt borte.
- Metall er synonymt med elektrisk leder. Isolator er synonymt med dielektrikum.
- Noen naturkonstanter: $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$, $1/4\pi\epsilon_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$, $e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, $g = 9.8 \text{ m/s}^2$, $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.
- Symboler angis i kursiv (f.eks V for potensial) mens enheter angis uten kursiv (f.eks V for volt).
- SI-prefikser: M (mega) = 10^6 , k (kilo) = 10^3 , c (centi) = 10^{-2} , m (milli) = 10^{-3} , μ (mikro) = 10^{-6} , n (nano) = 10^{-9} , p (piko) = 10^{-12} .
- Omkrets av sirkel: $2\pi r$. Areal av kuleflate: $4\pi r^2$. Volum av kule: $4\pi r^3/3$.
- Gradient i kartesiske koordinater: $\nabla f = (\partial f/\partial x) \hat{x} + (\partial f/\partial y) \hat{y} + (\partial f/\partial z) \hat{z}$
- Gradient av kulesymmetrisk funksjon $f(r)$: $\nabla f = (\partial f/\partial r) \hat{r}$
- Noen integraler: $\int x^n dx = x^{n+1}/(n+1) + C$, $\int dx/x = \ln|x| + C$, $\int \cos x dx = \sin x + C$, $\int \sin x dx = -\cos x + C$

Formelsamling Elektrostatikk

$\int d\mathbf{A}$ angir flateintegral og $\int d\mathbf{l}$ angir linjeintegral. \oint angir integral over lukket flate eller rundt lukket kurve. **Fete** symboler angir vektorer. Symboler med hatt over angir enhetsvektorer. Formlenes gyldighetsområde og de ulike symbolenes betydning antas forøvrig å være kjent.

- Coulombs lov:

$$\mathbf{F} = \frac{qq'}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r}$$

- Elektrisk felt og potensial:

$$\mathbf{E} = -\nabla V$$
$$\Delta V = V_B - V_A = -\int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$$

- Elektrisk potensial fra punktladning:

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

- Elektrisk fluks:

$$\phi_E = \int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A}$$

- Elektrostatisk kraft er konservativ:

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0$$

- Gauss' lov for elektrisk felt og elektrisk forskyvning:

$$\epsilon_0 \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = q$$
$$\oint \mathbf{D} \cdot d\mathbf{A} = q_{\text{fri}}$$

- Elektrisk forskyvning:

$$\mathbf{D} \equiv \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} = \epsilon_r \epsilon_0 \mathbf{E} = \epsilon \mathbf{E}$$

- Elektrisk dipolmoment:

$$\mathbf{p} = q\mathbf{d}$$

- Elektrisk polarisering = elektrisk dipolmoment pr volumenhet:

$$\mathbf{P} = \frac{\Delta \mathbf{p}}{\Delta V}$$

Lineært medium:

$$\mathbf{P} = \epsilon_0 \chi_e \mathbf{E}$$

- Kapasitans:

$$C = \frac{q}{V}$$

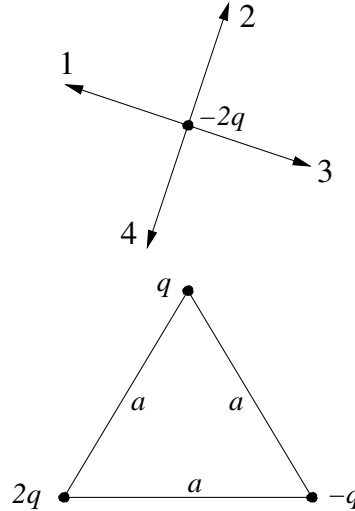
- Energitetthet (energi pr volumenhet) i elektrisk felt:

$$u_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

Oppgaver

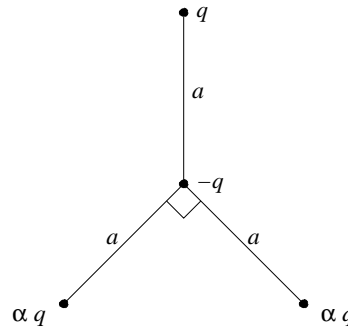
1) Tre punktladninger, $\pm q$ og $2q$ er plassert i hvert sitt hjørne av en likesidet trekant med sidekanter a som vist i figuren. Hvilken pil viser da netto kraft som virker på en fjerde punktladning $-2q$ fra de tre i hjørnene av trekanten?

- A 1
- B 2
- C 3
- D 4



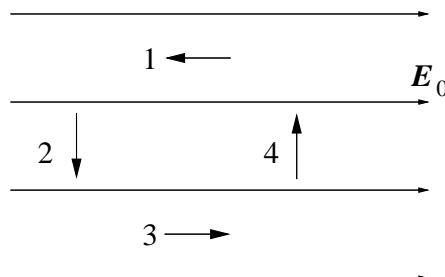
2) Tre punktladninger, q , αq og αq er plassert i hvert sitt hjørne av en trekant som vist i figuren. En fjerde punktladning $-q$ ligger i avstand a fra alle de tre andre. Ladningene αq , $-q$ og αq danner en vinkel på 90 grader. Hvor stor må da α være for at det skal virke null nettokraft på ladningen $-q$?

- A 2
- B $\sqrt{2}$
- C $1/\sqrt{2}$
- D $1/2$



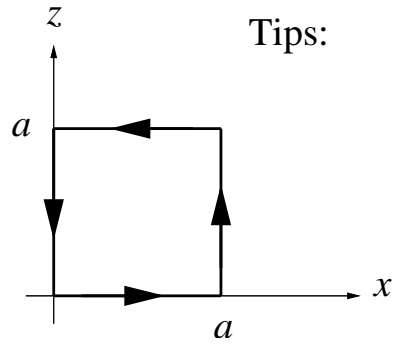
3) Figuren viser fire elektriske dipoler (symbolisert ved vektoren \mathbf{p} , dvs dipolmomentet) som er plassert i et uniformt elektrisk felt \mathbf{E}_0 . Vi antar at dipolene ikke vekselvirker med hverandre. Hvilken dipol har størst potensiell energi?

- A 1
- B 2
- C 3
- D 4



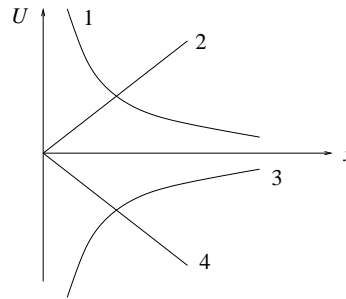
4) Hvilket av disse er et mulig konservativt elektrostatisk felt?

- A $\mathbf{E} = E_0 [(x/a) \hat{x} - (z/a) \hat{z}]$
- B $\mathbf{E} = E_0 (x/a) \hat{z}$
- C $\mathbf{E} = E_0 [(x/a) \hat{x} + (x/a) \hat{z}]$
- D $\mathbf{E} = E_0 (z/a) \hat{x}$



5) Hvilken kurve representerer den potensielle energien U til et elektron som funksjon av dets avstand x fra en uendelig stor positivt ladet flate lokalisert i yz -planet? (Figuren angir bare det positive halvplanet, dvs $x > 0$.)

- A 1
- B 2
- C 3
- D 4



6) Potensialet i et område er $V(x) = V_0 \ln(x/a)$. Det elektriske feltet er da

- A $\mathbf{E} = -(V_0/x) \hat{x}$
- B $\mathbf{E} = -(V_0 a/x) \hat{x}$
- C $\mathbf{E} = (V_0/x) \hat{x}$
- D $\mathbf{E} = (V_0 a/x) \hat{x}$

(V_0 og a er konstanter)

7) Det elektriske feltet i et område er $\mathbf{E}(x, y) = E_0 [\sin kx \hat{x} - \cos ky \hat{y}]$. Potensialet er da

- A $V(x, y) = E_0 [\cos kx + \sin ky] / k$
- B $V(x, y) = -E_0 [\cos kx + \sin ky] / k$
- C $V(x, y) = E_0 [\cos kx - \sin ky] / k$
- D $V(x, y) = -E_0 [\cos kx - \sin ky] / k$

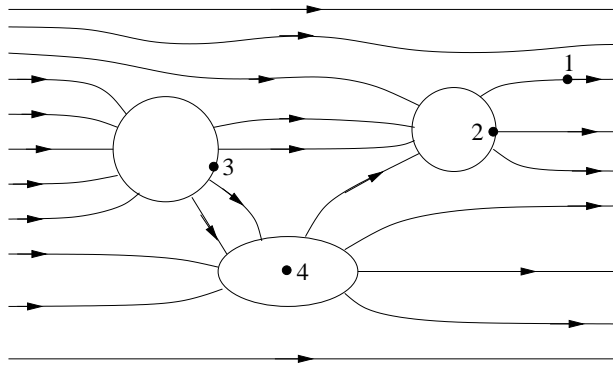
(E_0 og k er konstanter)

8) Hvilken av de følgende påstandene er feil?

- A En parallelplatekondensators kapasitans blir større dersom avstanden mellom platene reduseres.
 - B En parallelplatekondensators kapasitans blir større dersom platenes areal økes.
 - C En parallelplatekondensators kapasitans blir større dersom ladningen på platene økes.
 - D En parallelplatekondensators kapasitans blir større dersom rommet mellom platene fylles med et dielektrikum.
-

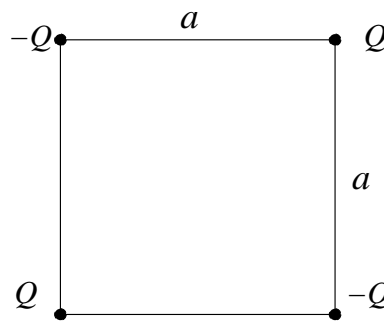
9) Figuren viser tre elektriske ledere og feltlinjer for det elektriske feltet i området omkring disse. Ranger potensialene V_j i de fire angitte posisjonene $j = 1, 2, 3, 4$.

- A $V_1 > V_2 > V_3 > V_4$
- B $V_4 > V_3 > V_1 > V_2$
- C $V_3 > V_4 > V_2 > V_1$
- D $V_2 > V_1 > V_4 > V_3$



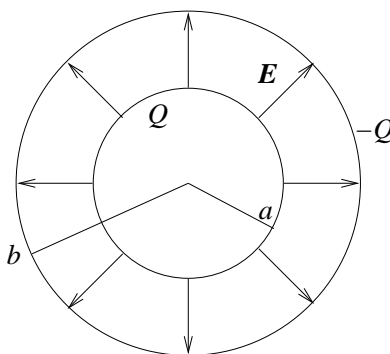
10) Figuren viser en kvadratisk kvadrupol med to punktladninger $-Q$ og to punktladninger Q plassert i hvert sitt hjørne av et kvadrat med sidekanter a . Hva er systemets potensielle energi U ?

- A $U = (\sqrt{2} + 4)Q^2/4\pi\epsilon_0 a$
- B $U = (\sqrt{2} - 4)Q^2/8\pi\epsilon_0 a$
- C $U = (\sqrt{2} - 4)Q^2/4\pi\epsilon_0 a$
- D $U = Q^2/4\pi\epsilon_0 a$



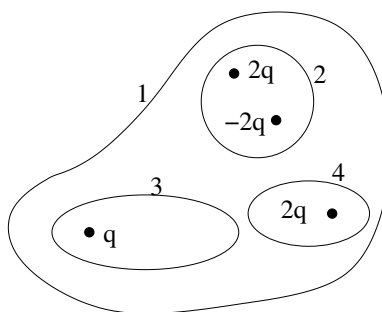
11) To konsentriske metalliske kuleskall med radius henholdsvis a og b ($b > a$) har uniformt fordelt ladning henholdsvis Q og $-Q$. Hva er den potensielle energien U lagret i det elektriske feltet mellom kuleskallene?

- A $U = Q^2/8\pi\epsilon_0 a$
- B $U = (b - a)Q^2/8\pi\epsilon_0 ab$
- C $U = (a - b)Q^2/8\pi\epsilon_0 ab$
- D $U = (b - a)^2 Q^2/8\pi\epsilon_0 ab$



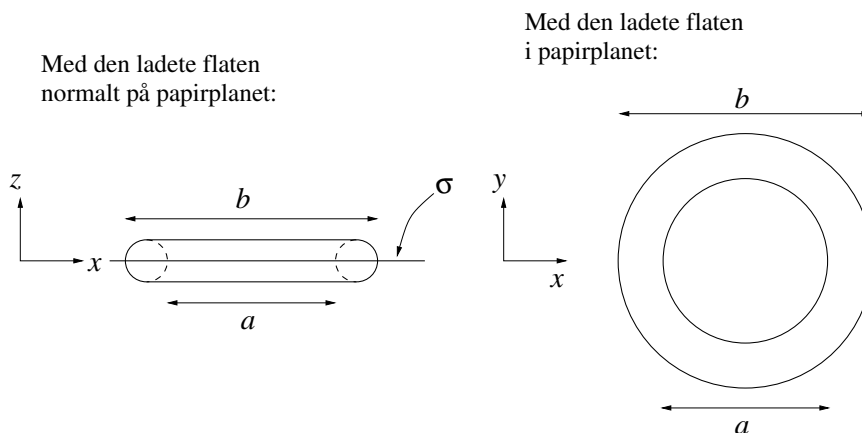
12) Figuren viser endel punktladninger ($q > 0$) og lukkede flater ($i = 1, 2, 3, 4$). Gjennom hvilken av disse lukkede flatene passerer det minst netto elektrisk fluks?

- A 1
- B 2
- C 3
- D 4



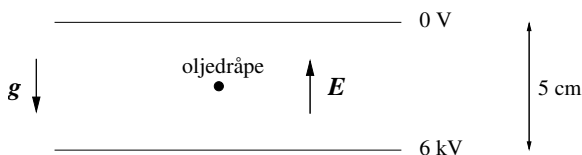
13) En uendelig stor flate ligger i xy -planet og har konstant ladning σ pr flateenhet. Hvor stor netto elektrisk fluks ϕ passerer gjennom overflaten på en torus ("smultring"), med indre diameter a og ytre diameter b , og som halveres av den ladete flaten, som vist i figuren?

- A $\phi = \sigma(b - a)^2/2\pi\epsilon_0$
- B $\phi = \sigma\pi(b - a)^2/4\epsilon_0$
- C $\phi = \sigma(b^2 - a^2)/2\pi\epsilon_0$
- D $\phi = \sigma\pi(b^2 - a^2)/4\epsilon_0$



14) Du utfører Millikans eksperiment og observerer at en kuleformet dråpe ”babyolje” med radius $1.1 \mu\text{m}$ står i ro i det uniforme elektriske feltet mellom to store parallelle metallplater med motsatt ladning, positiv nederst og negativ øverst. Avstanden mellom platene er 5 cm , potensialforskjellen mellom platene er 6 kV , og oljens massetetthet er 1054 kg/m^3 . Du kan da fastslå at oljedråpen har en netto ladning tilsvarende

- A et underskudd på 5 elektroner
- B et underskudd på 3 elektroner
- C et overskudd på 2 elektroner
- D et overskudd på 4 elektroner



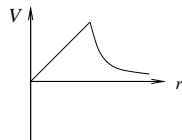
15) Potensialet på et uendelig stort positivt ladet plan er satt til 0 V . Planet har en uniform ladningstetthet $32 \mu\text{C/m}^2$. Hva er da potensialet i en avstand 1.0 cm fra det ladete planet?

- A 36 kV
- B 24 kV
- C -12 kV
- D -18 kV

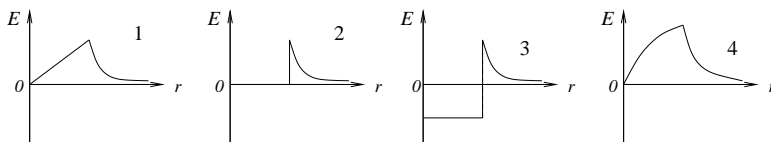
16) La oss betrakte protonet som ei kule med radius R og ladning e jevnt fordelt på kulas overflate. Protonet har dermed en potensiell energi U . Samtidig har protonet masse m_p , og dermed en energi $m_p c^2$, ifølge Einstein. ($c =$ lyshastigheten) Vi kan nå anslå protonets radius R ved å sette $U = m_p c^2$. Dette gir

- A $R \simeq 5.2 \cdot 10^{-22} \text{ m}$
- B $R \simeq 7.7 \cdot 10^{-19} \text{ m}$
- C $R \simeq 1.4 \cdot 10^{-15} \text{ m}$
- D $R \simeq 3.5 \cdot 10^{-11} \text{ m}$

17) Hvis det elektriske potensialet V som funksjon av r er som vist i den øverste grafen, hvilken graf viser da den elektriske feltstyrken E som funksjon av r ?

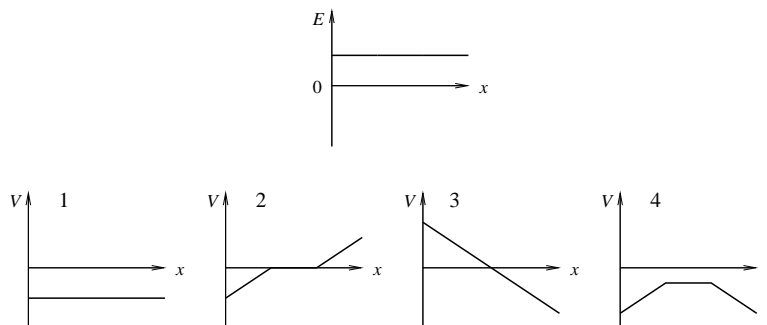


- A 1
- B 2
- C 3
- D 4



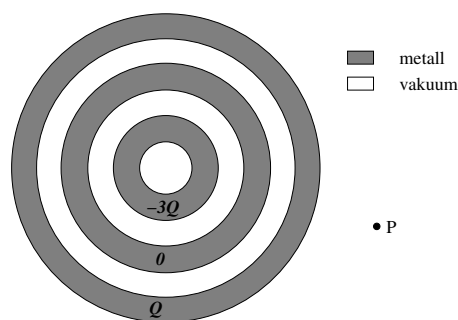
18) Hvis det elektriske feltet E som funksjon av x er som vist i den øverste grafen, hvilken graf viser da det elektriske potensialet V som funksjon av x ?

- A 1
- B 2
- C 3
- D 4



19) Figuren viser tre hule konsentriske metallkuler med netto ladning $-3Q$ (på innerste kule), 0 (på midterste kule) og Q (på ytterste kule). Alle de tre kuleskallene har en viss tykkelse. Hvor mye ladning er samlet på *ytre* overflate av den *midterste* kula? (Tips: Gauss' lov.)

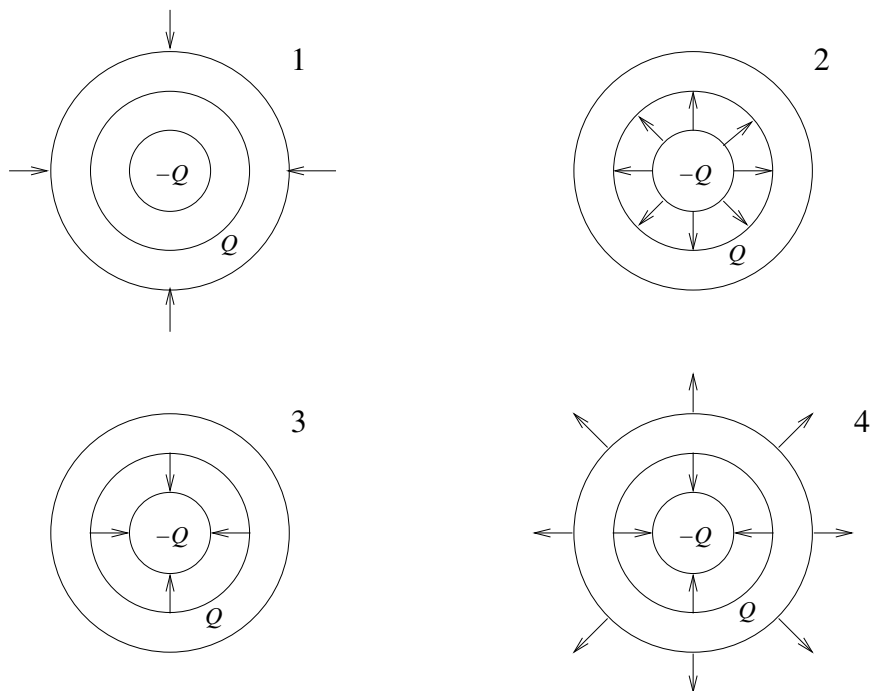
- A $-3Q$
- B $-2Q$
- C Q
- D $2Q$



20) Hva er den elektriske feltstyrken i punktet P angitt i figuren i oppgave 19? (Punktet P ligger i avstand r fra kulenes sentrum, og på utsiden av alle tre kulene.)

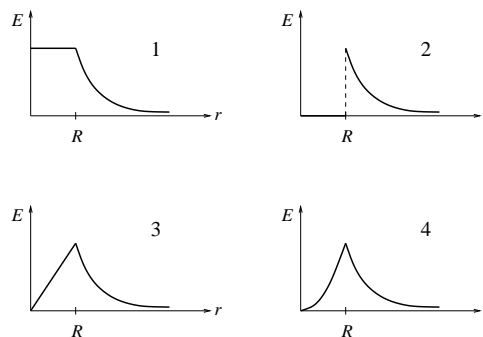
- A $-3Q/4\pi\epsilon_0 r^2$
- B $-2Q/4\pi\epsilon_0 r^2$
- C $Q/4\pi\epsilon_0 r^2$
- D $2Q/4\pi\epsilon_0 r^2$

21) Figuren viser en metallkule med netto ladning $-Q$ omgitt av et luftlag, etterfulgt av et metallisk kuleskall med netto ladning Q . Hvilken figur angir da korrekt feltlinjene for \mathbf{E} ? (Tips: Gauss' lov.)



- A 1
- B 2
- C 3
- D 4

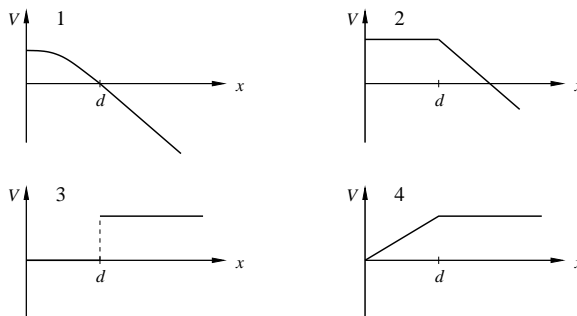
22) En uendelig lang sylinder har radius R og ladning $\rho(r) = \rho_0 r/R$ pr volumenet. Fastslå, ved hjelp av Gauss' lov, hvilken graf i figuren til høyre som viser den resulterende elektriske feltstyrken E som funksjon av avstanden r fra sylinderens senterakse.



- A 1
- B 2
- C 3
- D 4

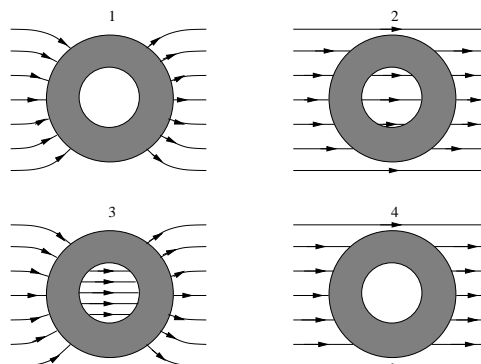
23) En uendelig stor skive har tykkelse $2d$ og konstant positiv ladning ρ_0 pr volumenet. Skiva har uendelig stor utstrekning i y - og z -retning og okkuperer området $-d \leq x \leq d$. Fastslå hvilken graf i figuren til høyre som viser det resulterende elektriske potensialet V som funksjon av x . (Bare den ene halvdel av rommet, dvs $x > 0$, er tatt med.) (Tips: Bestem først $E(x)$ ved hjelp av Gauss' lov og deretter $V(x)$.)

- A 1
- B 2
- C 3
- D 4



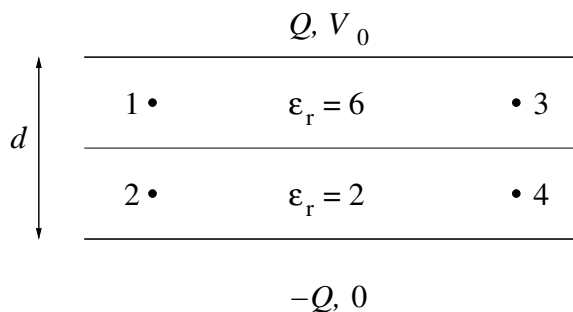
24) Ei nøytral metallkule har et kuleformet hulrom i sentrum. Kula er plassert i det elektriske feltet mellom to tilnærmet uendelig store metallplater med ladning henholdsvis σ og $-\sigma$ pr flateenhet. Hvilken figur angir korrekt feltlinjene for det resulterende (totale) feltet i området omkring kula?

- A 1
- B 2
- C 3
- D 4



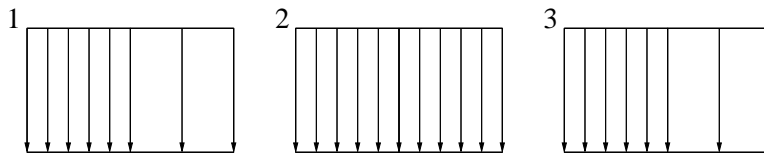
25) To parallelle metallplater har stor lineær utstrekning i forhold til avstanden d mellom platene. Øverste plate har positiv ladning Q og potensial V_0 , nederste plate har negativ ladning $-Q$ og potensial 0. Øvre halvdel av rommet mellom platene er fylt med et dielektrikum med relativ permittivitet 6. Nedre halvdel av rommet mellom platene er fylt med et dielektrikum med relativ permittivitet 2. I figuren er det angitt fire posisjoner $j = 1, 2, 3, 4$. Hva er riktig rangering av potensialene V_j i disse fire posisjonene?

- A $V_1 = V_3 > V_2 = V_4$
- B $V_3 > V_1 > V_2 > V_4$
- C $V_3 > V_1 > V_4 > V_2$
- D $V_1 = V_2 = V_3 = V_4$



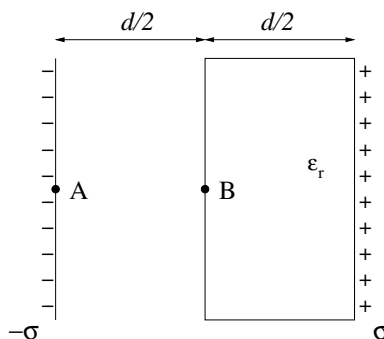
26) Rommet mellom to store parallelle plater med ladning henholdsvis Q (øverst) og $-Q$ (nederst) er fylt med to dielektriske materialer, i venstre halvdel et dielektrikum med relativ permittivitet 6 og i høyre halvdel et dielektrikum med relativ permittivitet 2. De tre figurene angir da feltlinjer for

- A \mathbf{E} i 1, \mathbf{D} i 2, \mathbf{P} i 3
 B \mathbf{D} i 1, \mathbf{P} i 2, \mathbf{E} i 3
 C \mathbf{P} i 1, \mathbf{E} i 2, \mathbf{D} i 3
 D \mathbf{E} i 1, \mathbf{P} i 2, \mathbf{D} i 3



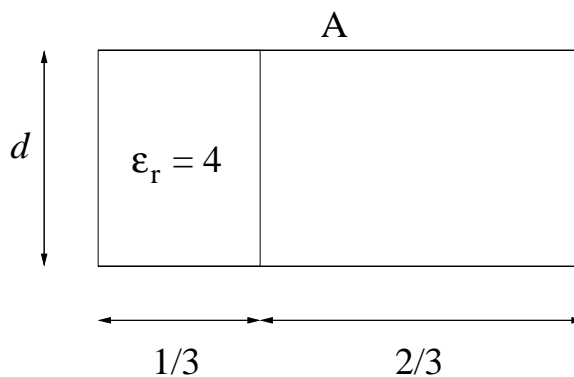
27) Figuren viser to tilnærmet uendelig store metallplater med ladning σ og $-\sigma$ pr flateenhet. Halvparten av volumet mellom platene er fylt med et dielektrikum med relativ permittivitet $\epsilon_r > 1$, som vist i figuren. Avstanden mellom metallplatene er d . Et elektron (masse m_e) starter i posisjon A med null hastighet. Hva er elektronets hastighet når det kommer fram til posisjon B?

- A $\sqrt{2e\sigma d/m_e\epsilon_0}$
 B $\sqrt{e\sigma d/2m_e\epsilon_0\epsilon_r}$
 C $\sqrt{e\sigma d/m_e\epsilon_0\epsilon_r}$
 D $\sqrt{e\sigma d/m_e\epsilon_0}$



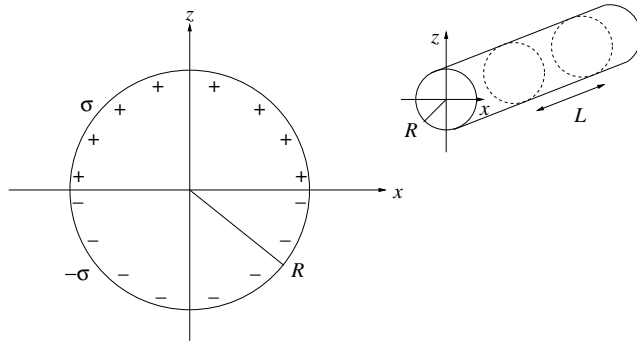
28) En parallellplatekondensator har metallplater med stor lineær utstrekning i forhold til avstanden d mellom platene. Hver plate har areal A . Den venstre tredjedelen av volumet mellom platene er fylt med et dielektrikum med relativ permittivitet 4, som vist i figuren. Resten av volumet er luft. Hva blir kapasitansen til denne kondensatoren? (Tips: Dette kan betraktes som en parallellkobling av to kondensatorer.)

- A $2\epsilon_0 A/d$
 B $4\epsilon_0 A/3d$
 C $3\epsilon_0 A/4d$
 D $2\epsilon_0 A/3d$



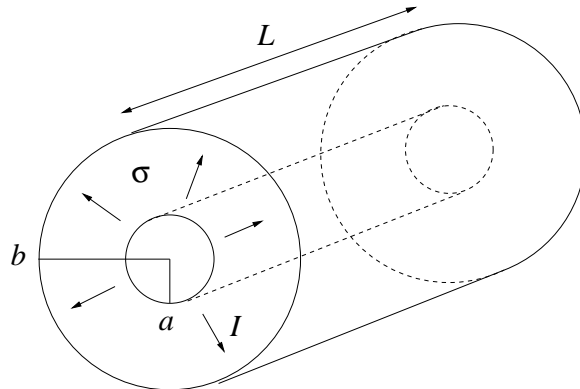
29) Et tilnærmet uendelig langt sylinderformet rør med radius R , og med sylinderaksen sammenfallende med y -aksen, har konstant positiv ladning σ pr flateenhet på øvre halvdel ($x^2 + z^2 = R^2$, $z > 0$) og konstant negativ ladning $-\sigma$ pr flateenhet på nedre halvdel ($x^2 + z^2 = R^2$, $z < 0$). Hva blir elektrisk dipolmoment pr lengdeenhet, \mathbf{p}/L , for et slik rør?

- A $\mathbf{p}/L = 8R^2\sigma \hat{z}$
- B $\mathbf{p}/L = 4R^2\sigma \hat{z}$
- C $\mathbf{p}/L = 2R^2\sigma \hat{z}$
- D $\mathbf{p}/L = R^2\sigma \hat{z}$



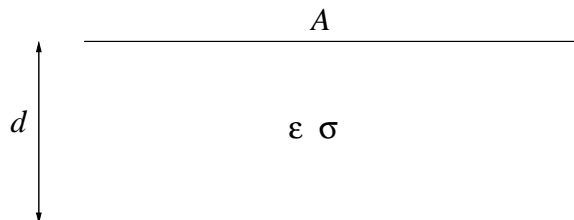
30) En hul sylinder har lengde L , indre radius a og ytre radius b . Materialet som fyller området mellom $r = a$ og $r = b$ har elektrisk ledningsevne (konduktivitet) σ . Hva blir konduktansen G mellom sylinderens indre og ytre overflate? (Konduktans er den inverse resistansen, $G = 1/R$. Her tenker vi oss at strømmen I går radielt utover fra indre mot ytre overflate av sylinderen.)

- A $G = L\sigma$
- B $G = (b^2 - a^2)\sigma/L$
- C $G = abL\sigma/(a^2 + b^2)$
- D $G = 2\pi L\sigma/\ln(b/a)$



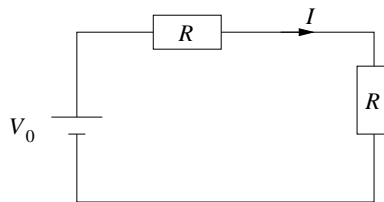
31) En parallellplatekondensator består av to (store) parallelle metallplater med areal A i (liten) innbyrdes avstand d . Volumet mellom platene er fylt med et materiale med permittivitet ϵ og konduktivitet σ . Hva blir tidskonstanten RC for kondensatoren? (Kommentar: En ideell kondensator har en perfekt isolator mellom metallplatene, dvs $\sigma = 0$. Dette er altså *ikke* en ideell kondensator, men derimot både kondensator (med kapasitans C) og motstand R på samme tid. Kondensatoren vil lades ut på grunn av lekkasjestrøm gjennom materialet mellom platene.)

- A $RC = \epsilon/\sigma$
- B $RC = \sigma/\epsilon$
- C $RC = \epsilon\sigma$
- D $RC = \epsilon d^2/A\sigma$



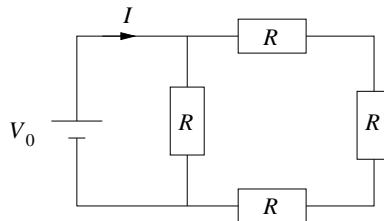
32) Hva blir strømsstyrken I angitt i kretsen til høyre?

- A V_0/R
- B $V_0/2R$
- C V_0R
- D $V_0R/2$



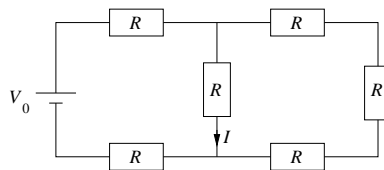
33) Hva blir strømsstyrken I angitt i kretsen til høyre?

- A $4V_0/3R$
- B $3V_0/4R$
- C $5V_0/2R$
- D $2V_0/5R$



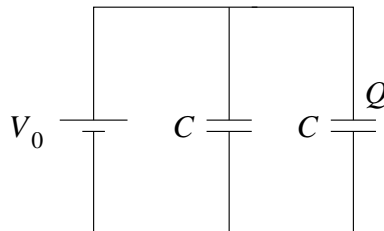
34) Hva blir strømsstyrken I angitt i kretsen til høyre?

- A $3V_0/7R$
- B $3V_0/9R$
- C $3V_0/11R$
- D $3V_0/13R$



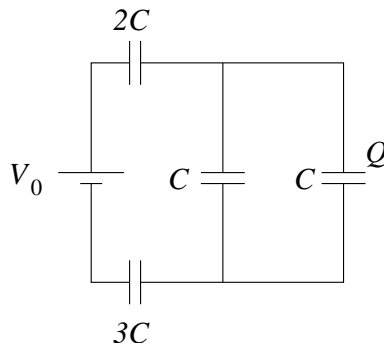
35) Hva blir ladningen Q angitt i kretsen til høyre?

- A V_0C
- B $2V_0C$
- C $V_0C/2$
- D $V_0C/4$



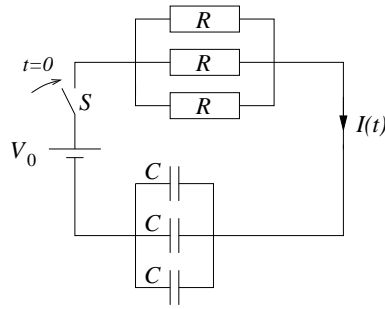
36) Hva blir ladningen Q angitt i kretsen til høyre?

- A $3V_0C$
- B $3V_0C/2$
- C $3V_0C/4$
- D $3V_0C/8$



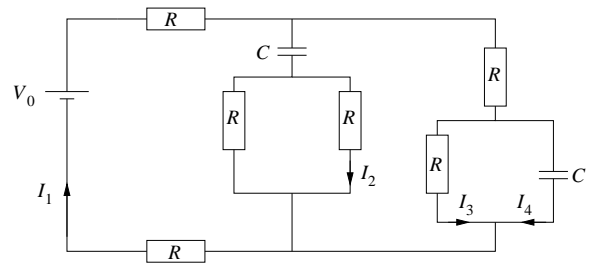
37) Bryteren S lukkes ved tidspunktet $t = 0$. Strømmen i kretsen blir deretter $I(t) = I_0 \exp(-t/\tau)$. Hva er I_0 og τ ?

- A $I_0 = V_0/3R$, $\tau = 3RC$
- B $I_0 = V_0/R$, $\tau = RC$
- C $I_0 = 3V_0/R$, $\tau = RC$
- D $I_0 = 3V_0/R$, $\tau = RC/3$



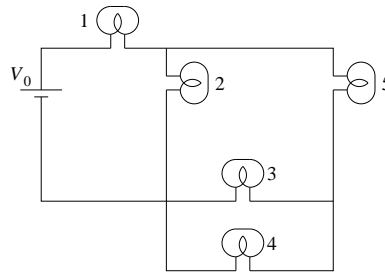
38) I kretsen til høyre har spenningskilden V_0 vært tilkoblet så lenge at strømmene i kretsen ikke lenger endrer seg med tiden. Hva er da de 4 angitte strømstyrkene I_j , $j = 1, 2, 3, 4$?

- A $I_1 = V_0/4R$, $I_2 = 0$, $I_3 = V_0/4R$, $I_4 = 0$
- B $I_1 = V_0/4R$, $I_2 = V_0/4R$, $I_3 = V_0/4R$, $I_4 = V_0/4R$
- C $I_1 = 3V_0/4R$, $I_2 = V_0/4R$, $I_3 = V_0/4R$, $I_4 = V_0/4R$
- D $I_1 = V_0/4R$, $I_2 = 0$, $I_3 = V_0/2R$, $I_4 = 0$



39) Hver av de fem lyspærene i figuren nedenfor kan betraktes som en ideell ohmsk motstand R . Økt spenning over en lyspære (og dermed økt strømstyrke) gir økt lysstyrke i lyspæra. Hvilke(n) lyspære(r) lyser svakest?

- A 1
- B 2
- C 3 og 4
- D 5



40) I kretsen i forrige oppgave, hva skjer med lysstyrken i pære 4 dersom pære 2 skrues ut?

- A Uendret.
- B Lyser svakere.
- C Lyser sterkere.
- D Slukker.