Institutt for fysikk, NTNU
TFY4155/FY1003: Elektrisitet og magnetisme
Vår 2005

Øving 2

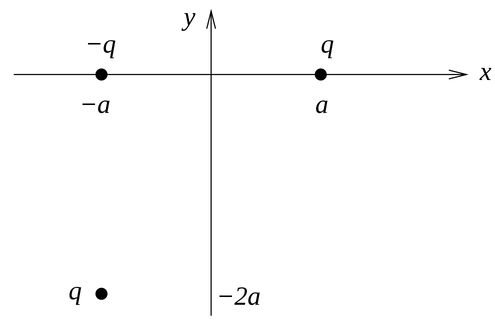
Veiledning: Torsdag 20. og fredag 21. januar
Innleveringsfrist: Mandag 24. januar

Oppgave 1 (fra tidligere midtsemesterprøver)

a) En ballong har et overskudd på $5 \cdot 10^{13}$ elektroner. Da er ballongens ladning

A 80 μC   B -80 μC   C -8 μC   D $-3.2 \cdot 10^{-33}$ C

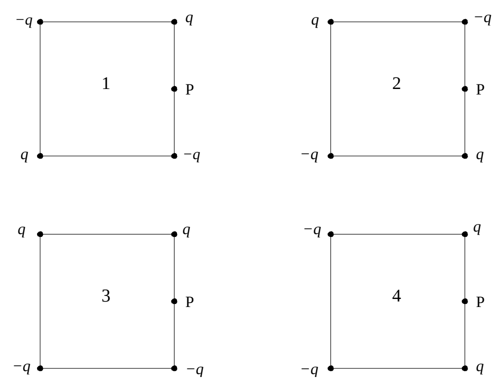
b) To punktladninger q og $-q$ er plassert på x-aksen, med q i $(x, y) = (a, 0)$ og $-q$ i $(-a, 0)$. Da blir kraften fra disse på en tredje punktladning q i $(-a, -2a)$



A $\left[-\hat{x} + \left(2\sqrt{2} - 1\right)\hat{y}\right] F_0/8\sqrt{2}$
B $\left[-\hat{x} - \left(2\sqrt{2} - 1\right)\hat{y}\right] F_0/8\sqrt{2}$
C $\left[\hat{x} - \left(2\sqrt{2} - 1\right)\hat{y}\right] F_0/8\sqrt{2}$
D $\left[\hat{x} + \left(2\sqrt{2} - 1\right)\hat{y}\right] F_0/8\sqrt{2}$

der $F_0 = q^2/4\pi\varepsilon_0 a^2$.

c) To positive og to negative punktladninger, alle fire like store i absoluttverdi (q), skal plasseres i hvert sitt hjørne av et kvadrat. På hvilken måte skal punktladningene plasseres for å oppnå størst mulig elektrisk feltstyrke midt på høyre sidekant, i punktet P?



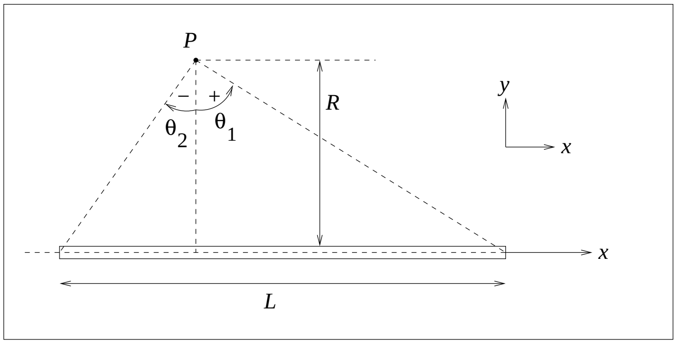
A 1
B 2
C 3
D 4

På en midtsemesterprøve skal som regel slike oppgaver *kun* besvares med en bokstav, dvs *uten* utregning eller begrunnelse. Ettersom dette er en regneøving, foreslår jeg at du svarer *med* begrunnelse eller utregning (dvs: som vanlig på en regneøving!).

Oppgave 2

En tynn stav med lengde L har en uniform ladning λ pr lengdeenhet.

a) Hvor mye ladning dq er det på en liten lengde dx av staven? Hva er stavens totale ladning Q?



b) Vis at det elektriske feltet i et punkt P i en avstand R fra staven er gitt ved $\boldsymbol{E} = E_x\hat{x} + E_y\hat{y}$, med

$$\begin{aligned} E_x &= \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2) \\ E_y &= \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}(\sin\theta_1 - \sin\theta_2) \end{aligned}$$

Her er θ_1 og θ_2 vinklene som dannes mellom linjene fra P til stavens endepunkter og normalen til staven gjennom P, som vist i figuren. (Fortegnet til vinklene er som indikert i figuren, dvs θ_2 er negativ).

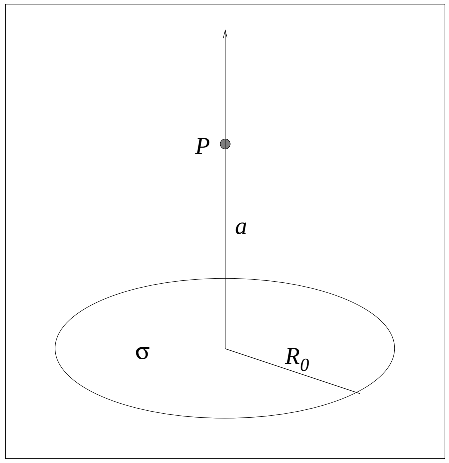
[Tips: Feltet $d\boldsymbol{E}$ fra en liten bit dx av staven er $d\boldsymbol{E} = (\lambda\, dx/4\pi\varepsilon_0 r^2)\hat{r}$, der $\boldsymbol{r}$ er avstandsvektoren fra dx til punktet P. Prøv deretter å ende opp med θ som integrasjonsvariabel ved å finne sammenhengen mellom x og θ.]

c) Bestem feltet når P er like langt fra stavens to ender. Hva blir $\boldsymbol{E}$ når P er langt unna staven (dvs $R \gg L$). NB: Her er vi ikke ute etter (det i og for seg korrekte) svaret $\boldsymbol{E} \simeq 0$ for $R \to \infty$, men derimot hvordan $\boldsymbol{E}$ avhenger av R "til ledende orden" for $R \gg L$. Er svaret som forventet?

d) Hva blir det elektriske feltet i avstand R fra en uendelig lang uniformt ladet stav? (Dvs: $L \to \infty$)

Oppgave 3

Ei tynn, sirkelformet skive med radius R_0 har uniform flateladning (dvs: ladning pr flateenhet) σ.



a) Hvor mye ladning dq er det på en tynn ring av skiva, med radius R og bredde dR? Hva er skivas totale ladning Q?

b) Finn den elektriske feltstyrken $\boldsymbol{E}$ i et punkt P på symmetriaksen i en avstand a fra skiva. (Tips: Finn først feltet $d\boldsymbol{E}$ i P fra en tynn ring med radius R og bredde dR, og integrer deretter fra $R = 0$ til $R = R_0$.)

c) Hva blir $\boldsymbol{E}$ (igjen: til ledende orden, jfr Oppg 2c) i de to tilfellene $a \gg R_0$ og $a \ll R_0$, dvs henholdsvis langt unna og nært inntil skiva? (Du drar kanskje kjensel på svaret i tilfellet $a \gg R_0$? Tenk dessuten litt på hva det andre tilfellet, $a \ll R_0$, innebærer.)

Oppgitt: $(1 + \alpha)^{\pm 1/2} \simeq 1 \pm \alpha/2$ dersom $\alpha \ll 1$.
(Dette er ikke noe mystisk, men rett og slett de to første leddene i Taylorutviklingen av funksjonene $f(\alpha) = (1 + \alpha)^{\pm 1/2}$ om punktet $\alpha = 0$, se Matematikk 1.)

Fasitsvar:
Oppgave 3b: $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(1 - \frac{a}{\sqrt{a^2+R_0^2}}\right)$