

Øving 4

Veiledning: Torsdag 3. februar og fredag 4. februar
 Innleveringsfrist: Mandag 7. februar

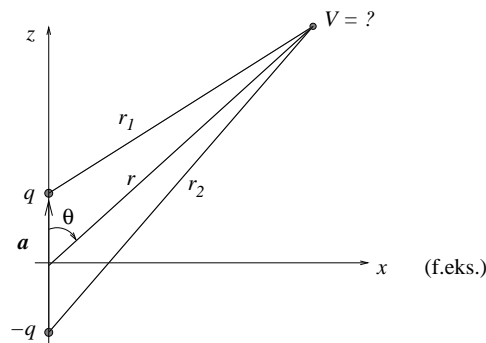
Oppgave 1

Vi har et uniformt elektrisk felt $\mathbf{E} = E_0 \hat{x}$. Bestem potensialforskjellen mellom origo og følgende punkter (x, y) i xy -planet:

- (i) $(a, 0)$ (ii) $(0, a)$ (iii) (a, a)

Oppgave 2

En *elektrisk dipol* er plassert langs z -aksen med sentrum i origo, som vist i figuren. Det elektriske *dipolmomentet* er definert som $\mathbf{p} = q\mathbf{a}$, der $\mathbf{a} = a \hat{z}$ er vektoren fra $-q$ til q .



Siden vi her opplagt må ha *symmetri* med hensyn til rotasjon omkring z -aksen, er det tilstrekkelig å se på forholdene i et plan som inneholder z -aksen. Vi har valgt xz -planet.

Vi kan videre velge mellom kartesiske koordinater (x, z) eller polarkoordinater (r, θ) for å angi en vilkårlig posisjon i dette planet. Vi skal se på begge deler i denne oppgaven. Vinkelen θ kan vi selvsagt velge i forhold til hvilken kartesisk akse vi vil; vi lar θ være vinkelen som \mathbf{r} danner i forhold til z -aksen (se figuren).

a) Bestem først sammenhengen mellom de kartesiske koordinatene og polarkoordinatene, dvs $x(r, \theta)$, $z(r, \theta)$ og $r(x, z)$.

b) Vis at potensialet fra en slik dipol i kartesiske koordinater blir

$$V(x, z) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{\sqrt{x^2 + (z - a/2)^2}} - \frac{1}{\sqrt{x^2 + (z + a/2)^2}} \right)$$

Hva blir potensialet på x -aksen, $V(x, 0)$? Enn på z -aksen, $V(0, z)$? (På *hele* z -aksen; pass på fortegnene...!) Skisser funksjonen $V(0, z)$.

c) Vis at i stor avstand fra dipolen (dvs $r \gg a$) er potensialet med god tilnærming gitt i polarkoordinater ved

$$V(r, \theta) = \frac{p \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{\mathbf{p} \cdot \mathbf{r}}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

Tips: Ta utgangspunkt i at

$$\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} = \frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2}$$

og bruk figuren til å finne et tilnærmet uttrykk for dette når $r \gg a$.

Mens potensialet fra en enkelt punktladning avtar som $1/r$, avtar altså potensialet fra en dipol *raskere*, nemlig som $1/r^2$. Er dette rimelig?

Kommentar: For den som insisterer på en mer rigid matematisk tilnærming til denslags, er det her snakk om å bestemme $V(r, \theta)$ “til ledende orden” i den “lille parameteren” a/r . Med andre ord, det oppgitte uttrykket for $V(r, \theta)$ er *eksakt* for en såkalt *ideell dipol* med “null utstrekning” (dvs $a \rightarrow 0$). Ekstranøtt, hvis du syntes dette ble for lett: Hva blir “dominerende korreksjon” til den oppgitte $V(r, \theta)$? Dvs: Hva blir neste ledd i rekkeutviklingen (Maclaurinrekken) til $V(r, \theta)$ for små verdier av a/r , dvs $a/r \ll 1$?

Oppgave 3 (fra tidligere midtsemesterprøver)

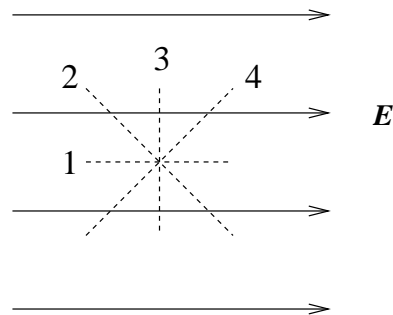
a) Figuren viser feltlinjer for et uniformt elektrisk felt. Et elektron som plasseres i dette feltet vil

- A bevege seg med konstant hastighet mot venstre.
- B bevege seg med konstant hastighet mot høyre.
- C akselereres mot venstre.
- D akselereres mot høyre.



b) Figuren viser et uniformt elektrisk felt \mathbf{E} (heltrukne linjer). Langs hvilken stiplet linje endrer potensialet seg ikke?

- A 1
- B 2
- C 3
- D 4

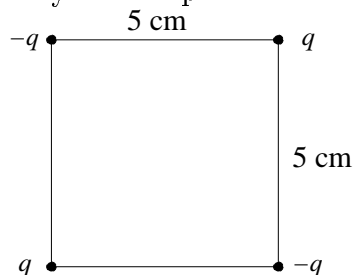


c) En partikkel med negativ ladning plasseres med null starthastighet i et elektrostatisk felt \mathbf{E} . Partikkelens bevegelse blir

- A i retning lavere potensial.
- B i retning lavere potensiell energi.
- C i samme retning som \mathbf{E} .
- D i retning normalt på \mathbf{E} .

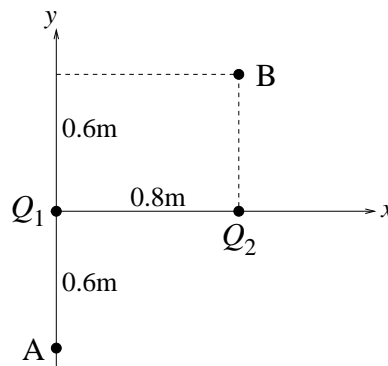
d) Fire punktladninger, to positive og to negative ($q = 9 \mu\text{C}$), er plassert i hjørnene på et kvadrat med sidekanter 5 cm, som vist i figuren. Hva er systemets potensielle energi?

- A 19 J
- B Null
- C -7 J
- D -38 J



e) To punktladninger $Q_1 = 69 \text{ nC}$ og $Q_2 = -98 \text{ nC}$ er plassert i xy -planet, som vist i figuren. Et elektron flyttes fra punkt A til punkt B. Hvor stor endring gir denne forflytningen i systemets potensielle energi? ("Systemet" = de to punktladningene og elektronet.) ($1 \text{ eV} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$)

- A -1 keV
- B -1 eV
- C 1 eV
- D 1 keV



f) Den potensielle energien til to elektroner i innbyrdes avstand 1 \AA ($= 10^{-10} \text{ m}$) er [$1 \text{ eV} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$]

- A 14.4 meV
- B 14.4 eV
- C 14.4 keV
- D 14.4 MeV

g) En berylliumkjerne med ladning $4e$ og masse $9m_p$ og en α -partikkel (dvs en heliumkjerne) med ladning $2e$ og masse $4m_p$ er i ro. De to partiklene kan gis like stor hastighet ved å

- A akselerere dem gjennom en like stor potensialforskjell.
- B akselerere α -partikkelen gjennom V volt og berylliumkjernen gjennom $V/2$ volt.
- C akselerere α -partikkelen gjennom V volt og berylliumkjernen gjennom $8V/9$ volt.
- D akselerere α -partikkelen gjennom V volt og berylliumkjernen gjennom $9V/8$ volt.