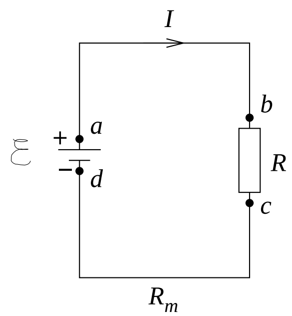
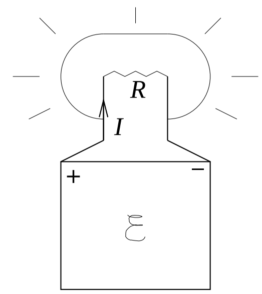
Institutt for fysikk, NTNU
TFY4155/FY1003: Elektrisitet og magnetisme
Vår 2005

Sammendrag, uke 13 (30. mars)

Likestrømkretser
[FGT 27; YF 26; TM 25; AF 24.7; LHL 22]

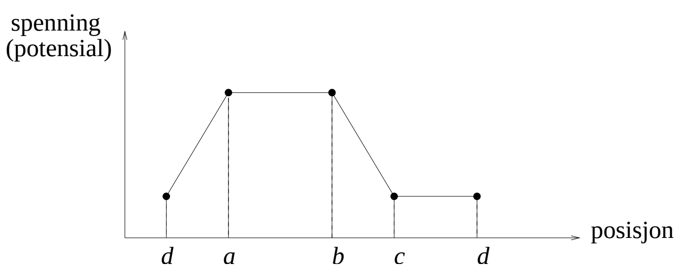


Eksempel: lommelykt



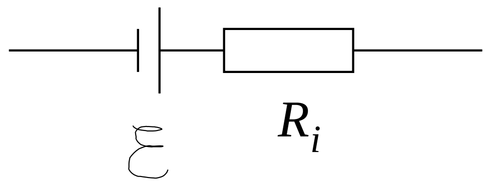
Spenningskilde (f.eks. kjemisk batteri, solcelle etc.):
"Leverer" *elektromotorisk spenning* (ems) $\mathcal{E}$, dvs: sørger for å holde konstant potensialforskjell $\mathcal{E}$ mellom de to "polene" + og -.

Spenningsforhold i kretsen over (ΔV er endring i elektrisk potensial):



$a \to b : \Delta V \simeq 0$ (metall-ledning, god leder, $R_m \simeq 0$, $\boldsymbol{E} \simeq 0$)
$b \to c : \Delta V = -RI$ (motstand, dårlig leder, $R \gg R_m$, potensiell energi går tapt som varme pga kollisjoner, $\boldsymbol{E} \neq 0$)
$c \to d : \Delta V \simeq 0$ (som $a \to b$)
$d \to a : \Delta V = \mathcal{E} = RI$ (*mottar* ladningsbærere med lav potensiell energi, *leverer* ladningsbærere med høy potensiell energi.)

En *reell* kilde har alltid en (som regel liten) indre motstand R_i:



Når en reell spenningskilde kobles til en elektrisk krets, kommer den indre motstanden R_i som et tillegg til kretsens resistans R. Vi får da f.eks. effekttap både i kilden ($P_i = R_i I^2$) og i resten av kretsen ($P_R = RI^2$).

En *ideell* kilde har $R_i = 0$.

Kirchhoffs regler
[FGT 27.2, 27.3; YF 26.2; TM 25.5; AF 24.8; LHL 22.3]

Beregninger på elektriske kretser gjøres ved hjelp av Kirchhoffs regler.

Regel 1 (Knutepunktsregelen): På grunn av *ladningsbevarelse* er

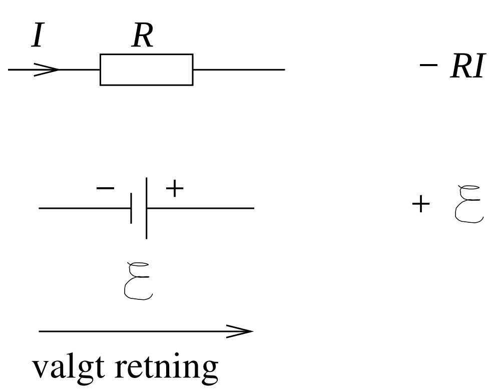
$$\sum_j I_j = 0$$

i alle knutepunkt i en krets.
I motsatt fall ville vi få opphopning av ladning i knutepunktet.
Fortegnskonvensjon: *Positiv I* når den går *ut av* knutepunktet.

Regel 2 (Sløyferegelen): På grunn av *energibevarelse* er

$$\sum(\text{spenningsendringer}) = 0$$

for alle lukkede sløyfer i en krets.
I motsatt fall ville vi ikke ha en entydig potensiell energi for ladningsbærere på et gitt sted i kretsen.
Fortegnskonvensjon: *Positivt* bidrag betyr *spenningsøkning*.

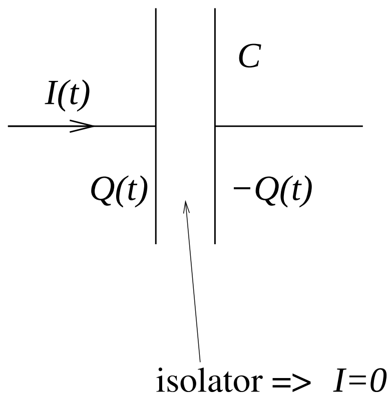


Kirchhoffs regler gir et tilstrekkelig antall uavhengige ligninger til å bestemme de ukjente størrelsene, f.eks. strømstyrkene I_j i kretsens ulike "grener".

RC-kretser

[FGT 27.5; YF 26.4; TM 25.6; AF Note 25.1; LHL 22.4]

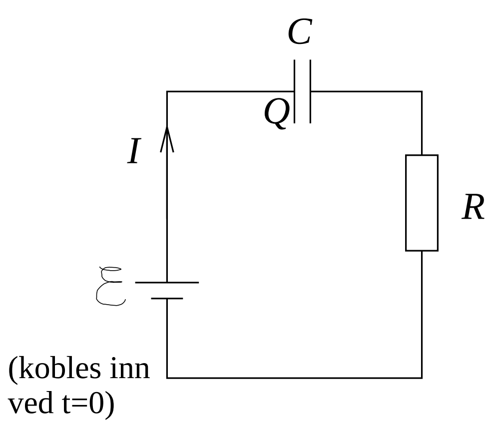
Rommet mellom de to lederne i en kondensator er fylt med en *isolator*, og gjennom en (ideell) isolator går det *null* elektrisk strøm.



Vi kan imidlertid ha en *tidsavhengig* strøm $I(t)$ inn og ut av kondensatorens ledere (*platene*, hvis det er snakk om en parallellplatekondensator).
Dermed får vi en tidsavhengig ladning $Q(t)$ på kondensatorplatene.

Kan vi bruke Kirchhoffs regler til å analysere kretser med tidsavhengige $I(t), V(t), Q(t)$?
Ja: For "langsomt" varierende strømstyrker, der langsomt er i forhold til hvor raskt en endring et sted i kretsen "merkes" i resten av kretsen. Siden elektromagnetiske signaler (bølger) forplanter seg med lyshastigheten c, er dette i praksis som regel ikke noe problem.

Eksempel 1: Opplading av kondensator i RC-krets.



Spenningskilden $\mathcal{E}$ kobles inn ved tidspunktet $t = 0$. Da har vi null ladning på kondensatoren, $Q(0) = 0$.

Kirchhoffs spenningsregel $\Rightarrow$

$$\mathcal{E} - V_C - V_R = 0$$

Spenningsfall over C:

$$V_C = Q/C$$

Spenningsfall over R:

$$V_R = RI = R\frac{dQ}{dt}$$

Gir 1. ordens differensialligning for ladningen Q:

$$R\frac{dQ}{dt} + \frac{1}{C}Q = \mathcal{E}$$

som har løsning

$$Q(t) = \mathcal{E}C\left(1 - e^{-t/RC}\right)$$

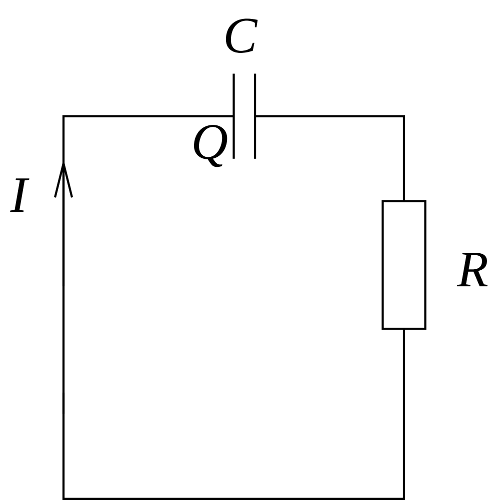
Her har vi brukt *initialbetingelsen* $Q(0) = 0$.
Strømstyrken blir

$$I(t) = \frac{dQ}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{R}e^{-t/RC}$$

Tidskonstant for oppladningsprosessen: $\tau = RC$
Verdien av τ gir en *størrelsesorden* for hvor lang tid det tar å lade opp kondensatoren til sin maksimale ladning

$$Q(t \to \infty) = \mathcal{E}C$$

Eksempel 2: Utlading av kondensator i RC-krets.



Vi antar at kondensatoren i utgangspunktet er ladet opp med en spenningskilde $\mathcal{E}$ og at den er "full-ladet" slik at initialbetingelsen her er $Q(t = 0) = \mathcal{E}C$.
Kirchhoffs spenningsregel $\Rightarrow$

$$-V_R - V_C = 0$$

Gir igjen 1. ordens differensialligning for ladningen Q:

$$-R\frac{dQ}{dt} - \frac{1}{C}Q = 0$$

som har løsning

$$Q(t) = \mathcal{E}Ce^{-t/RC}$$

Her har vi brukt *initialbetingelsen* $Q(0) = \mathcal{E}C$.
Strømstyrken blir

$$I(t) = \frac{dQ}{dt} = -\frac{\mathcal{E}}{R}e^{-t/RC}$$

Vi ser av figuren at vi her valgte "feil" retning på strømmen I: Positiv ladning vil måtte strømme fra den positivt ladete platen, og derfor gi positiv strøm i retning mot klokka. Dette er imidlertid ivaretatt, i og med at den beregnede strømmen kom ut med et negativt fortegn.

Merk at dersom vi hadde valgt motsatt retning på I i figuren, kunne vi ikke lenger ha skrevet $I = dQ/dt$, men derimot $I = -dQ/dt$, ettersom en positiv strøm da ville tilsvare en *reduksjon* i ladningen på kondensatoren. Med andre ord: dQ/dt vil da være negativ for positiv I, og vi må skrive $I = -dQ/dt$ for å få samme fortegn på begge sider av likhetstegnet.

Min anbefaling er å velge retning på strømmen I i forhold til ladningen Q på kondensatoren slik som det er gjort i figuren over. Da kan vi holde oss til sammenhengen $I = dQ/dt$, dvs positiv I tilsvarer en positiv endring i ladningen Q. Initialbetingelsen(e) for hvert enkelt problem sørger for at fortegnet på I blir riktig til slutt!

Neste uke:

Magnetisk vekselvirkning! Vi innleder (i ekstratimen på tirsdag) med å vise, eller i hvert fall sannsynliggjøre, at magnetfeltet og magnetiske krefter er en direkte konsekvens av elektrostatikken (dvs at ladninger i ro påvirker hverandre med Coulombkrefter) *og* Einsteins spesielle relativitetsteori. Vi kan med andre ord slå fast at *magnetisme er en relativistisk effekt.*

Deretter skal vi se på bevegelse av ladet partikkel i magnetfelt, og vi skal introdusere *Biot–Savarts lov*, som gir oppskriften på hvordan magnetfeltet $\boldsymbol{B}$ beregnes med utgangspunkt i hva som måtte være "til stede" av elektriske *strømmer* I. Biot–Savarts lov er magnetostatikkens svar på Coulombs lov i elektrostatikken, som gir oppskriften på hvordan det elektriske feltet $\boldsymbol{E}$ beregnes med utgangspunkt i hva som måtte være "til stede" av elektriske *ladninger.* Og kjenner vi feltene $\boldsymbol{E}$ og $\boldsymbol{B}$ i et område, kan vi også bestemme kraften på en ladning q med hastighet $\boldsymbol{v}$:

$$\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{E} + q\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}$$

som er den berømte *Lorentzkraften.*
Følg med, følg med!